

KUNGL. SKOGSHÖGSKOLANS SKRIFTER

BULLETIN OF THE ROYAL SCHOOL OF FORESTRY  
STOCKHOLM, SWEDEN

Nr 2

1949

---

---

TILLVÄXTPROGNOSER VID  
SKOGSINDELNING  
TVÅ PROBLEM

PROGNOSIS OF INCREMENT FOR CAL-  
CULATION OF CUTTING

BY

SVEN PETRINI



AB KARTOGRAFISKA INSTITUTET

Esselte AB, Stockholm 1949



# Tillväxtprognoser vid skogsindelning

## Två problem

Av

SVEN PETRINI

Vid skogsindelningen begagnar man för varje trädslag en *tillväxtprocentserie* upplagd över åldern (ev. över dimensionsklasserna). Anledningen till att procenten användes och ej de absoluta tillväxtsiffrorna är den att den relativa tillväxten uppvisar ett mera regelbundet förlopp än den absoluta samt att i fråga om procenten ingen skillnad behöver göras för olika boniteter.<sup>1</sup> Utjämnningen kan därför göras mycket säkrare då man arbetar med procentsiffrorna.

Skogsindelningsplanen syftar framåt i tiden. Det är därför nödvändigt att skaffa sig en uppfattning om hur tillväxten kommer att bli, men våra undersökningar ge oss endast uppgifter om hur det har varit. Vid extrapolering, som det alltså här är fråga om, är det viktigaste att känna till den funktion efter vilken den studerade företeelsen utvecklar sig. Extrapolering efter en felaktig funktion ger lätt mycket stora fel, under det att en rimlig extrapolering efter den rätta funktionen medför obetydliga risker. Det första problemet gäller därför *tillväxtfunktionens utseende*.

Den omständigheten, att vi vid våra tillväxtundersökningar (genom borring bakåt i tiden) endast få uppgifter om hur *de nu kvarvarande träden* ha vuxit, medför ett systematiskt fel vid användning av tillväxtsiffrorna för en prognos. Eftersom en del träd ha försvunnit under den period som tillväxtundersökningen omfattar — de ha torkat eller bortgallrats utan att registreras — och eftersom de försvunna träden få anses ha varit mindre växtliga än dem som blivit kvar, så leder borringen av de kvarvarande träden till en alltför gynnsam uppfattning om tillväxtprocenten under perioden. Därmed äro vi inne på det andra problemet, rörande den reduktion av tillväxtprocenten som behöver göras för att hänsyn må tagas till den normala *avgången* av stammar under tillväxtperioden.

---

<sup>1</sup> Den obetydliga skillnaden som finns — och som går i den riktningen, att samma ålder vid lägre bonitet visar en något högre tillväxtprocent — kan i regel ej med tillräcklig säkerhet fastställas med det material som insamlas vid en skogsindelningsförrättning.

### *Första problemet: tillväxtfunktionen*

Den tidigare allmänt använda volymstillväxtberäkningen, då en från provträden härledd diskontprocent tillämpas framåt som rabattprocent, innebär att man förutsätter ett konstant tillväxtbelopp med avseende på kubikmassan. Om vi i stället utgå ifrån att grundytan vid br. h. tillväxer med konstant belopp årligen, betyder detta antagande att massatillväxten är *stigande*, och om i ett givet fall årsringsbredden håller sig konstant, så innebär detta att redan grundyteökningen stiger, varför volymsökningen blir stigande i än starkare progression. Om slutligen även årsringen ökas år för år, betyder naturligtvis detta en volymsökning, som är synnerligen kraftig. Så snart som massatillväxtens absoluta belopp är stigande underskattas tillväxten med diskontmetoden, och det är då motiverat att föredra den sammansatta räntans funktion vid tillväxtberäkningar framåt i tiden. Vi ha därmed ej fått någon säkerhet för att träffa det absolut rätta, men den sistnämnda funktionen passar *bättre* än den förra för att återge det sannolika förloppet vid en extrapolering sådan som tillväxtberäkningen för skogsindelningsplanen.

För att nu kunna avgöra hur skogen faktiskt växer måste anskaffas material som är väl registrerat under längre tid, i annat fall kan man riskera att tillfälliga klimatförhållanden påverka resultaten. Vårt intresse knyter sig därvid helt och hållet till sådan skog som vårdas med gallringar, eftersom inga skogsindelningsplaner upprättas för skog som skall lämnas att stå orörd. Det enda material som är tillräckligt pålitligt för en demonstration av hur träden växa i gallrat bestånd är skogsforskningsinstitutets försöksytor för gallring eller motsvarande undersökningar på fasta provytor, där individuell registrering har skett av varje träd med jämna mellanrum. Dylika ytor ha den fördelen, att tillväxten har fastställts *på bark*, såsom skogsindelningens beräkningar brukar utföras. — I övrigt kunna också stamanalyser begagnas, då man kan studera tillväxten under bark. Dessa stamanalyser måste emellertid vara uttagna från bestånd som ha varit föremål för kontinuerlig gallring under lång tid, varför man även i detta fall får hålla sig till de fasta provytorna, om kontrollerat material skall kunna erhållas. Det bör också observeras, att materialet bör vara stort nog för att variationerna skola utjämnas och så att den allmänna tendensen säkert framträder.

Under min tidigare tjänstgöring vid skogsforskningsinstitutet hade jag tillfälle att för nu ifrågavarande ändamål studera 500 träd på tre stycken försöksytor i tall- och tre i granskog. För sammanlagt 345 granar och 155 tallar följdes diametertillväxten under 31 à 38 års tid för tall, 22 till 31 års tid för gran, då gallring utfördes i bestånden ungefär vart 5:e år. Materialet är icke så obetydligt om det endast gäller att fastställa en tendens, men om tendensens styrka skall uppmätas och variationerna beräknas skulle man behöva en verkligt stor undersökning. I avvaktan på en dylik kunna emellertid resultaten av de gjorda beräkningarna förtjäna uppmärksamhet, eftersom vi för närvarande sakna varje systematisk undersökning av hur de individuella träden utveckla sig vid modern skötsel i det kontinuerligt gallrade beståndet. Under sådana

förhållanden anser jag det vara riktigt att här framlägga de utjämnade utvecklingskurvor som erhållits inom varje försöksyta. Dessa äro samlade i fig. 1 och fig. 2 där dels den årliga diameterökningen, dels den årliga grundytetillväxten, båda i absolut mått, ha uppritats över respektive åldrar. Varje sammanhängande kurva anger tillväxten i medeltal för samma antal träd. Så t. ex. representeras i fig. 2 ytan 257, gran, av 156 kvarvarande stammar, för vilka medeltalet per år utgör kurvans värden för tillväxten mellan 74 och 106 års ålder.

Materialet har från början upplagts i dimensionsklasser, då uppdelningen hänförs till begynnelsevärdet, detta i avsikt att möjliggöra ett konstaterande av olika tendenser för olika grova träd. Då inga nämnvärda skillnader ha framträtt i detta avseende, skall här icke redovisas någon sådan uppdelning av träden.

Det är av föga intresse att i detta sammanhang tynga framställningen med detaljerade beskrivningar över ytorna. Beträffande tallytorna kunna närmare upplysningar erhållas över 114 och 121 i Näslunds avhandling om gallringsförsök i tallskog, Medd. h. 29, 1937, och 11 är beskriven i Skogsförsöksanstaltens Exkursjonsledare II, 1921.

Ytan 11 ligger på Jönåkers allmänning i Södermanland och är anlagd år 1903 i 40-årig barrblandskog med övervägande tall. Beståndet har hela tiden gallrats extra starkt och på slutet ljushuggits. De undersökta 64 träden uppvisa en svagt men mycket jämnt stigande årsringbredd under de nära 40 år undersökningen omfattar, och grundytetillväxten är starkt stigande (se fig. 1). — Ytan 114 ligger i Värmland,

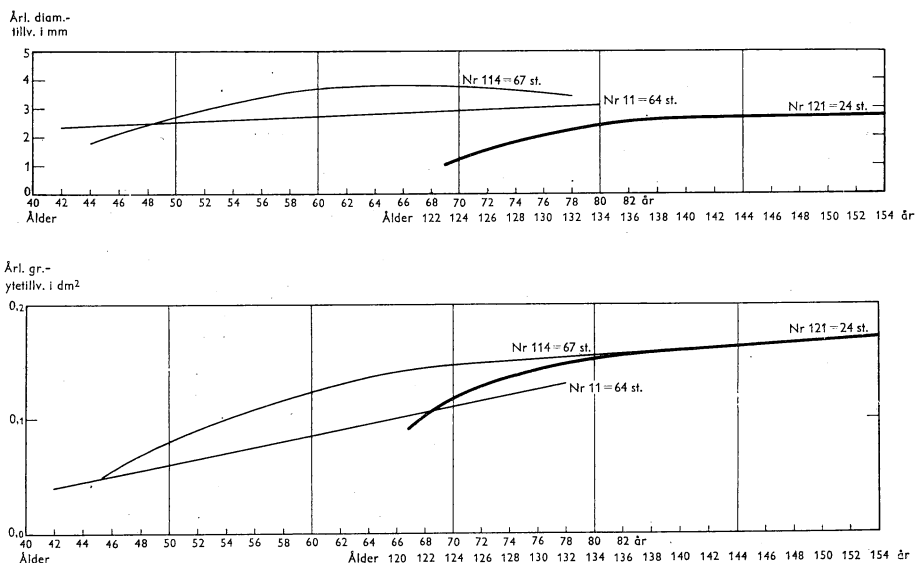


Fig. 1. Tallytorna 11, 114, 121. Diameterökning, resp. grundytetillväxt vid brösthöjd hos kvarvarande träd i gallrat bestånd.

Sample plots 11, 114, 121 (pine). Increment in diameter (above) and in basal area (below) of remaining trees in stands treated by thinning.

på Bons kronodomän, har behandlats först med svag låggallring, sedan med stark låggallring och mot slutet med extra stark låggallring. De 67 stammar som undersökts visa i början en kraftigt stigande årsringbredd, som kulminerar efter cirka 20 år, varefter den blir svagt fallande. Grundytetillväxten, som i början är starkt stigande, håller sig efter kulminationen konstant. — Ytan 121, Åkers häradsallmänning i Södermanland, representerar ett äldre stadium än de båda föregående. Den anlades år 1908 i 123-årig tallskog, som efter ett par låggallringar behandlades med ljushuggning. Årsringbredden stiger kraftigt i början men håller sig sedermera konstant, och som följd härav stiger grundytetillväxten först brant, sedan långsammare (se fig. 1).

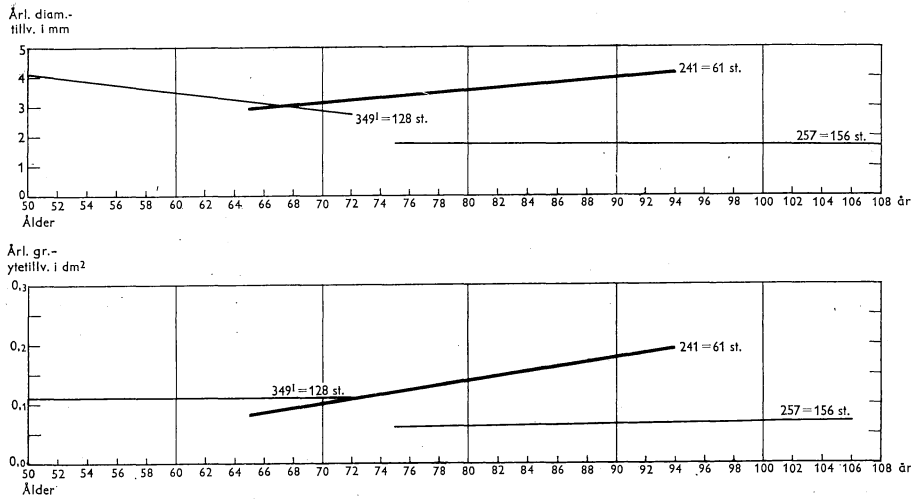


Fig. 2. Granytorna 349<sup>1</sup>, 241, 257. Diameterökning, resp. grundytetillväxt vid brösthöjd hos kvarvarande träd i gallrat bestånd.

Sample plots 349<sup>1</sup>, 241, 257 (spruce). Increment in diameter (above), and in basal area (below) of remaining trees in stands treated by thinning.

Beträffande granytorna kunna närmare upplysningar om ytorna 257 och 349 erhållas i Skogsforsöksanstaltens Exkursionsledare VI, 1923. Dessa ytor äro belägna resp. å kronoparkerna Ollestad och Stora Svältan i Västergötland. Ytan 241 ligger på Alkvättern och är ren granskog av hög bonitet. Som synes av fig. 2 är årsringbredden fallande på den yngsta ytan 349<sup>1</sup>, som har behandlats med stark låggallring, dock är den fallande tendensen ej starkare än att grundytetillväxten håller sig uppe. Troligen sammanhänger årsringens avtagande med den starka kvistrensningen i det täta planterade beståndet. Huruvida denna tendens under de rådande förhållandena skall anses vara normal eller ej, är det ej möjligt att uttala sig om. Ytan 241 däremot, som också behandlats med stark låggallring, uppvisar mellan 65 och 95 års ålder kraftigt stigande årsringar, under det att den krongallrade ytan 257 håller tillnärmelsevis konstant årsringbredd från 75 till 106 år.

Sammanfattningsvis kan det om såväl tall som gran sägas, att träden i kontinuerligt gallrad skog i olika åldrar ofta uppvisa stigande eller konstant årsringsbredd, och att som följd härav grundytetillväxten har en stigande tendens, som automatiskt överföres till en markerad ökning av volymtillväxten med åldern. Det kan därför i allmänhet icke anses vara berättigat att vid tillväxtprognoser räkna med en konstant volymökning. Vill man hålla sig på »den säkra sidan» kan man väl motivera hypotesen att *grundytetillväxten* håller sig vid konstant belopp under de perioder vi ha att räkna med vid skogsindelning. Därmed får TOR JONSONS uttalande i denna riktning beträffande tallen ett stöd genom föreliggande undersökning, som synes visa att hypotesen kan utsträckas även till granen utan att på något sätt förtjäna beteckningen optimistisk.

### *Andra problemet: den naturliga avgången*

En tillväxtprocentberäkning för en viss förfluten period kan framställas med hjälp av formeln  $k \cdot 1,0p^n = K$ , om  $K$  är slutkapitalet,  $k$  begynnelsekapitalet,  $n$  periodens antal år och  $p$  är procenten som skall bestämmas. Om man nu vet, att ett visst virkeskapital  $a$  har avverkats, torkat eller försvunnit under perioden och att uttaget kan hänföras till en tidpunkt  $n_1$  år, så blir ekvationen i stället  $(k \cdot 1,0p^{n_1} - a) \cdot 1,0p^{n_2} = K$ , där  $n_1 + n_2 = n$ . Vid skogsindelningsförättningarna utgår man från nukapitalet  $K$ , och begynnelsekapitalet  $k$  är okänt. Vi veta emellertid genom undersökning hur mycket de nu kvarvarande träden ha vuxit under perioden, och om detta belopp avdrages, erhålles de kvarvarande trädens begynnelsekapital  $k_1$ . Men  $k_1$  är mindre än  $k$  och så mycket mindre som begynnelsekapitalet av  $a$ . Om detta kallas  $a_1$  så är  $k = k_1 + a_1$ .

Om man vill beräkna den tillväxtprocent som verkligen har gällt för hela det ifrågasvarande materialet under undersökningsperioden behöver man känna till både  $a$  och  $a_1$  för att fullständigt kunna behärska problemet.

Vid taxeringarna förfar man emellertid allmänt på så sätt att tillväxtprocenten för en undersökningsperiod uträknas såsom  $k_1 \cdot 1,0p^n = K$ . Detta motiveras med att man just vill veta hur nuvarande kapital växer för att sedan använda dessa uppgifter för kalkyler framåt vid planläggning av kommande avverkningar. Kalkylen kan representeras genom ekvationen  $(K \cdot 1,0p^{n_1} - x) \cdot 1,0p^{n_2} = K_n$ , om  $K_n$  är det slutförråd man önskar efter  $n$  år,  $K$  är nuförrådet som nyss,  $p$  är den tillväxtprocent som skall användas för perioden  $n = n_1 + n_2$  år och  $x$  är den avverkning man vill beräkna.

Gentemot detta sätt att räkna finns det ingen allvarlig invändning att göra, om verkligen  $x$  får innefatta allt det virke som tas ut eller försvinner under perioden. Situationen kompliceras emellertid därigenom att virke försvinner även på annat sätt än genom avverkning. Detta inträffar framför allt på tidiga stadier där den naturliga avgången på grund av trängsel, sjukdomar och kalamiteter är stor, och ju längre tid som förflyter mellan avverkningsingreppen, desto mer betydande blir den posten.

Om nu avverkningsbeloppet  $x m^3$  är beräknat och fastställt så inträffar under dessa förhållanden ett av två ting, förutsatt att allt är rätt räknat. Antingen tar man ut hela beloppet  $x m^3$  genom avverkningen, vilket tillsammans med den naturliga avgången som tillkommer åstadkommer en minskning av slutförrådet  $K_n$  så att programmet inte går i lås. Eller också kan det programenliga slutförrådet  $K_n$  uppnås, men endast om avverkningen håller sig lägre än beräknade  $x m^3$ . I båda fallen slår alltså kalkylen fel om ingen hänsyn tas till den naturliga avgången.

Ett sätt att minska felet på  $x$  är att i ungsbogen göra ett avdrag från avverkningsbeloppet för sådana *dimensioner* som icke ekonomiskt eller tekniskt kunna utnyttjas. Dessa kunna behöva utfällas ändå för skogsvårdens skull, men de inräknas icke i avverkningsbeloppet. Detta är emellertid en sak som alltid bör tillämpas i föreliggande fall. Kvar står alltjämt att särskild hänsyn kan behöva tagas till de träd som dö och försvinna mer eller mindre spårlöst under perioden.

Vi utgå nu ifrån att standardmetoden för presentationen av tillväxtundersökningarnas resultat vid en taxering är en trädslagsvis grafiskt upplagd serie tillväxtprocenter över åldern, lika för alla boniteter.<sup>1</sup> Den utjämnade tillväxtprocenten — som bygger på principen  $1,0p^n = \frac{K}{k_1}$  — kommer sedan vid tillväxtprognosen till användning på sådant sätt, att vid sammansatt ränta tillväxtprocenten för en prognos från exempelvis 50 till 60 år avläses för periodens mittålder, alltså vid 55 år, etc. Tillväxtprocenten hänför sig alltså icke till en utförd undersökning av just det virkesförråd som den tillämpas på vid prognosen, utan hela serien procenter förskjutes en period framåt i tiden. Vid ett likartat och redan genomfört skogsvårdsprogram för alla åldrar är man dock berättigad anse att utjämnningen ger gott resultat. Men såsom förut har påpekats lider vår tillväxtprocentserie av det felet att det virke som försvinner genom naturlig avgång icke har fått inverka. Skulle emellertid vid seriens upprättande i stället för principen  $1,0p^n = \frac{K}{k_1}$  ha tillämpats principen  $1,0p^n = \frac{K}{k_1 + a_1}$ , där  $a_1$  är begynnelsekapitalet av de träd som försvunnit under perioden, så skulle vi ha erhållit en serie procenter som ligga lägre än de föregående. Denna lägre serie representerar den tillväxtprocent som uppnås under varje undersökt period, då vi utgå ifrån det verkliga begynnelsekapitalet, men som slutkapital insätta de träd som återstå efter reduktion genom naturlig avgång. Den över åldrarna utjämnade lägre serien tillväxtprocenter kunde användas på precis samma sätt som den tidigare och den är alldeles analog med denna, endast med den skillnaden, att vi nu ha tagit tillbörlig hänsyn till den naturliga avgången. Vid begagnandet av den korrigerade serien för prognoser tillämpas sålunda på det taxerade nuförrådet en tillväxtprocent som har uträknats för att ange hur mycket ett visst kapital har växt till då samtidigt en viss naturlig avgång äger rum, och det var ju dit vi ville komma.

<sup>1</sup> Därvid är att observera, att diskontprocenter skola uppläggas mitt över resp. provträds-materials ålder men procenter enligt sammansatt ränta mitt över undersökningsperiodens mitt-ålder.



Det är emellertid så vitt jag förstår omöjligt att praktiskt utföra tillväxtprocentberäkningen så som här har skisserats. Det enda som återstår för att få fram belägg för vilken betydelse synpunkten har är tydligen att göra specialundersökningar på särskilt väl registrerat material. Vi återkomma därför än en gång till skogsforskningens fasta försöksytor, där man relativt lätt kan konstatera dels vilka träd som ha försvunnit från den ena gallringen till den nästföljande och dels vilken kubikmassa dessa hade i början av perioden. Genom att sedan räkna ut tillväxtprocenten för varje period dels såsom  $1,0p_1'' = \frac{K}{k_1}$  och dels såsom  $1,0p_2'' = \frac{K}{k_1 + a_1}$  får man reda på vilken reduktion av den på vanligt sätt beräknade tillväxtprocenten som är behövlig inom olika åldersstadier.

Tyvärn finns det inte i skogsforskningsinstitutets material några mycket unga fasta gallringsytor, eftersom sådana brukas anläggas först i samband med den första gallringen. Jag har genom välvilligt tillmötesgående från institutets chef fått bearbeta två stycken ytor, en tallyta och en lövträdsyta. Tallytan bär numret 543 avd. I, med 5-årigt intervall starkt låggallrad tallskog på Jönåkers allmänning i Södermanland, där undersökningstiden sträcker sig från åldern 24 till åldern 49 år. Lövträdsytan har nummer 660 avd. II, är belägen nära Jacobsberg utanför Stockholm och utgöres av ett björk- och albestånd med underväxande gran; den är en orörd jämförelseyta, uppskattad med 5 års mellanrum och bearbetad från åldern 19 år till 29 år.

Räknar man i samma intervaller som gallringarna d. v. s. i 5-årsperioder, blir tekniken för undersökningens genomförande enkel nog, ehuru en hel del extra räknearbete erfordras. Se vi på tallytans första 5-årsperiod, som börjar med ett nygallrat bestånd av åldern 24 år och sträcker sig till och med åldern 29 år, så gäller det endast att skaffa uppgifter om begynnelseförrådet efter gallringen, slutförrådet före nästa gallring samt begynnelseförrådet av de träd som torkat under perioden. Dessa uppgifter kan man utan svårighet beräkna ur materialet eftersom varje stam är numrerad, korsklavad och försedd med beskrivande beteckningar, i huvudsak efter Schottes trädklassschema. I tabell 1 nedan återgivas de tillväxtprocenter enligt sammansatt ränta, som erhållits på de båda ytorna för olika 5-åriga åldersperioder. Den procentsiffra  $p_1$  som motsvarar vad som erhålles vid taxering här satts överst, och de enligt ovanstående resonemang för prognoser korrigerade värdena  $p_2$  stå omedelbart under dessa.

Tabell 1

Tillväxtprocenter enl. sammansatt ränta, 5-årsperioder

Försöksyta	19—24 år	24—29 år	29—34 år	34—39 år	39—44 år	44—49 år
543 I ..... $p_1$	—	11,2	7,8	6,5	5,0	4,1
Tall (pine) ..... $p_2$	—	11,0	7,8	6,5	5,0	4,1
660 II ..... $p_1$	9,2	4,9	—	—	—	—
Björk, al (birch, alder) ... $p_2$	6,5	3,0	—	—	—	—

I fråga om det starkt gallrade tallbeståndet kan man utan vidare konstatera, att man med de 5-åriga perioderna ej synes behöva någon korrektion för åldrar över 30 år. Redan mellan 24 och 29 år inträder likväl en förhöjning av det rätta procentvärdet (för prognoserna) med omkring 2 % (11,0 till 11,2 %), och detta ehuru beståndet var nygallrat då registreringens började. Man har därför anledning tänka sig att det även med 5-åriga gallringsperioder kan behövas en avsevärd sänkning av den enligt gängse metoder på kvarvarande träd konstaterade tillväxtprocenten för 20—25 år och än mer för tiden 15—20 år, etc. — Ännu allvarligare blir detta förhållande givetvis om gallringar och röjningar uppskjutas eller underlåtas, och ett exempel härpå utgör ytan 660<sup>II</sup>, där trängselverkan har åstadkommit stagnation och pressat ned den sökta tillväxtprocentens nivå ända till 6,5 resp. 3 % under så tidiga perioder som 19—24 år, resp. 24—29 år. Den behövliga reduktionen av den på sedvanligt sätt erhållna tillväxtprocentens värde — som även detta är mycket lågt — utgör ej mindre än 30 à 40 %, vilket innebär att den utan reduktion beräknade tillväxten blir 30 à 40 % för hög.

Det är långt ifrån sällsynt i mellersta Sverige — varifrån siffrorna hämtats — att längre gallringsintervall än 5-åriga förekomma, dock torde väl 10 år kunna sättas som övre gräns. Materialet tillåter även en bearbetning i 10-åriga perioder, då varannan gallring överhoppas, men detta kan inte utföras exakt. En metod har därför valts som ger ett *minimivärde* på den sökta skillnaden i tillväxtprocent. Undersökningen har utformats på följande sätt.

För de sammanslagna perioderna 24—29—34 år ha vi redan det totala begynnelseförrådet vid 24 år och slutkapitalet kvarvarande träd före gallringen vid 34 år. Det är också lätt att räkna ut begynnelsekapitalet vid 24 år för dessa kvarlevande träd, varav vi genast erhålla den på sedvanligt sätt för 10-årsperioden härledda tillväxtprocenten  $p_1$  för kvarvarande träd. Totala begynnelseförrådet tänkes nu få växa ut till ett slutförråd vid 34 år som består av nyssnämnda kvarlevande träd plus den del av det vid 29 år utgallrade förrådet som hade kunnat leva i ytterligare 5 år. Utväljandet av vad som kunde ha hållit sig vid liv har skett med ledning av de åsatta beteckningarna. Endast beteckningarna  $f$ , ( $f$ ),  $d$ ,  $\Delta$ ,  $e$ ,  $h$ ,  $sbj$ ,  $sbr$  bland dem som utgallrats vid 29 år ansågos ha varit dödsdomda om de skulle ha lämnats att kvarstå i ytterligare 5 år. Trots den utförda gallringen ha ju åtskilliga vid gallringstillfället bättre stammar dött. Det är påtagligt att en underskattning på detta sätt har skett av den naturliga avgången under ett 10-årigt intervall utan gallring, ty när en utglesning som här faktiskt skett mitt i perioden, så ha ljusförhållandena etc. förbättrats, så att åtskilliga individ ha kunnat hålla sig vid liv längre än eljest hade varit fallet. Likaså är det påtagligt att tillväxten har förbättrats genom gallringen, varför den nu erhållna tillväxtprocenten för prognos har förbättrats i jämförelse med vad som skulle ha varit fallet med en i verkligheten genomförd 10-årsperiod utan gallring. Även med dessa reservationer har emellertid beräkningarnas resultat sitt stora intresse i detta sammanhang, ty de visa att man minst måste räkna med de nu erhållna korrektionerna i ett motsvarande fall. Siffrorna anföras i tabell 2, som är uppställd

Tabell 2

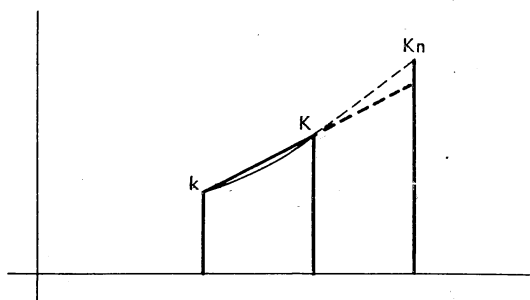
Tillväxtprocenter enl. sammansatt ränta, 10-årsperioder

Försöksyta	19—29 år	24—34 år	29—39 år	34—44 år	39—49 år
543 I..... $p_1$	—	9,1	6,8	5,5	4,4
Tall (pine)..... $p_2$	—	8,6	6,8	5,3	4,1
660 II..... $p_1$	7,6	—	—	—	—
Björk, al (birch, alder)..... $p_2$	4,8	—	—	—	—

likadant som den föregående tabellen. För den starkt gallrade tallskogen behövs för 10-årsperioden 24—34 år, alltså för en tillväxtprocent som i tiden hänför sig till 29 år, en reduktion från 9,1 till 8,6 %, en sänkning alltså av  $1/2$  % eller med 5,5 % räknat på procentvärdet. För nästa 10-årsperiod fås här ingen differens — utslagen äro ej fullt regelbundna — men sedan ligger den behöfliga reduktionen vid 0,2 à 0,3 % d. v. s. vid 4 à 7 % av det för kvarvarande förråd erhållna procentvärdet. Då man betänker, att här anförda korrektioner måste betecknas såsom minimivärden på den reduktion som behövs på grund av den naturliga avgången, måste man finna det förhållandet värt all uppmärksamhet att verkningarna av den naturliga avgången vid 10-årsintervall för gallringarna tydligt sträcker sig ända upp till 50-årsåldern. Ju yngre stadier det är fråga om desto starkare måste man anse att reduktionen är, även i relativt mått, trots den något ojämna tendensen i tabell 2. — Detta visar sig också i det andra exemplet, beträffande den orörda lövskogen under perioden 19—29 år, där den erforderliga ändringen belöper sig till 2,8 % på 7,6 % d. v. s. 37 % av procentsiffran, alltså 37 % av den vid prognosen beräknade tillväxten.

### Sammanfattning

Beträffande den funktion som lägges till grund för tillväxtberäkningen ger undersökningen stöd för ståndpunkten att den sammansatta räntan är bättre än diskontprocenten. Av fig. 3 framgår det att en extrapolering efter den räta linjen måste leda till avsevärt för lågt resultat vid en prognos, så snart som sambandskurvan är konkav uppåt, vilket alltid är förhållandet i yngre skog. Då beståndet blir mycket gammalt måste dock till sist ett avtagande inträda i fråga om de enskilda trädens absoluta tillväxt per år, och däremellan får man tänka sig ett område, där tillväxtbeloppet håller sig konstant. I dessa stadier passar inte den sammansatta räntans princip längre, och det är därför fullt motiverat att här tillgripa diskonträkning. Såsom förut har visats (PETRINI: Tillväxtprocentens beräkning, Medd. h. 22 nr 4, 1925) spelar det emellertid ingen nämnvärd roll vilken funktion man begagnar i de sista stadierna av utvecklingen, då tillväxtprocenten är låg. Däremot spelar det stor roll att man vid vissa kalkyler, vari ekonomiska moment ingå, kan räkna med samma funktion när det gäller kubikmeter som när det rör sig om pengar. Vidare har man till för-



*Fig. 3. Extrapolering efter diskontprocentberäkning följer den räta linjen, under det att den stigande massatillväxten följer kurvan konkavt uppåt. Tillväxtbeloppet underskattas.*

The usual prognosis is made according to the straight line; the increment will be underrated for a stand where the trees produce an accelerated increment, which is the normal case.

fogande räntetabeller som i hög grad underlätta beräkningar efter principen sammansatt ränta, under det att ofta svårigheter uppstå vid användning av enkel ränta, så snart som komplikationer i form av vid skilda tidpunkter inlagda avverkningar tillkomma (se härom PETRINI: Räkneproblem med tillväxtprocenter vid avverkningsberäkning, Sv. skogsv. fören:s tidskr. 1949). Vad beträffar speciellt diskontprocenten är det också besvärande, att dennas absoluta maximistorlek är begränsad till 10 %, om undersökningsperioden är 10 år, eftersom slutkapitalet då minskas med  $1/10$  av sitt ursprungliga värde varje år, varför det blir = 0 på 10 år.

Detta är vad som behöver sägas angående det första problemet, som rörde själva funktionen. Oberoende av vilken funktion som accepteras uppkommer det andra problemet om vilken reduktion av de vid en undersökning erhållna tillväxtprocentvärdena som är behövlig för att en prognos byggd på dem ej skall ge alltför höga värden av den anledningen att den naturliga avgången ej har tagits med i beräkningen.

Det material, som nu har kunnat anskaffas för att belysa problemets storleksordning, är rätt obetydligt och mindre signifikativt än önskvärt på grund av att de allra tidigaste åldersstadierna saknas. Det vore därför av stort intresse för ifrågasvarande spörsmåls lösning om skogsforskningsinstitutet kunde ägna uppmärksamhet åt att undersöka utvecklingen i bestånden från plantstadiet och in i ungsogsstadierna särskilt med tanke på att registrera stamantalets och kubikmassans reduktion genom självgallring.

De här anförda siffrorna synas ge vid handen att problemet saknar betydelse för stadier över 30 års ålder under förutsättning av intensiv gallring med intervaller som ej överstiga 5 år. Principiellt saknar synpunkten dock ej betydelse även under intensiva gallringar, eftersom det får anses att de utgallrade träden växa sämre än de kvarställda, och vid skogsindelning blir det endast de kvarstående som undersökas, men det ser ut som om detta ej skulle spela någon roll praktiskt. — Vid mindre inten-

sivt gallringsbruk, med intervaller omkring 10 år, kan en inverkan spåras ända upp till 50-årsåldern. På grund av dessa resultat bjuder försiktigheten att man vid utjämnningen av tillväxtprocentkurvor över åldern håller sig något i underkant när det gäller ungskogarna.

Beträffande de allra tidigaste stadierna före 20-årsåldern vet man för närvarande ingenting om hur stark reduktion som på grund av avgången kan vara behövlig med avseende på i fältet undersökt tillväxtprocent för de nu kvarvarande träden. Den reella tillväxten för skog i denna ålder torde därför säkrare kunna uppskattas med hjälp av produktionstabeller för ifrågavarande bonitet än genom sedvanliga prognoser med hjälp av tillväxtprocenter. Detsamma gäller också för *avverkningsberäkningar* i skog under 20 år, där den lokala erfarenheten har större vitsord än en kalkyl av det slag som tillämpas för den äldre skogen.

### *Summary*

## *Prognosis of Increment for Calculation of Cutting.*

### *First problem: the function*

It is important that the right function should be used in cases of extrapolation. This is illustrated by Fig. 3. If the increment of the trees is rising, the increment will be underestimated by using the straight line. The old Swedish method for calculating future increment is based on a linear relationship: the increment percentage is ascertained according to the formula  $p = \frac{100}{n} \cdot \frac{K - k}{K}$  and this percentage is used for the next period of  $n$  years, putting  $K_n = K(1 + \frac{np}{100})$ .  $K$  is the estimated volume at present,  $k$  is the volume  $n$  years ago, and  $K_n$  is the calculated volume  $n$  years after now.

Figures 1 and 2 show the growth of trees in a continually thinned stand. It is very easy to prove mathematically that a constant annual ring means an increasing addition in basal area, and a still more increasing volume of the tree. As the growth in basal area is never diminished in the examined material and even the annual rings very often tend to increase in size, we may regard it as a normal case that the volume is growing according to the curved line in Fig. 3. This implies that *the function of compound interest* better represents the development of volume increment than the linear relationship.

### *Second problem: the loss by nonregistered dying trees*

The usual investigation made in regard to increment leads to a series of percentages for different ages, represented by a smooth curve showing increment percentages diminishing with age. This curve may be used for a prognosis in the following way. The standing volume of a certain age-class is  $Km^3$  at the age  $a$ , and we reckon ahead for  $n$  years with a cutting equalling  $x m^3$  in the middle of this period. The remaining volume  $n$  years after now is calculated as  $K_n = (K1,0p^{n/2} - x) 1,0p^{n/2}$ , and  $p$  is taken out from the increment

percentage curve at the age  $a + n/2$  years.  $K_n$  may be taken from a yield table and then the volume to be cut,  $x$ , is easily computed.

This however involves a systematical error due to the fact that our percentage curve is derived from the growth of *remaining* trees, not taking into account the loss arising from unregistered trees dying during the period. This loss is considerable only in young ages.

The author has studied two sample plots, No. 543<sup>I</sup> pine, treated by heavy low thinning quinquennially, and No. 660<sup>II</sup>, unthinned young birch and alder in a mixed stand. The increment percentage  $p_1$  according to the rules of compound interest has been computed for the remaining trees for periods of 5 years and 10 years respectively (see Tables 1 and 2). For the same periods the annual percentual increment has also been ascertained, taking the vanishing trees into account. In the latter case the notations used in the

formula  $1,0p_2^n = \frac{K}{k_1 + x_1}$  mean:

$K$  volume of the trees remaining at the end of the period,

$k_1$  volume  $n$  years earlier of the trees remaining at the end of the period,

$x_1$  volume  $n$  years earlier of trees vanished during the period.

The percentage  $p_2$  is the figure we want, and  $p_2$  is lower than  $p_1$ . On comparison between  $p_1$  and  $p_2$  in Tables 1 and 2 we find that there is no appreciable difference for ages over 30 years if heavy thinnings are carried out quinquennially. But if the thinnings are made with a long interval, e. g. 10 years, the difference is noticeable rather high up in the ages (up to 50 years); and if the forest is not thinned at all, then the losses make a most considerable difference in the figures.

Material is lacking for the very young ages, for whom the question is most important. It is therefore advisable not to use increment percentages based on investigated remaining trees for forest younger than 20 years.