



# **Mätfel i provträdsvariabler och dess inverkan på precision och noggrannhet i volymskattningar**

- En jämförelse mellan Näslunds och Brandels volymfunktioner, baserad på Riksskogstaxeringens provträdsdata 1988-1992

**Nils Broman  
Jan Christoffersson**

**Arbetsrapport 61 1999**

---

SVERIGES LANTBRUKSUNIVERSITET  
Institutionen för skoglig resurshushållning  
och geomatik  
S-901 83 UMEÅ  
Tfn: 090-786 58 25 Fax: 090-14 19 15, 77 81 16

ISSN 1401-1204  
ISRN SLU-SRG-AR--61 --SE

## Innehållsförteckning

1	Bakgrund.	sid 1
2	Syfte.	sid 1
3	Beskrivning av arbetsmetod och grunddata.	sid 2
3.1	Volymfunktioner som testats.	sid 2
3.2	Testområden.	sid 2
3.3	Hur beräknas mätfelen?	sid 3
3.4	Systematiska skillnader mellan funktionerna.	sid 4
3.5	Simulering av mätfel.	sid 4
3.6	Funktionernas känslighet för mätfel.	sid 4
4	Resultat.	sid 6
4.1	Mätfelens storlek i Riksskogstaxeringen.	sid 6
4.2	Skillnader i mätfel på tillfälliga och permanenta provytor.	sid 7
4.3	Systematiska skillnader mellan funktionerna.	sid 8
4.3.1	Test på 333 granar i Jönköpings län.	sid 8
4.3.2	Test på 265 granar i Västerbottens kustland.	sid 9
4.3.3	Test på 237 tallar i Jönköpings län.	sid 10
4.3.4	Test på 442 tallar i Västerbottens kustland.	sid 11
4.4	Funktionernas känslighet för mätfel - noggrannheten.	sid 11
4.5	Funktionernas känslighet för mätfel - precisionen.	sid 13
4.5.1	Volymfunktioner för gran i södra Sverige.	sid 13
4.5.2	Volymfunktioner för gran i norra Sverige.	sid 15
4.5.3	Volymfunktioner för tall i södra Sverige.	sid 17

4.5.4	Volymfunktioner för tall i norra Sverige.	sid 18
4.6	Känslighetsanalys- vilka mätfel tillåts?	sid 20
4.6.1	Volymfunktioner för gran i södra Sverige.	sid 21
5	Diskussion.	sid 21
5.1	Noggrannhet eller precision - vad är viktigast?	sid 21
6	Sammanfattning.	sid 24

Bilaga 1 - Sammanställning av grunddata som testerna baseras på.

Bilaga 2 - Räkneexempel med Näslunds tallfunktion (5 och 6) och tillhörande räkneschema.

Bilaga 3 - Näslunds funktioner och spridningen kring dessa.

Bilaga 4 - Brandels funktioner och spridningen kring dessa.

Bilaga 5 - Analytisk beräkning av systematiska fel som uppkommer till följd av mätfel.

## Bakgrund

Riksskogstaxeringen införde 1983 mätning av en övre diameter på provträd. Övre diametern anges i cm och har mätts med en sk stångklave på 3 eller 5 meters höjd, beroende på provträdets storlek. Tanken med denna diametermätning har varit att utnyttja Brandels volymfunktioner (funktionstyperna 05 och 09) för att höja precisionen (spridningen) och noggrannheten (systematisk avvikelse från sant värde) i volymskattningarna.

Riksskogstaxeringen valde att tillfälligt för fältsäsongen 1993 slopa mätning av övre diameter på grund av resursbrist. Man ställdes nu inför en situation då man kunde välja mellan att för 1993 års material tilldela provträd en övre diameter (direkt genom övre-diameter-funktioner eller indirekt genom översättningsfunktioner Näslundsvolym → Brandelvolym) eller att använda sig av Näslunds eller Brandels funktioner som nyttjar brösthöjdsdiameter, trädhöjd, krongränshöjd och barktjocklek.

Vid arbetet med tilldelningsfunktioner uppkom snart frågeställningen om hur den slutliga precisionen i volymskattningar påverkas av osäkerheter i tilldelningsfunktioner samt mätfel i oberoende variabler som ingår i såväl tilldelningsfunktioner som olika volymfunktioner. För att försöka ge svar på detta, tillkom denna studie vars syften sammanfattas nedan.

## Syfte

Denna studie har haft som syfte att ge svar på följande frågeställningar:

- Hur stora är mätfelen för de variabler som mäts på Riksskogstaxeringens provträd?
- Vilka systematiska skillnader i volymskattningarna kan man räkna med vid övergång från Näslunds till Brandels volymfunktioner?
- Vilka systematiska fel uppstår till följd av slumpmässiga mätfel i de oberoende variablerna?
- Hur känsliga är olika volymfunktioner för slumpmässiga mätfel i de oberoende variablerna?
- Hur stort slumpmässigt mätfel tillåts vid mätning av övre diameter för att man skall erhålla en höjning av precisionen vid övergång till volymfunktioner med övre diameter (ex Brandels funktionstyper 05 och 09)?

- Motiverar den faktiska precisions- och noggrannhetsvinsten (vid givna mätfel) den extrakostnad som mätning av övre diameter på provträd innebär?

## **Beskrivning av material och metoder**

För att få en uppfattning om mätfelens storlek användes Riksskogstaxeringens provträd som mätts av såväl orinarie taxeringslag som kontrolltaxeringslag under 1988-1992. Analysen omfattar trädslagen tall och gran och endast träd med brösthöjdsdiameter >50 mm. En uppdelning av materialet har gjorts med avseende på tillfällig eller permanent provyta, trädslag och diameter (5 cm-klasser). De mätvariabler som ingår är brösthöjdsdiameter (D), trädhöjd (H), krongräns (K), övre diameter (ÖD) och dubbel barktjocklek (B).

### Volymfunktioner som testats

Fem olika volymfunktioner för beräkning av stamvolym på bark har testats, dels Näslunds större och mindre funktioner, dels Brandels motsvarigheter samt Brandels funktioner med övre diameter (på 3m resp 5m höjd). Samtliga funktioner avser stamvolym ovan stubbe. Följande beteckningar har använts för funktionerna:

Näslund(1): Näslunds "mindre" funktioner på bark med enbart brösthöjdsdiameter och trädhöjd som oberoende variabler.

Näslund(2): Näslunds "större" funktioner på bark med brösthöjdsdiameter, trädhöjd och krongränshöjd. För tallfunktionerna ingår dessutom dubbel barktjocklek.

Brandel(1): Brandels motsvarighet till Näslund(1), dvs enbart brösthöjdsdiameter och trädhöjd som oberoende variabler.

Brandel(2): Brandels motsvarighet till Näslund(2) med brösthöjdsdiameter, trädhöjd och krongränshöjd. För tallfunktionerna ingår dessutom dubbel barktjocklek.

Brandel(3): Brandels funktioner med brösthöjdsdiameter, trädhöjd och en övre diameter mätt på 3 eller 5 meters höjd. För samtliga diameterklasser utom den lägsta (5-9.9 cm) har funktionerna med övre diameter på 5 meters höjd använts.

### Testområden

För analysen har valts provträd inventerade i Jönköpings län 1990 för att spegla sydlännska förhållanden (funktionerna för södra Sverige). För norra Sverige (funktionerna för norra

Sverige) har valts provträd inventerade inom Västerbottens kustland 1990. Provträdsantal och provträdsdata fördelat på trädslag och diameterklasser redovisas i bilaga 1.

### Hur beräknas mätfelen?

Studien avser endast slumpmässiga mätfel och för beräkning av mätfels-varianser har differensen mellan kontrolltaxeringens (KONTROLL) mätvärde och ordinarie (ORD) lags värde använts. Variansen för denna differens (KONTROLL-ORD) har beräknats för varje trädslag, variabel och diameterklass uppdelat på tillfälliga och permanenta provytor. Variansen har sedan dividerats med 2, för att till sist skalas om till standardavvikelse. De antaganden som detta bygger på är att kontrolltaxeringens och ordinarie lags mätfel för ett visst träd är oberoende och utan systematiska fel. Vidare antas att spridningen för kontrolltaxeringens mätningar är lika stora som ordinare lags (om detta inte skulle vara uppfyllt utan kontrolltax-laget hade lägre spridning skulle man dividera med ett tal lägre än 2).

För tilldelning av mätfelens standardavvikelse har trädslagsspecifika linjära funktioner tagits fram. Med dessa funktioner beräknas mätfelens standardavvikelse för det enskilda trädet utifrån trädets brösthöjdsdiameter (D). En funktion per oberoende variabel och trädslag har tagits fram och samtliga funktioner baseras på provträd från permanenta ytor som alltså använts som norm.

Parallellt med denna "normal"-nivå har en nivå med "större" mätfel testats. För att definiera nivån med "större" mätfel har mätfelen på tillfälliga provytor använts. Dessa två nivåer indikerar skillnader i mätfel vid olika inventeringssituationer. En förklaring till dessa skillnader är att man på permanenta provytor vid återinventering har tillgång till data från närmast föregående inventeringstillfälle, för de provträd som mättes då. Denna information utnyttjas vid sk rimlighetstest, där aktuellt mätvärde för en viss variabel jämförs med motsvarande värde vid föregående inventering. Datasamlaren ger en varning om avvikelsen mellan mättillfällena ligger utanför ett definierat intervall. Genom denna test elimineras således större delen av "grova" fel som ex. avläsnings- och registreringsfel.

Förutom dessa två mätfels-nivåer har en känslighetsanalys gjorts, där mätfel för övre diameter tillåts variera, medan mätfelen för övriga variabler hållits konstanta. Detta gjordes för att få en uppfattning om hur mätkvaliteten av övre diametern påverkar precisionen i volymskattningen. Denna känslighetsanalys skulle indikera vilket som mätfel tillåts vid mätning av övre diameter, för att precisionsvinst skall erhållas vid övergång från Brandels funktioner utan övre diameter till de med övre diameter?

### Systematiska skillnader mellan funktionerna

Som första steg i analysen klassindelades provträden som valts ut inom respektive testlän i 5cm-klasser. För denna analys har beräknats en volym för varje enskilt träd med respektive funktion. Brandel(3) sattes som referens ("facit") och volymdifferens mellan respektive funktionsvärde och Brandel(3) har beräknats (sk parat stickprov), samt medelfelen för differenserna. Detta gjordes för samtliga fem funktioner för att visa på ev systematiska skillnader mellan funktionerna. Denna analys speglar en ideal mätning, d v s kubering av träd utan mätfel i de oberoende variablerna.

### Simulering av mätfel

Sedan standardavvikelsen för mätfel beräknats för variablerna D, H, K, ÖD, B och på varje enskilt provträd, har den beräknade standardavvikelsen multiplicerats med normalfördelade slumpstal,  $N(0,1)$  och därmed erhålls mätfelet. Det simulerade mätfelet har sedan adderats till det faktiska uppmätta värdet för respektive oberoende variabel på provträdet. Uppsättningen slumpstal (ett slumpstal per oberoende variabel) har genererats med SAS slumpstalsgenerator. Startvärdena som nyttjats av slumpstalsgeneratoren har slumpmässigt uppdaterats vid varje ny simulering. Totalt har 500 simuleringar gjorts för varje funktionstest.

### Funktionernas känslighet för mätfel

Studien omfattar ett test av hur noggrannhet och precision påverkas av mätfel som tilldelats enligt ovan. De 500 simuleringar som gjorts skall spegla upprepade mätningar av samma träd. För varje simulering har volymen för "typträdet" inom respektive diameterklass beräknats, som ett aritmetisk medelvärde ( $\bar{V}_k$  i klassen k) av de kuberade träden ingående i diameterklassen k.

För att undersöka om noggrannheten påverkas av mätfel, har klassvis medelvolym beräknad utan mätfel ("sann" volym) jämförts med medelvolym enligt simuleringarna. För funktionerna har dessutom motsvarande test beräknats analytiskt och redovisas i bilaga 5.

Mätfelens inverkan på precisionen har testats genom att beräkna standardavvikelsen för respektive typträds volym i simuleringarna. Detta skall spegla tillskottet av osäkerhet vid volymkattningar för olika diameterklasser som tillkommer när mätfel i de oberoende variablerna införs.

Slutligen har den "totala" spridningen kring respektive funktion beräknats enligt följande:

-För Näslunds funktioner finns spridningen kring formtalsfunktionerna redovisad som standardavvikelsen i procent av det skattade formtalet (se bilaga 3). För att få ett uttryck för spridningen kring volymfunktionerna har variansen definierats som:

$$\text{VAR (Volym)} = \text{VAR (Formtal} * \text{GH)} = \text{VAR (Formtal)} * (\text{GH})^2.$$

För att skatta variansen har data från ett räkneschema presenterat av Näslund (se bilaga 2) använts. Näslund beräknade formtalen som en kvot mellan volym uttryckt i  $\text{dm}^3$  och produkten grundyta\*höjd (GH) uttryckt i  $\text{m}^2 * \text{m}$  (formtalet uttryckt i tusendelar). Variansen för skattning av volym enligt funktionen nr 9 ("större" funktionen för tall under bark, södra Sverige) inom diameterklass 10- cm har testats på följande sätt:

- 1) Relativ standardavvikelse kring funktion nr 5 är 8.17% (se bilaga 3). Det skattade formtalet för diameterklass 10- cm var 528.9 (bilaga 2). Variansen för denna skattning blir:  $(0.0817 * 528.9)^2 = 1867.2$ .
- 2) Produkten (GH) var för denna klass  $0.1717 \text{ m}^2 * \text{m}$  (bilaga 2).
- 3) Variansen för volymsskattningen blir:  $1867.2 * (0.1717)^2 = 55.0$  och standardavv =  $7.4 \text{ dm}^3$ .
- 4) Skattad medelvolym för klassen 10- cm var  $91 \text{ dm}^3$  (bilaga 2) och medelfel för volymsskattningen på  $(7.4 / 91) = 8.15\%$ .

Testet ovan visar på god överensstämmelse mellan medelfel för formtalskattning och volymsskattning. Motsvarande test har gjorts för samtliga 5 cm-klasser enligt tabell 13 och det relativa medelfelet varierar mellan 8.15 och 8.17%. Med stöd av detta test, användes de relativa medelfel som redovisats för formtalsfunktionerna (se bilaga 3) vid beräkning av den "totala" spridningen för volymsskattningarna.

-För Brandels funktioner finns spridningen kring formtalsfunktionerna redovisad som standardavvikelsen (Sf) kring volymfunktionerna i logaritmerad form (se bilaga 4). Eftersom att Brandel använt 10-logaritmen, måste detta värde multipliceras med  $\ln 10$  för att motsvara relativt medelfel. Det relativa medelfelet (%) har därför beräknats som  $100 * \ln 10 * (\text{Sf})$ .

För varje funktion har den "totala" spridningen beräknats diameterklassvis, och uttrycks i procent av den av funktionen skattade medelvolymen i klassen (volymen för "typträdet"):

1) Spridning orsakad av osäkerhet i funktionerna (Sf) räknades ut i absoluta tal genom att multiplicera relativa medelfel med medelvolymen  $\bar{v}_k$  i klassen k. Denna spridning benämnes S1.

2) Spridning orsakad av mätfel erhöles från simuleringarna (uppdelat på diameterklasser) och benämnes S2.

3) Den totala spridningen (S-tot) beräknades i absoluta tal som:  $\sqrt{S1^2 + S2^2}$ , och i relativa tal (%):  $100 * \sqrt{S1^2 + S2^2} / \bar{v}_k$ .



Den totala spridningen uttryckt i relativa tal har sedan använts för att rangordna de olika funktionerna med avseende på precision och kan sägas spegla funktionernas känslighet för mätfel med avseende på precision.

## Resultat

### Mätfelens storlek i Riksskogstaxeringen

En uppdelning av 1988-1992 års taxeringsmaterial har gjorts med avseende på tillfällig eller permanent provyta, trädslag och diameter (5 cm-klasser). De variabler för vilka mätfelens standardavvikelse har beräknats var brösthöjdsdiameter (D) i mm, trädhöjd (H) i dm, krongräns (K) i dm, övre diameter (ÖD) i cm och dubbel barktjocklek (B) i mm. Beräkning av standardavvikelser för dubbel barktjocklek baseras dock på provträdsdata från tillfälliga provytor inventerade 1983-1987 (dubbel barktjocklek mättes inte efter 1987 utan tilldelas nu via funktioner). Som "normal" nivå har standardavvikelse från mätningar av provträd på permanenta provytor beräknats. För varje variabel och trädslag (tall och gran) har standardavvikelsen för mätfel inom varje diameterklass beräknats. De genomsnittliga mätfelstandardavvikelsen sett över alla diameterklasser var:

*Enligt "normal-nivå", dvs baserat på provträd mätta på permanenta ytor, **gran**:*

Diameter (2.9 mm), höjd (4.7 dm), krongräns (3.4 dm), övre diameter (0.6 cm) och dubbel barktjocklek (1.9 mm).

*Enligt "normal-nivå", dvs baserat på provträd mätta på permanenta ytor, **tall**:*

Diameter (2.7 mm), höjd (4.8 dm), krongräns (4.8 dm), övre diameter (0.7 cm) och dubbel barktjocklek (3.6 mm).

I nästa steg utjämnades mätfelens standardavvikelse mot brösthöjdsdiametern med enkel linjär regression och en mätfelfunktion per trädslag och variabel erhöles:

*Diameter (D) anges i mm, **funktioner för gran**:*

$$\text{Mätfel(diameter, mm)} = 1.07 + 0.0076 * D \quad \text{Korr} = 0.96$$

$$\text{Mätfel(höjd, dm)} = 2.21 + 0.009 * D \quad \text{Korr} = 0.84$$

$$\text{Mätfel(krongräns, dm)} = 2.44 + 0.0044 * D \quad \text{Korr} = 0.70$$

$$\text{Mätfel(övre diameter, cm)} = 0.31 + 0.001 * D \quad \text{Korr} = 0.89$$

$$\text{Mätfel(dubbel bark, mm)} = 1.26 + 0.0028 * D \quad \text{Korr} = 0.90$$

*Diameter (D) anges i mm, funktioner för tall:*

Mätfel(diameter, mm) = 1.43 + 0.0057*D	Korr = 0.85
Mätfel(höjd, dm) = 2.20 + 0.01*D	Korr = 0.83
Mätfel(krongräns, dm) = 2.48 + 0.008*D	Korr = 0.75
Mätfel(övre diameter, cm) = 0.53 + 0.0007*D	Korr = 0.58
Mätfel(dubbel bark, mm) = -0.50 + 0.016*D	Korr = 0.96

#### Skillnader i mätfel på tillfälliga och permanenta provytor

Nedan presenteras förhållandet mellan mätfelens standardavvikelse på tillfälliga och permanenta ytor för de olika variablerna fördelat på tall och gran (dock inte för dubbel barktjocklek då denna mätning inte utförts på permanenta ytor). Resultatet av testet visar att mätfelens standardavvikelse genomgående är lägre för mätningar av provträd på permanenta provytor, än för motsvarande mätningar på tillfälliga provytor:

*Mätfelens standardavvikelse för provträd mätta på tillfälliga provytor i förhållande till motsvarande på permanenta provytor, gran:*

Diameter = 1.09	(+ 9 %)
Höjd = 1.07	(+ 7 %)
Krongräns = 1.27	(+ 27 %)
Övre diameter = 1.63	(+ 63 %)

*Mätfelens standardavvikelse för provträd mätta på tillfälliga provytor i förhållande till motsvarande på permanenta provytor, tall:*

Diameter = 1.21	(+ 21 %)
Höjd = 1.14	(+ 14 %)
Krongräns = 1.17	(+ 17 %)
Övre diameter = 1.45	(+ 45 %)

Med stöd av jämförelsen ovan, gjordes motsvarande simuleringar som för "normala" mätfel men med en nivå för "större" mätfel. De genomsnittliga "större" mätfels-standardavvikelserna sett över alla diameterklasser var:

*Enligt "större fel-nivå", dvs baserat på provträd mätta på tillfälliga ytor, gran:*

Diameter (3.2 mm), höjd (5.0 dm), krongräns (4.3 dm), övre diameter (0.9 cm) och dubbel barktjocklek (1.9 mm).

Enligt "större fel-nivå", dvs baserat på provträd mätta på tillfälliga ytor, tall:

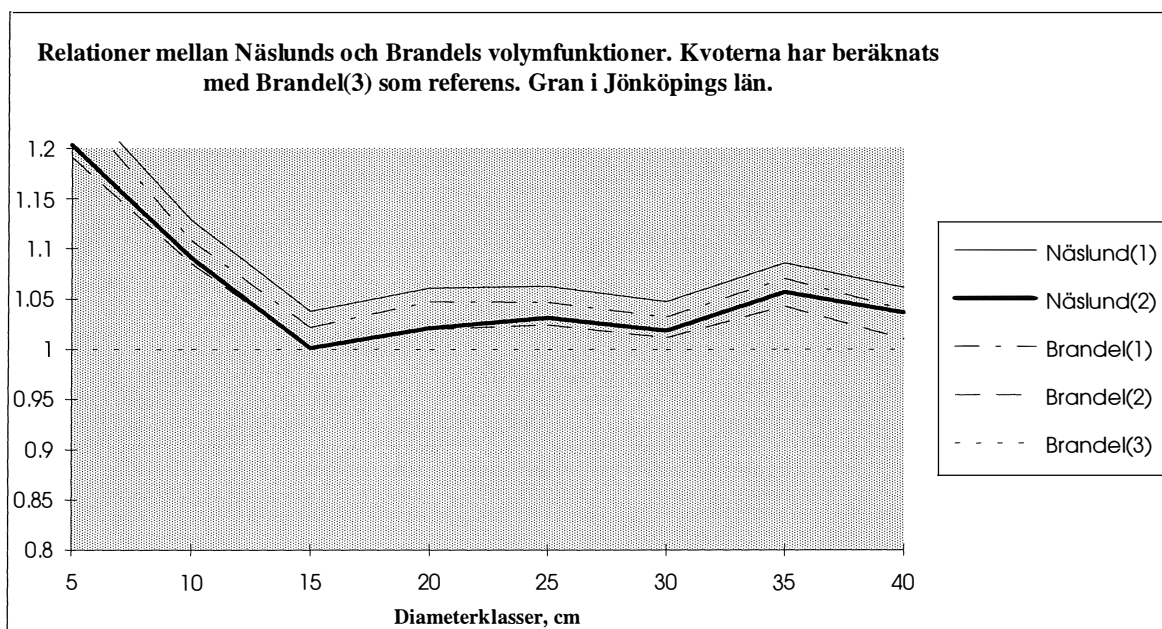
Diameter (3.3 mm), höjd (5.5 dm), krongräns (5.6 dm), övre diameter (1.0 cm) och dubbel barktjocklek (3.6 mm).

#### Systematiska skillnader mellan volymfunktionerna

Tidigare studier av bl a Johan Swärd har visat på systematiska skillnader mellan Näslunds och Brandels funktioner (studien omfattade dock inte Brandel(3)). Här har en jämförelse gjorts mellan de fem funktionerna och med samma provträdsdata som ligger till grund för simuleringarna. Denna analys har gjorts på trädnivå (sk parat stickprov) och speglar nivå-skillnader mellan olika volymfunktioner vid kubering av träd (utan mätfel i de oberoende variablerna). Utgångspunkt för analysen är att Brandel(3) genom mätning av övre diameter är den av de fem funktionerna som på bästa sätt fångar upp trädens avsmalning (variation i trädform) och ger högst noggrannhet i volymskattningar av enskilda träd. Brandel(3) har i första hand jämförts med funktionerna som utnyttjar krongränshöjd (Näslund(2) och Brandel(2)), för att uttrycka avsmalningen.

*Test på 333 granar i Jönköpings län:*

Sett över samtliga diameterklasser överskattade de fyra funktionerna (utan övre diameter) volymen. Näslund(1) överskattade volymen med 6.3%, Näslund(2) med 3.3%, Brandel(1) med

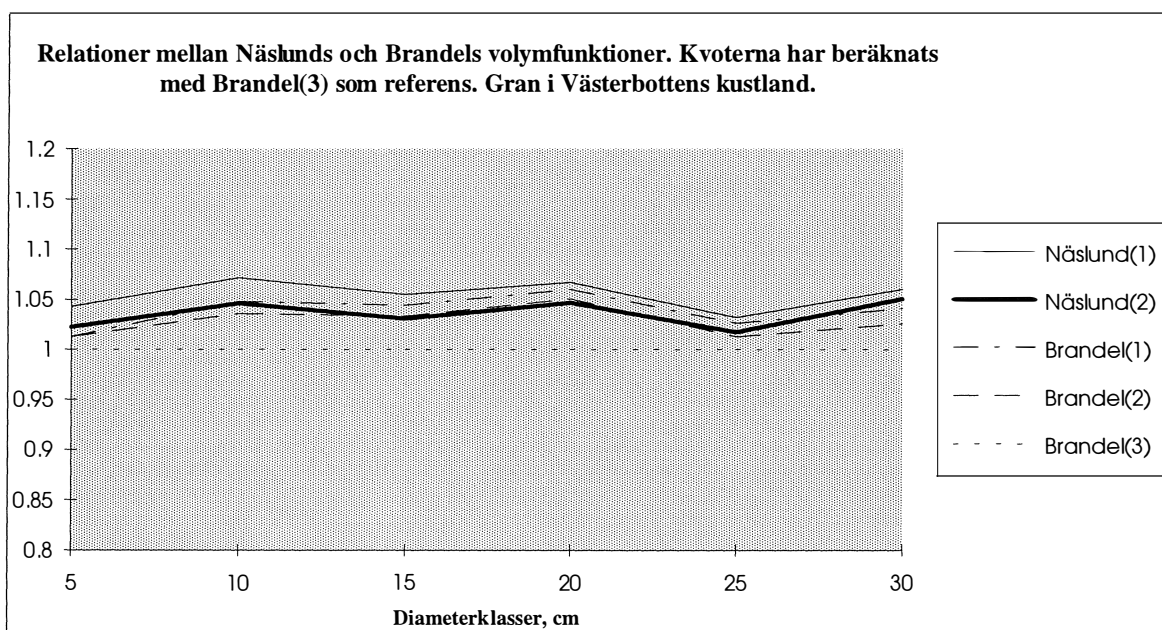


Figur 1. Systematiska skillnader mellan volymfunktioner för gran, södra Sverige. Test på 333 provträd i Jönköpings län.

4.6% och Brandel(2) med 2.1%. Relationerna mellan funktionerna redovisas i figur 1. Överskattningarna med Näslund(1) och Brandel(1) var signifikanta för samtliga diameterklasser, medan överskattningen med Näslund(2) var signifikant för de två lägsta och den högsta diameterklassen. Brandel(2) gav signifikanta överskattningar för de två lägsta och de två högsta diameterklasserna. Överskattningarna varierade mellan olika diameterklasser och låg inom intervallet 4-9% för Näslund(1), Näslund(2) 1-6%, Brandel(1) 2-7% och Brandel(2) 1-4%, om man bortser från de två lägsta diameterklasserna, där avvikelserna var i storleksordningen 10-20%.

*Test på 265 granar i Västerbottens kustland:*

Även på detta testmaterial överskattade funktionerna utan övre diameter volymen i förhållande till Brandel(3). Överskattningarna var i genomsnitt för Näslund(1) 5.4%, Näslund(2) 3.7%, Brandel(1) 4.2% och Brandel(2) 3.0%. Analys av relationerna mellan funktionerna inom respektive diameterklass visade att Näslund(1) överskattade mellan 3-7% beroende på trädens storlek. Motsvarande variation var för Näslund(2) 2-5%, Brandel(1) 1-6% och Brandel(2) 1-5%.



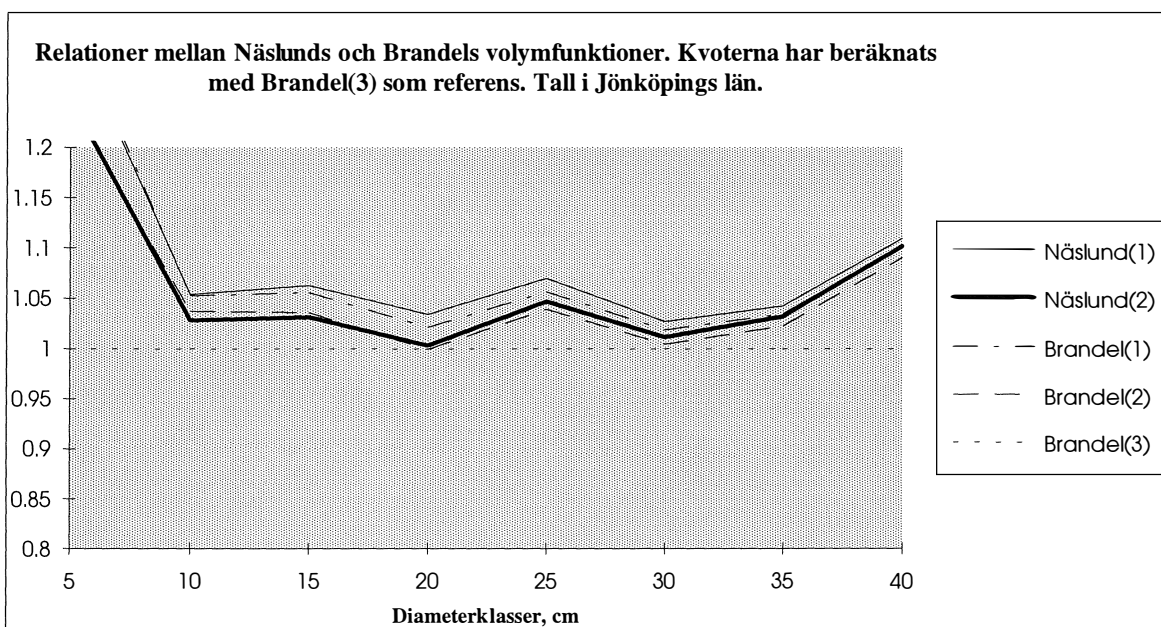
Figur 2. Systematiska skillnader mellan volymfunktioner för gran, norra Sverige. Test på 265 provträd i Västerbottens kustland.

Överskattningarna var inte signifikanta för någon av funktioner i diameterklass 1 (5-9.9 cm) och 5 (25-29.99 cm). I klasserna 3 och 4 uppvisade samtliga funktioner signifikanta överskattningar och i klassen 10-14.9 cm gav Näslund(1) och Brandel(1) signifikanta

överskattningar. För den högsta diameterklassen (30+ cm) gav samtliga funktioner utom Brandel(2) signifikanta avvikelser. Överskattningarna (sett över samtliga fyra funktioner) var störst i den fjärde klassen, dvs granar mellan 20-25 cm i diameter. Funktionerna överskattade volymen i denna klass med i genomsnitt 5.6% och Näslund(2) stod för den minsta överskattningen på 4.7%.

*Test på 237 tallar i Jönköpings län:*

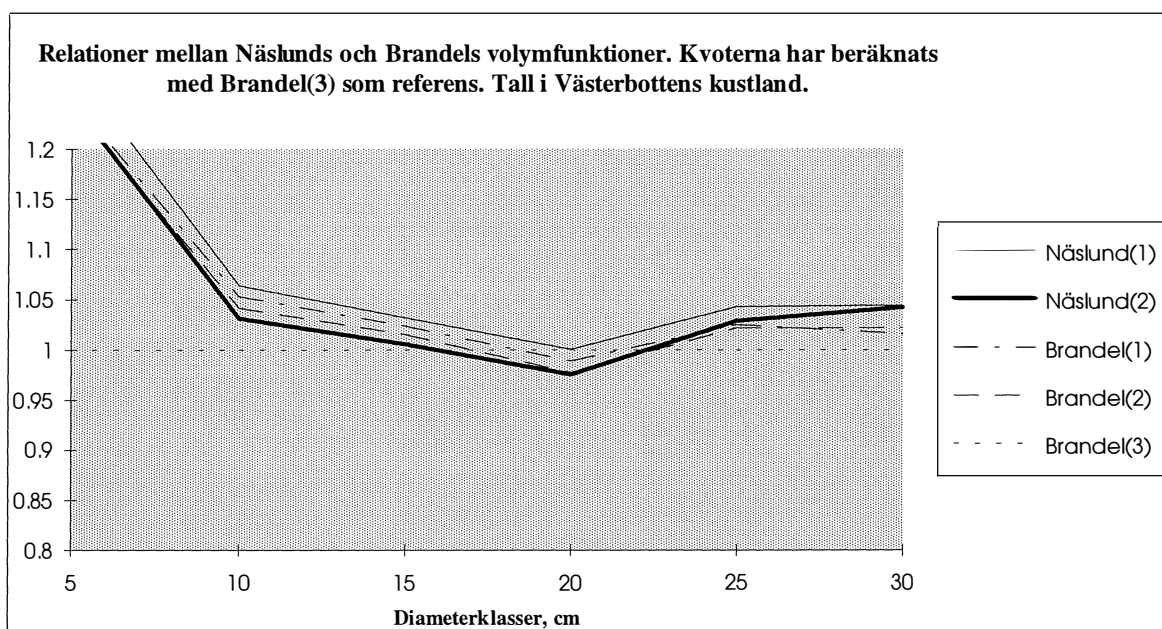
Tallfunktioner för södra Sverige tycks överskatta volymen i förhållande till Brandel(3). Enda undantaget var Brandel(2) för diameterklassen 20-24.9 cm. Denna underskattning var dock inte signifikant. Överskattningarna var för Näslund(1) 5.8%, Näslund(2) 4.1%, Brandel(1) 4.8% och Brandel(2) 3.4%. De relativt sett största överskattningarna förekom i den lägsta (28%) och den högsta diameterklassen (10%). Analysen för den klenaste diameterklassen baserades dock endast på tre tallar, men de systematiska avvikelserna var signifikanta. Den högsta diameterklassen representeras av 22 tallar och även här var avvikelserna signifikanta för samtliga funktioner. De systematiska felen för Näslund(1) varierade mellan 3.4 och 32.1% beroende på diameterklass och avvikelserna var signifikanta i alla klasser utom de andra (10-14.9 cm). Motsvarande variation var för Näslund(2) mellan 0.3 och 24.8% (signifikans i fem klasser), Brandel(1) mellan 1.8 och 33.2% (signifikans i fem klasser) och Brandel(2) mellan 0.01 och 24.4% (fyra signifikanta klasser).



Figur 3. Systematiska skillnader mellan volymfunktioner för tall, södra Sverige. Test på 333 provträd i Jönköpings län.

### Test på 442 tallar i Västerbottens kustland:

För jämförelse mellan volymfunktioner för tall i norra Sverige, användes 442 provträd i Västerbottens kustland. Även tallfunktionerna överskattade volymen jämfört med Brandel(3). Som framgår av figur 3 var de relativa överskattningarna störst för de klenaste träden. Näslund(1) överskattade tallvolymen i genomsnitt med 3.6% och avvikelserna var signifikanta i alla diameter-klasser utom den fjärde (20-24.9 cm). Motsvarande överskattning med Näslund(2) var 2.3% men avvikelserna var endast signifikanta för den högsta diameterklassen. Brandel(1) överskattade volymen med 1.6% (signifikans i klasserna 10-14.9 och 25-29.9 cm) och Brandel(2) överskattade med 1.4% i genomsnitt, dock utan signifikans i detta test. Underskattningar förekom endast i klassen 20-24.9 cm för Näslund(1), Brandel(1) och Brandel(2). Inga av dessa avvikelser var signifikanta.

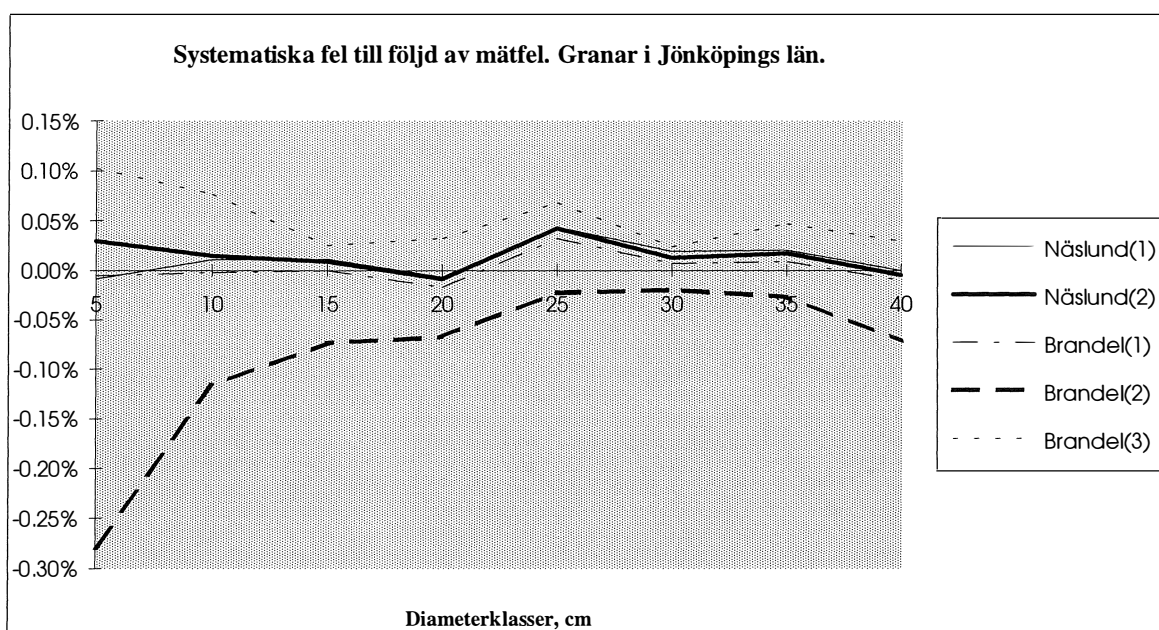


Figur 4. Systematiska skillnader mellan volymfunktioner för tall, norra Sverige. Test på 442 provträd i Västerbottens kustland.

### Funktionernas känslighet för mätfel - noggrannheten

Nedan redovisas hur noggrannheten (systematisk avvikelse från sant värde) för de olika volymfunktionerna påverkas av mätfel i de oberoende variablerna. Resultaten baseras på 500 simuleringar för 333 granar i Jönköpings län. De systematiska skillnaderna som redovisas i figur 5 var inte signifikanta, med undantag av Brandel(2) i de fyra lägsta diameterklasserna. Man kan dock analytiskt visa att systematiska fel uppkommer för samtliga funktioner, men dessa avvikelser kräver mer än 500 simuleringar för att uppvisa signifikans. Systematiska fel har beräknats analytiskt för samtliga funktioner. Avvikelserna för Näslund(1) och Näslund(2)

varierade från -0.1 promille till +0.4 promille. Brandel(1) gav systematiska fel mellan -0.2 och +0.3 promille och Brandel(2) underskattningar på mellan 0.2 och 2.8 promille. Fullständig redovisning av analysen redovisas i bilaga 5. Generellt kan sägas att mätfelen orsakade systematiska överskattningar för samtliga funktioner utom Brandel(2) som uppvisade en underskattning. De systematiska fel som uppstod var av storleksordningen +0.5 promille för alla funktioner utom för Brandel(3) (ca +1 promille).

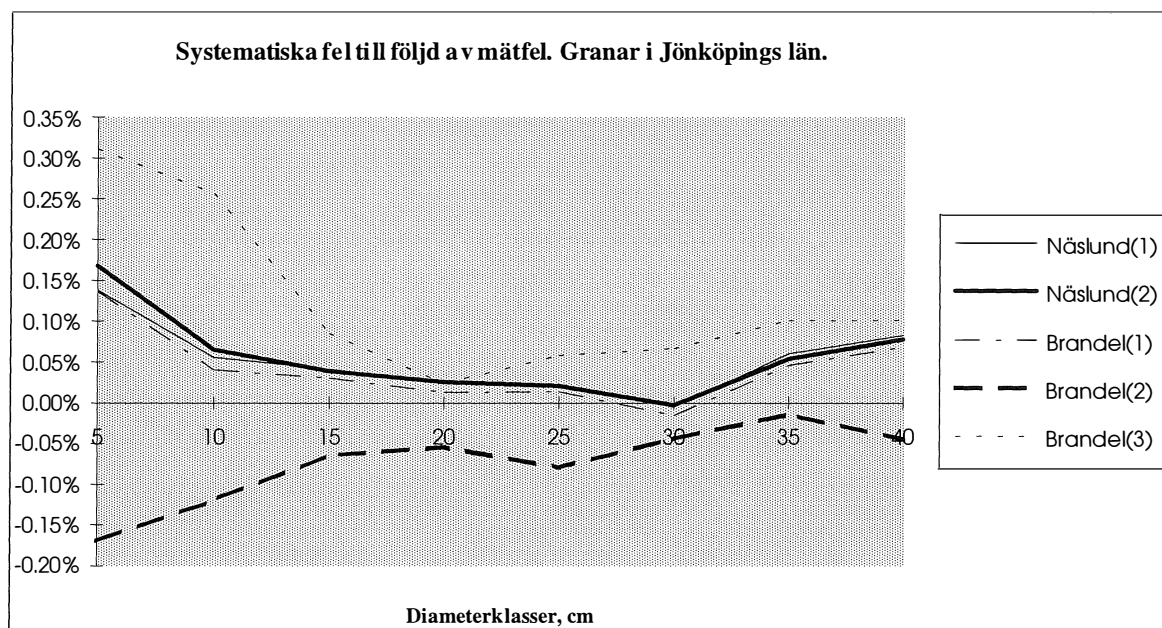


Figur 5. Systematiska fel vid volymkattning av enskilda träd, till följd av mätfel enligt "normal"-nivån. 500 simuleringar på 333 granar i Jönköpings län.

Motsvarande simuleringar gjordes med mätfel enligt "större fel"-nivån och uppvisade i stort samma bild som för "normal"-nivån. De systematiska avvikelserna uppvisade inte heller här signifikans. Brandel(3) uppvisade största systematiska avvikelserna med en överskattning i genomsnitt på 1.3 promille. För de två lägsta diameterklasserna var dock överskattningen ca 3 promille. De övriga funktionerna utom Brandel(2) gav en överskattning på ca 0.5 promille. Brandel(2) uppvisade en underskattning på i genomsnitt 0.7 promille. Systematiska fel till följd av mätfel enligt "större fel"-nivån redovisas i figur 6.

Sammanfattningsvis kan sägas att de systematiska avvikelser som uppstår när man inför slumpmässiga mätfel i de oberoende variablerna, är av storleksordningen 0.5 - 1 promille (för funktionerna utan övre diameter), beroende på mätfelens storlek. För Brandel(3) är avvikelserna dubbelt så stora i genomsnitt. Dessa systematiska fel skulle man kunna korrigera för, och därmed komma närmare den "sanna" volymen vid volymkattningar, men felen får nog

betraktas som marginella i förhållande till annan osäkerhet och motiverar knappast en korrektion.



Figur 6. Systematiska fel vid volymskattning av enskilda träd, till följd av mätfel enligt "större fel"-nivån. 500 simuleringar på 333 granar i Jönköpings län.

#### Funktionernas känslighet för mätfel - precisionen

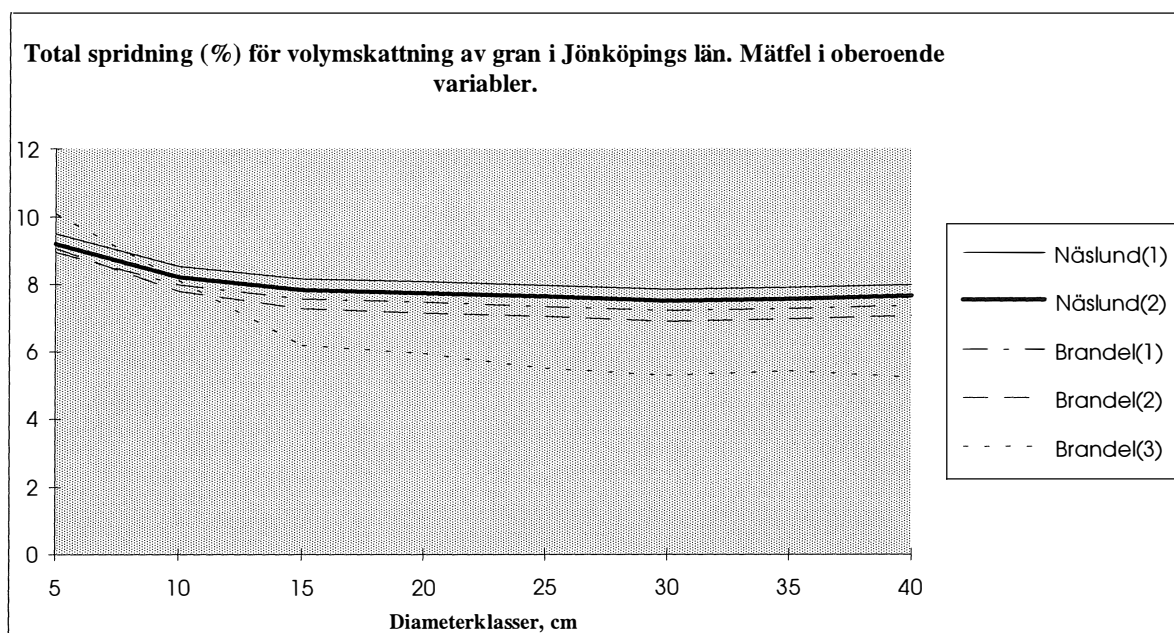
För att jämföra de fem funktionerna med avseende på känslighet för mätfel har en "total" relativ spridning för volymskattningar beräknats utifrån funktionernas osäkerhet (standardavvikelsen kring funktionerna) och tillskottet av osäkerhet som tillkommer när man lägger till mätfel i de oberoende variablerna (standardavvikelser för "typträdens" volym i simuleringarna). Spridningen kring respektive funktion har räknats om till absoluta tal (uttryckt i  $\text{dm}^3$ ) enligt procent-tal redovisade i bilaga 1 och 2. "Total" varians har beräknats som summan av "funktionsvariens" och "mätfelsvariens". "Total" spridning har sedan beräknats som kvadratroten ur "total varians". Nedan presenteras den relativa "totala" spridningen för volymskattning av enskilda träd enligt de fem olika funktionerna (varje funktions "total" spridning har relaterats till respektive funktions skattade medelvolym) för de två mätfelsnivåerna "normal" och "större fel", tall och gran, södra och norra Sverige.

#### *Volymfunktioner för gran i södra Sverige - "normala" mätfel.*

Av figur 7 framgår att man med Näslands funktioner kan förvänta sig en spridning på ca 8% för volymskattningar av enskilda granar i Jönköping, med de mätfel som angivits. Vidare kan



man konstatera att "totala" spridningen med Näslund funktioner påverkas relativt lite av mätfel. Spridningen utan mätfel kring Näslund(1) är 7.25% och steg till i 7.30% när mätfel lades till. Med Näslund(2) ökade spridningen från 6.93% till 7.9%. Förhållandet mellan Näslunds funktioner uppvisade stor jämnhet över samtliga diameterklasser.

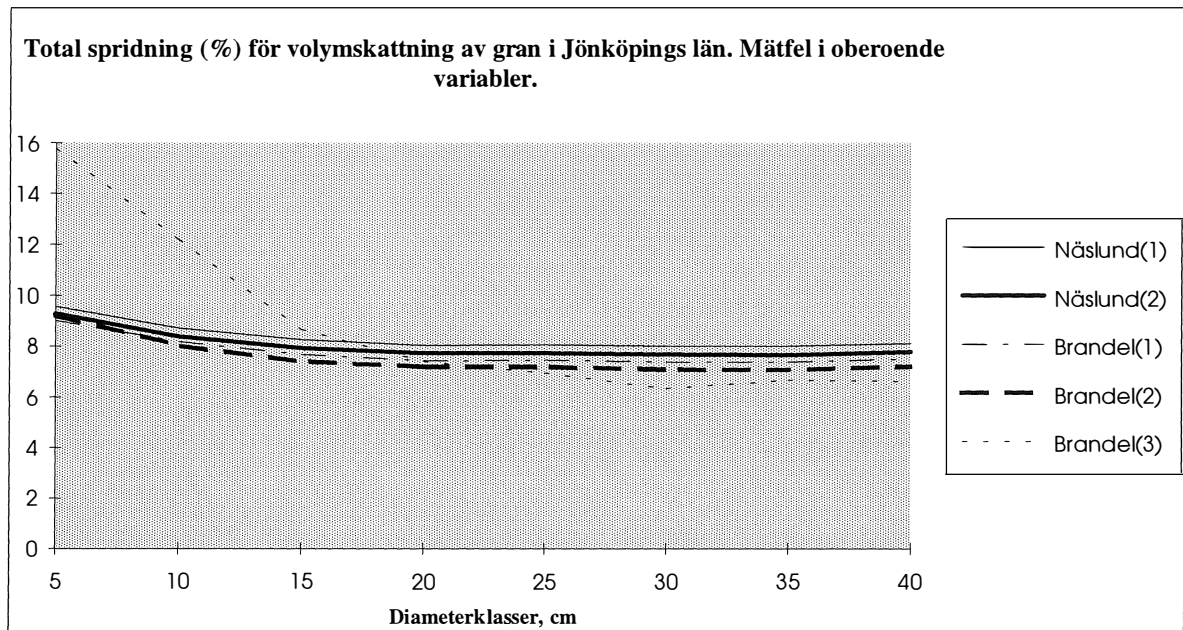


Figur 7. Total relativ spridning för volymkattning av enskilda träd, med mätfel enligt "normal"-nivån. 500 simuleringar på 333 granar i Jönköpings län.

Beträffande Brandels funktioner kan konstateras att såväl Brandel(1) som Brandel(2) ger en lägre spridning än Näslunds motsvarande, även sedan hänsyn tagits till aktuella mätfel. Spridningen kring Brandel(1) var 6.6% utan mätfel och 7.6% med mätfel. För Brandel(2) var motsvarande siffror 6.3% och 7.4%. Brandel(3) uppvisade den klart största känsligheten för mätfel i oberoende variablerna. Spridningen för Brandel(3) ökade från 3.8% till i genomsnitt 6.5% när mätfel infördes. Spridningen för de två lägsta diameterklasserna var klart högre än för övriga, och räknar man enbart på de sex högsta klasserna var spridningen 5.6% och alltså klart lägre än Brandel(1) och Brandel(2). Man bör komma ihåg att denna funktion är den enda av de jämförda som kräver mätning av en övre diameter, vars mätfel torde förklara större delen av de precisions-förluster som uppstår när mätfel infördes.

Som sammanfattning av figur 7 kan sägas att Näslund(1) och Näslund(2) är ungefär lika känsliga för mätfel och att dessa funktioner ger en "total" spridning på ca 8%. Kubering av enskilda träd med Brandel(1) och Brandel(2) görs med en "total" precision på ca 7.5%. Slutligen kan konstateras att Brandel(3) är den av fem jämförda funktioner som påverkas mest

av mätfel i oberoende variablerna, och med hänsyn tagen till mätfel ökar spridningen med ca 60% till ca 6%. Brandels övriga funktioners spridning ökade med ca 15%.



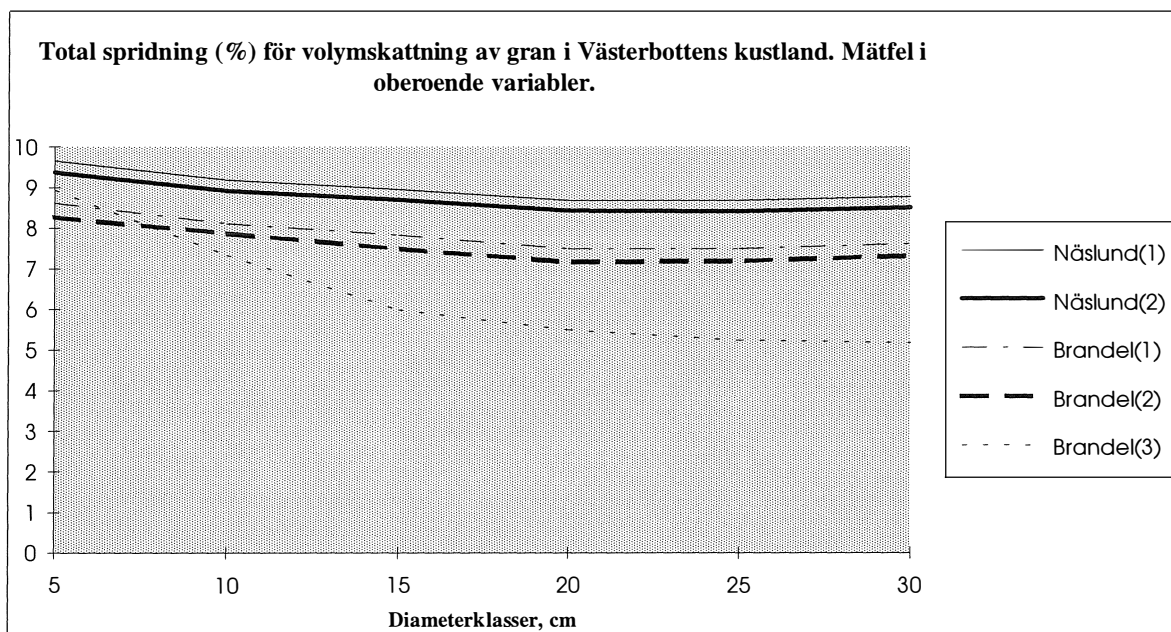
Figur 8. Total relativ spridning för volymkattning av enskilda träd, med mätfel enligt "större fel"-nivån. 500 simuleringar på 333 granar i Jönköpings län.

#### *Volymfunktioner för gran i södra Sverige - "större" mätfel.*

Av figurerna 7 och 8 framgår att Brandel(3) är klart känsligast för mätfel. Den totala spridningen är för Näslund(1) 8.3%, Näslund(2) 8.0%, Brandel(1) 7.7%, Brandel(2) 7.5% och Brandel(3) 8.8%. För de sex högsta diameterklasserna (träd grövre än 15 cm) är "totala" relativa spridningen för Brandel(3) 7.1%. Om man har mätfel i nivå med de från Rikstaxens tillfälliga ytor, ger således Brandel(3) den högsta precisionen vid volymkattningar av enskilda träd grövre än 15 cm. Brandels motsvarigheter till Näslunds funktioner ger en något högre precision.

#### *Volymfunktioner för gran i norra Sverige - "normala" mätfel.*

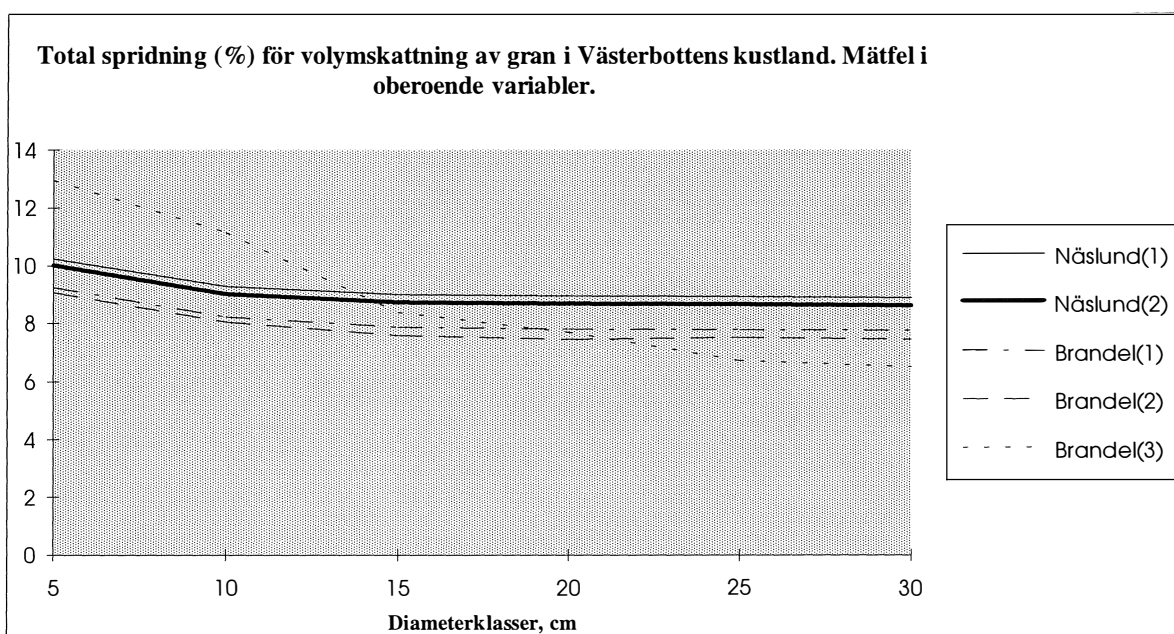
Jämfört med granfunktionerna för södra Sverige gav funktionerna för norra Sverige en högre "total" relativ spridning. Spridningen med Näslunds funktioner var i genomsnitt ca 9% och med Brandels motsvarande knappt 8% (se figur 9). Näslunds funktioner visar sig alltså vara något mindre känsliga för mätfel än Brandels motsvarande. Brandel(3) uppvisade även här den klart största känsligheten för mätfel i oberoende variablerna. Spridningen för Brandel(3) ökade från 3.6% till i genomsnitt 6.4% när mätfel infördes.



Figur 9. Total relativ spridning för volymkattning av enskilda träd, med mätfel enligt "normal"-nivån. 500 simuleringar på 265 granar i Västerbottens kustland.

*Volymfunktioner för gran i norra Sverige - "större" mätfel.*

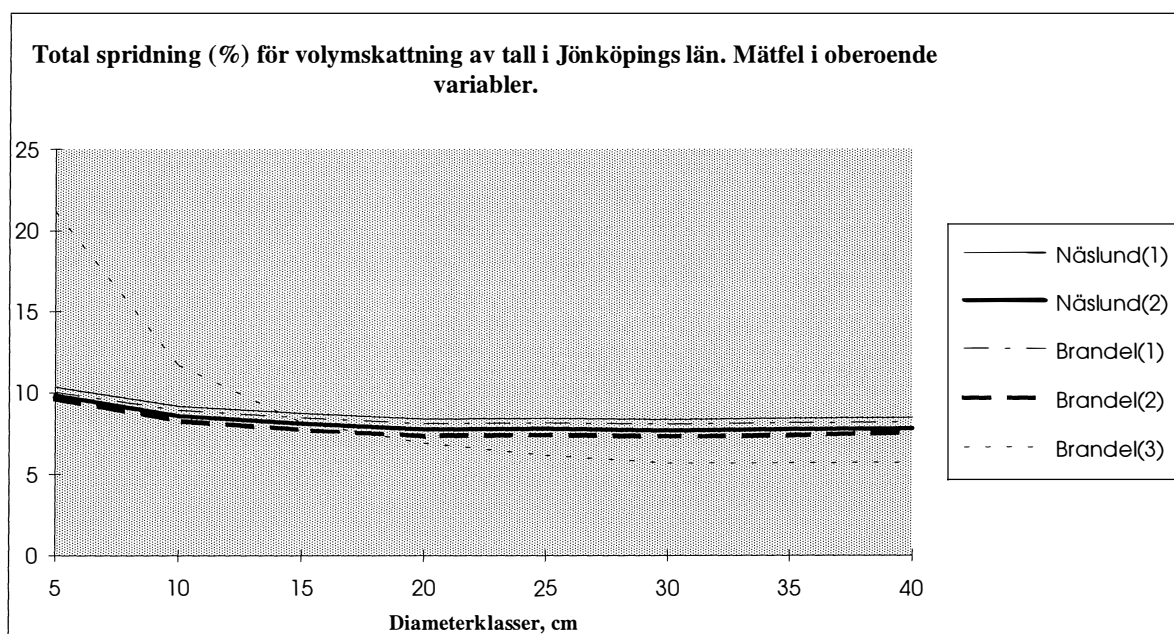
Den totala spridningen för volymkattning med "större" mätfel var för Näslund(1) 9.2%, Näslund(2) 9.0%, Brandel(1) 8.1%, Brandel(2) 7.8% och Brandel(3) 8.9%. Brandel(3) är den av funktionerna för norra Sverige, som påverkades mest av en ökning av mätfelen.



Figur 10. Total relativ spridning för volymkattning av enskilda träd, med mätfel enligt "större fel"-nivån. 500 simuleringar på 265 granar i Västerbottens kustland.

### *Volymfunktioner för tall i södra Sverige - "normala" mätfel.*

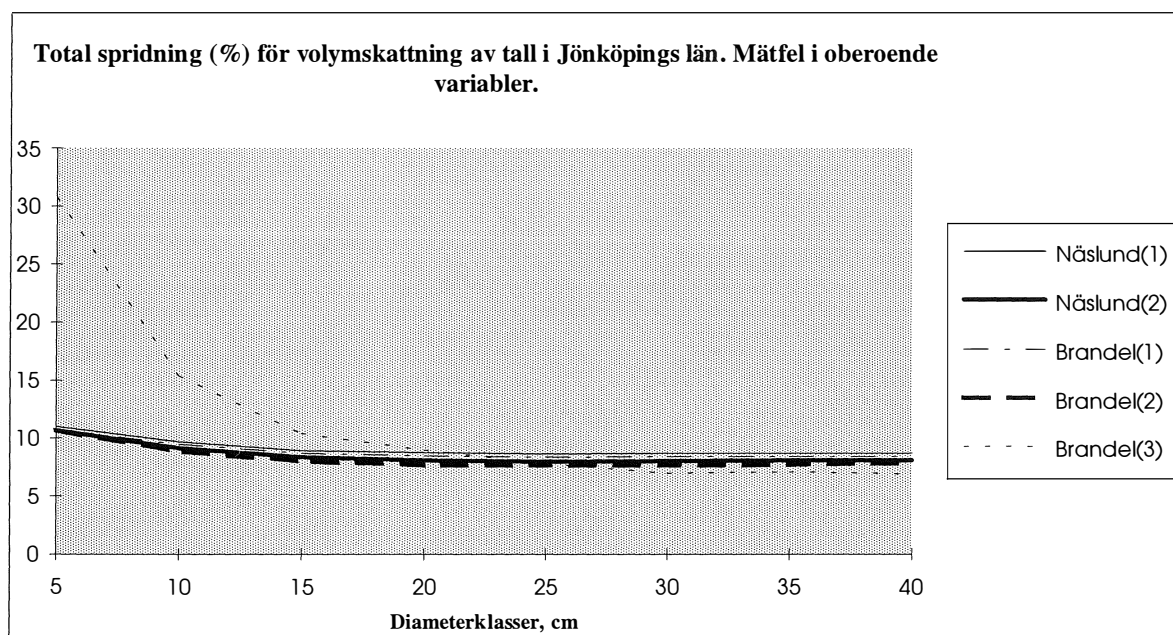
För volymkattning av tallar i södra Sverige var precisionen med hänsyn till "normala" mätfel för Näslund(1) 8.8%, Näslund(2) 8.2%, Brandel(1) 8.5%, Brandel(2) 7.8% och Brandel(3) 8.9%. Spridningen utan mätfel var kring funktionen för Näslund(1) 7.8%, Näslund(2) 7.1% och motsvarande för Brandel(1) 7.5%, Brandel(2) 6.6% och Brandel(3) 3.9%. Detta visar att Brandels funktioner är känsligare för mätfel än Näslunds. Förhållandet mellan Näslunds och Brandels funktioner utan övre diameter uppvisade stor jämnhet över samtliga diameterklasser, med en något högre spridning för de lägre diameter-klasserna. Av figur 11 framgår även att totala spridningen för Brandel(3) påverkas mest för de lägsta diameterklasserna. Om man bortser från de två lägsta klasserna var den totala spridningen för Brandel(3) 6.4%. Detta visar att spridning ökar med ca 60% för Brandel(3) när mätfel införs.



Figur 11. Total relativ spridning för volymkattning av enskilda träd, med mätfel enligt "normal"-nivån. 500 simuleringar på 237 tallar i Jönköpings län.

### *Volymfunktioner för tall i södra Sverige - "större" mätfel.*

Den totala spridningen för volymkattningar med "större" mätfel var för Näslund(1) 9.1%, Näslund(2) 8.5%, Brandel(1) 8.9%, Brandel(2) 8.3% och Brandel(3) 11.8% men endast 8.0% för de fyra högsta diameterklasserna. Även för tallfunktionerna för södra Sverige uppvisade Brandel(3) den största känsligheten för mätfel, samtidigt som förhållandena mellan Brandels och Näslunds funktioner var i stort desamma som för granfunktionerna. Den "totala" relativa precisionen för tallfunktionerna för södra Sverige och deras känslighet för olika nivåer på mätfel redovisas i figurerna 11 och 12.



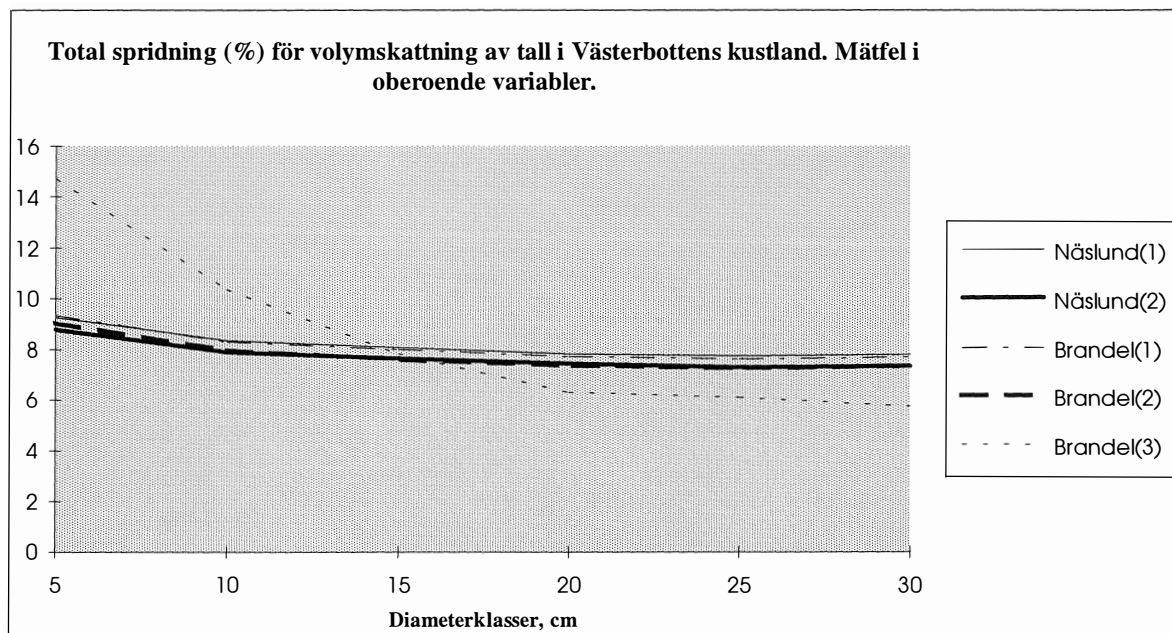
Figur 12. Total relativ spridning för volymkattning av enskilda träd, med mätfel enligt "större fel"-nivån. 500 simuleringar på 237 tallar i Jönköpings län.

*Volymfunktioner för tall i norra Sverige - "normala" mätfel.*

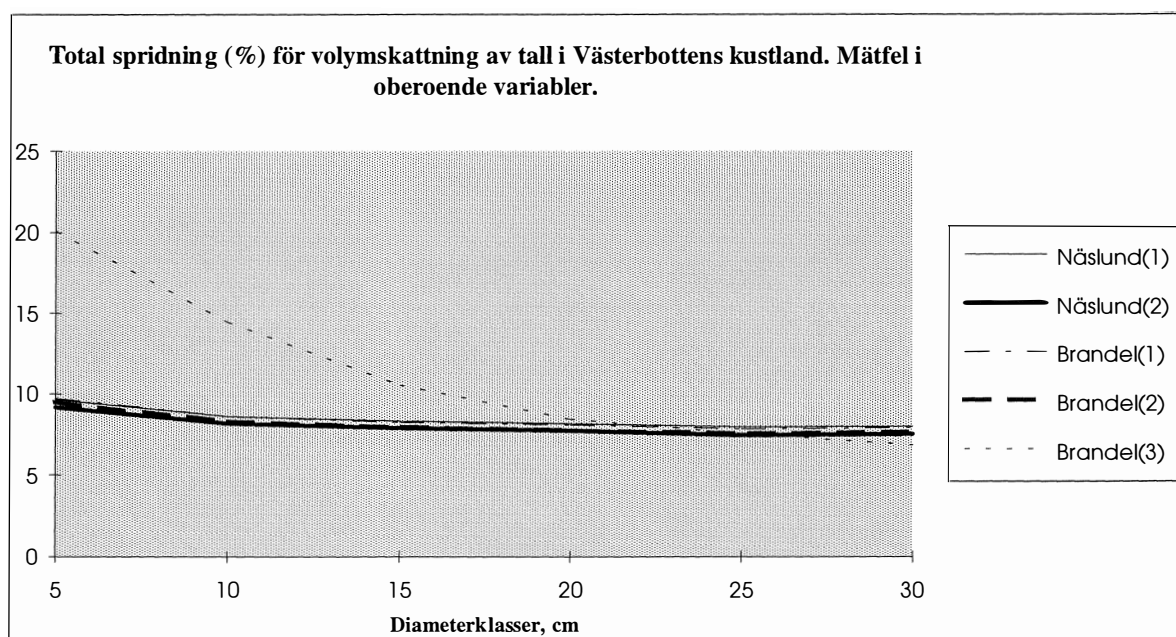
Funktionerna för tall i norra Sverige gav en "total" spridning med såväl Näslunds som Brandels motsvarande funktioner, på i genomsnitt ca 8% (se figur 13). Tillskottet av osäkerhet som tillkom när mätfel infördes var motsvarande som för tallfunktionerna för södra Sverige. Brandel(3) var den funktion som reagerade kraftigast när mätfel infördes. Spridningen för Brandel(3) var 3.5% utan mätfel och steg till 8.5% när mätfel infördes, alltså en ökning av spridningen med 140%. Om man bortser från de två lägsta klasserna blir den "totala" spridningen för Brandel(3) 6.5%.

*Volymfunktioner för tall i norra Sverige - "större" mätfel.*

Med stöd av figur 13 och 14 kan man konstatera att en ökning av mätfelen enligt ovan medför att "totala" relativa spridningen för Näslunds funktioner ökar med ca 4%. "Totala" relativa spridningen med Brandels motsvarande funktioner ökar även den med ca 4% när mätfelen ökar från "normala" till "större" fel. Brandel(3) som är den funktion som påverkas mest av ökningen av mätfel, förlorar ca 30% i precision vid växling från "normala" till "större" fel.



Figur 13. Total relativ spridning för volymkattning av enskilda träd, med mätfel enligt "normal"-nivån. 500 simuleringar på 442 tallar i Västerbottens kustland.



Figur 14. Total relativ spridning för volymkattning av enskilda träd, med mätfel enligt "större fel"-nivån. 500 simuleringar på 442 tallar i Västerbottens kustland.

Som sammanfattning av figurerna 7-14, kan sägas att Näslund(1) och Näslund(2) är något mindre känsliga för mätfel än Brandel motsvarande funktioner och Näslunds funktioner ger en

"total" spridning på 8-9% vid volymkattningar av enskilda träd. Tillämpning av Brandel(1) och Brandel(2) ger en "total" spridning på drygt 8%. Slutligen kan konstateras att Brandel(3) är den av fem jämförda funktioner som påverkas mest av mätfel i oberoende variablerna. Detta förklaras till största delen av att det är den enda av funktionerna som nyttjar mätning av övre diameter, vars mätfel kraftigt påverkar precisionen i skattningarna. Sett till de högre diameterklasserna, bidrar övre diametern trots detta till att öka precisionen, med hänsyn tagen till mätfel enligt såväl "normal"-nivån som "större" fel-nivån. Man kan för tallfunktionerna räkna med en "total" relativ spridning på ca 6.5% och för granfunktionerna en "total" relativ spridning på ca 5.6% vid tillämpning av Brandel(3) i de högre diameterklasserna.

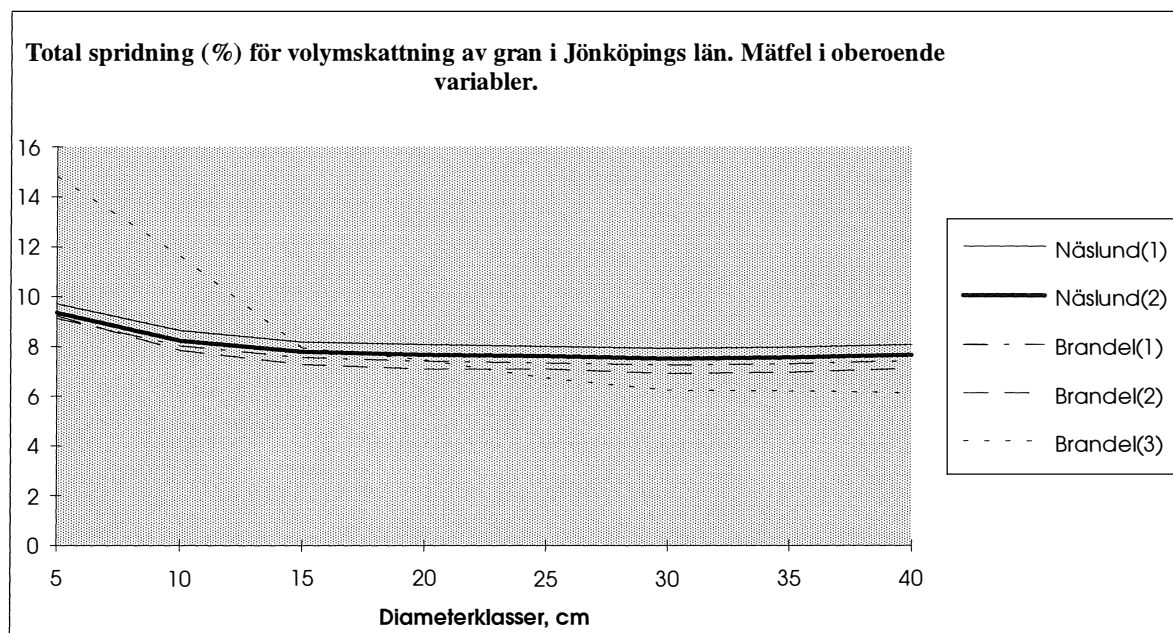
#### Känslighetsanalys - vilka mätfel tillåts?

Följande analys har haft som syfte att visa hur olika mätfel i övre diameter påverkar den "totala" spridningen kring volymkattningar med Brandel(3), och för vilka mätfel denna funktion ger högre precision än Brandel(1) och Brandel(2). Mätfelet för övre diameter har tillåtits variera, medan mätfelen för övriga variabler hållits konstanta enligt "normal"-nivån. Alternativa mätfelnivåer har beräknats genom att i varje steg höja mätfelet för övre diameter med 50% i förhållande till "normal-nivån". I första steget har genomsnittligt mätfel för övre diameter på gran i södra Sverige satts till  $1.5 * 0.6 \text{ cm} = 0.9 \text{ cm}$  och i andra steget  $2.0 * 0.6 \text{ cm} = 1.2 \text{ cm}$  osv.

#### *Volymfunktioner för gran i södra Sverige:*

En höjning av mätfelet med 50% gav en höjning av den "totala" spridningen från 6.5% till 8.4% sett över samtliga diameterklasser. För de sex högsta klasserna var spridningen 6.8%. Efter ytterligare en höjning av mätfelet med 50% (100% av ursprungsvärdet) uppvisade Brandel(3) en spridning på 10.3% för samtliga klasser och 8.3% för de sex högsta diameterklasserna. Med mätfel på i genomsnitt 1.2 cm för övre diameter (övriga mätfel enligt "normal"-nivån), ger alltså Brandel(3) motsvarande precision som Brandel(1) och Brandel(2). Spridningen för dessa funktioner var 7.4% respektive 7.6%. Motsvarande känslighetsanalyser har gjorts för granfunktionerna för norra Sverige samt för tallfunktionerna för södra och norra Sverige. Resultaten visar att även för dessa funktioner kan man tillåta mätfel i övre diameter på upp till ca 1 cm och fortfarande ha något högre precision med Brandel(3) and Brandel(1) och Brandel(2).

Förhållandet mellan funktionerna för gran i södra Sverige presenteras i figur 5.



Figur 15. Total relativ spridning för volymskattning av enskilda träd med mätfel på i genomsnitt 0.9 cm för övre diameter, övriga mätfel enligt "normal"-nivå.

## Diskussion

### Noggrannhet eller precision - vad är viktigast?

Målsättningen för uppskattning av virkesförråd är, eller bör vara, att till given inventerings- och analyskostnad komma så nära den "verkliga" volymen för den aktuella beräkningsenheten som möjligt. Om beräkningsenheten är ett bestånd, för vilket totalt virkesförråd skall bestämmas genom någon form av stickprovsundersökning, kommer följande faktorer att påverka precisionen för skattningen:

1) Stickprovsförfarandet ger upphov till ett stickprovselfel, vars storlek beror på variationen inom beståndet samt utformningen och omfattningen av stickprovet. Man kan betrakta detta fel som ett representationsfel (dvs de träd man väljer ut, representerar inte perfekta "medelträd" i beståndet). Om man gör en totalinventering, dvs mäter alla träd inom beståndet, uppstår inget stickprovselfel.

2) När stickprovsenheterna (träden) valts ut, skall dessa mätas enligt något förfarande. Mätningarna som görs, bestäms av vilka volymfunktioner man avser att använda. Vanligtvis mäts brösthöjdsdiameter, trädhöjd och kanske någon formbeskrivande variabel som ex



krongräns eller övre diameter. Mätningarna ger upphov till mätfel, vars storlek till viss del kan begränsas genom utbildning och nyttjande av bra mätinstrument. Viktigast av allt är att undvika variabler som är svåra att mäta. Den felnivå som i denna studie presenteras som "större" fel, torde ligga nära de mätfel man har vid tillfällig inventering i praktiken (utan stöd-data från tidigare inventeringar).

3) När mätningarna utförts skall data registreras. Detta görs i regel med någon form av datasamlare, antingen manuellt eller genom elektronisk överföring från instrumenten till datasamlarna. Vid registrering uppkommer sk "grova" fel som i regel beror på att man slår in ett annat värde än det man avläst från instrumentet. Registreringsfel kan man begränsa genom att bygga in sk rimlighetstest i datasamlarna som testar om registrerat värde är rimligt, och varnar om ett avvikande värde registrerats.

4) Nästa steg är ett beräkningssteg där volymen för de enskilda provträden skall bestämmas med någon volymfunktion. Precisionen för volymsbestämning av det enskilda trädet beror på precisionen för volymfunktionen (standardavvikelsen i y-led) samt storleken på mätfelen för de oberoende variablerna (såväl systematiska som tillfälliga). Noggrannheten i volymskattningarna beror på hur väl de allmänna volymfunktionerna fångar upp den lokala formvariation som förekommer för träden i det aktuella beståndet. Noggrannheten påverkas även av tillfälliga, men framför allt systematiska mätfel.

5) Vanligtvis samlas träddata in på slumpmässigt valda provytor med en bestämd area. Inom provytorna klavas samtliga träd (eller träd över en viss min-diameter) och trädslag registreras. Provträden utgör ett stickprov av dessa klavträd och väljs enligt något stickprovsförfarande. När volymen för provträden bestämts (steg 4 ovan), tilldelas klavträdens volym vanligtvis enligt något av följande förfarande:

- Sekundära volymfunktioner konstrueras grafiskt eller med en regressionsanalys utifrån provträdsdata. Vanligtvis görs en funktion per trädslag med brösthöjdsdiameter som enda oberoende variabel.

- Kuberingstabeller upprättas genom att medelvolym utifrån provträden beräknas per trädslag och diameterklass.

Precisionen för det enskilda klavträdets tilldelade volym, bestäms förutom av de primära volymfunktionernas precision (ex Näslunds eller Brandels) och mätfel för provträdsdata och klavträdsdata, dessutom av hur många provträd som de sekundära funktionerna eller tabellerna

baseras på (samt provträden fördelning över diameterklasser), samt hur väl man lyckats att utjämna materialet (spridningen kring funktionerna eller graferna).

6) När provträd och klavträd volymbestäms, kan ett medelvärde för provytan beräknas. Spridningen för medelvärdet avtar med kvadratroten ur antalet träd som skattningen baseras på. Ytterligare en felkälla för skattningen av virkesförrådet är osäkerheten i arealbestämning av provytorna (eller egentligen att man klavat in träd utanför provytegränsen eller glömt träd innanför provytegränsen).

7) Även om man med god precision lyckats skatta virkesförrådet per hektar för beståndet, kan precisionen för skattningen av totalvolym för beståndet försämrats av osäkra arealuppgifter. För att studera betydelsen av olika volymfunktioners precision, kan vi anta att vi vill skatta virkesförrådet för ett granbestånd (100% gran) i norra Sverige. Enligt figur 9 på sidan 16, är precisionen med hänsyn till "normala" mätfel ca 9% för Näslunds funktioner och 8% för Brandels motsvarande. Denna precision speglar alltså genomsnittligt fel, eller osäkerhet, vid kubering av enskilda tallar. Motsvarande precision med Brandel(3) är ca 6.5%. Vi antar vidare att 10 provytor läggs ut i beståndet och att totalt 200 träd klavas och volymbestäms. Under antagandet att volymtilldelningen för klavträden är "perfekt" (dvs inget extra tillskott i osäkerhet utöver osäkerheten i de primära volymfunktionerna med hänsyn till mätfel), skattas medelvolymen med en spridning på 0.63% med Näslunds funktioner och 0.57% med Brandels motsvarande. Brandel(3) skattar medelvolymen med en spridning på 0.40%.

Man kan konstatera att precisionen för volymskattningen av det enskilda trädet inte spelar så stor roll vid en tillämpning enligt ovan. En skillnad i precision på 0.2% är försumbar i förhållande till övriga felkällor och då framför allt stickprovsfelet (sampling-error). I detta exempel används samma oberoende variabler i Näslunds och Brandels funktioner (utom Brandel (3)), varför ingen extra inventeringskostnad uppstår vid övergång från ex Näslund(2) till Brandel(2).

Det som kan komma att styra valet av funktion, tycks därför i detta fall bli skillnader i noggrannhet mellan funktionerna. Med stöd av figur 2 på sidan 9 kan konstateras att det förekommer skillnader i noggrannhet mellan granfunktionerna för norra Sverige. Det är främst Brandel(3) som avviker från de övriga funktionerna, och i genomsnitt ger en lägre volym. Brandel(1) och Brandel(2) ger lägre volym än Näslunds motsvarande funktioner. Frågan är nu vilken av funktionerna som bäst "fångar upp" den verkliga volymen. Funktionernas noggrannhet beror dels på det grundmaterial som funktioner bygger på (aktualitet, antalet träd och dess geografiska spridning), dels vilka modellantaganden och val av oberoende variabler som ligger till grund för korrelations- (Näslund) och regressionsanalyserna (Brandel).

Tidigare studier av Skog Dr Ola Lindgren, har visat att Brandel(3) är den funktion av de fem nämnda som bäst fångar upp lokal formvariation och därmed ger den högsta noggrannheten. För enskilda mindre objekt, ex vid värdering av en rotpost, bör man kanske därför välja Brandel(3) om man vill komma så nära det "sanna" virkesförrådet. För större geografiska områden, ex länsredovisningar i Riksskogstaxeringen, uppgår de systematiska skillnaderna vanligtvis till en eller ett par procent men för vissa länsdelar över fem procent. Man skulle kunna tänka sig att korrigera volym enligt Näslund(2) eller Brandel(2) på trädnivå, ytnivå eller länssnivå med en kvot mellan Näslund(2) och Brandel(3) eller mellan Brandel(2) och Brandel(3), baserat på provträdsstudier för att komma närmare "sanningen" och samtidigt undvika en kostsam mätning av övre diameter.

### **Sammanfattning**

Denna studie omfattar en jämförelse mellan Näslunds och Brandels volymfunktioner för tall och gran i norra och södra Sverige. Förutom Brandels motsvarigheter till Näslunds "mindre" och "större" funktioner, har Brandels funktioner som utnyttjar en övre diameter testats.

En del av studien beskriver storleken av mätfel på provträdsvariabler som förekommer i Riksskogstaxeringen, samt skillnaden mellan mätfel på tillfälliga och permanenta provtytor. Denna analys baseras på provträd från Riksskogstaxeringen (hela Sverige) inventerade under perioden 1988-1992. För övriga analyser har 1990 års provträd (>50 mm diameter, tall och gran) plockats ut i Jönköpings län, som representerar södra Sverige och Västerbottens kustland som representerar norra Sverige. Vid analyserna har ingen hänsyn tagits till de olika urvalssannolikheterna för provträden, vilket innebär att de klena träden är underrepresenterade i förhållande till den verkliga populationen träd i respektive län.

Resultaten visar att mätfelens standardavvikelse på permanenta ytor för brösthöjdsdiameter var ca 3 mm, trädhöjd ca 5 dm, krongräns ca 4 dm, övre diameter ca 6 mm och dubbel barktjocklek ca 2 mm för gran och ca 4 mm för tall. Mätfelen var större på tillfälliga än på permanenta provtytor för samtliga variabler. Skillnaden var störst för övre diameter, vars mätfel var ca 50% större på tillfälliga ytor. För övriga variabler var mätfelen 10-20% större på tillfälliga än på permanenta ytor.

Vidare har undersökts vilka systematiska skillnader i volymskattningarna man kan räkna med vid övergång från Näslunds till Brandels volymfunktioner. Generellt kan sägas att Brandels funktion med övre diameter ger en lägre volym, för såväl tall som gran, sett övre samtliga diameterklasser. Avvikelseerna är störst i de lägsta diameterklasserna. För större geografiska

områden, ex länsredovisningar i Riksskogstaxeringen, uppgår de systematiska skillnaderna vanligtvis till en eller ett par procent men för vissa länsdelar över fem procent.

Funktionernas känslighet för slumpmässiga mätfel i de oberoende variablerna, har via simuleringsprocesser testats. Dels har mätfelens inverkan på noggrannheten undersökts, dels dess inverkan på precisionen. Resultaten visar att systematiska fel uppstår till följd av slumpmässiga mätfel, och att felen är i storleksordningen 0.5 - 1 promille. En betydligt större inverkan har mätfelen på precisionen för volymskattningarna av enskilda träd. Med mätfel enligt de som uppmätts på permanenta ytor och redovisats ovan, försämras precisionen avsevärt för fr a Brandels funktioner som utnyttjar övre diameter. Som sammanfattning kan sägas att Näslunds funktioner är något mindre känsliga för mätfel och att dessa funktioner ger en "total" spridning (med hänsyn till såväl funktionsspridning som spridning som tillkommer pga slumpmässiga mätfel) på 8-9% vid volymskattningar av enskilda träd. Brandels motsvarigheter till Näslunds funktioner ger en spridning på ca 8% med hänsyn tagen till mätfel.

Analyserna visar att Brandels funktioner med övre diameter är de funktioner som påverkas mest av mätfel i oberoende variablerna. Spridningen för dessa funktioner är ca 3.7% utan mätfel och stiger till ca 6.5% när mätfel införs. Dessa resultat baseras på mätfelnivåer från permanenta provytor. Med mätfel enligt provträd på tillfälliga ytor, ger Brandels funktioner med övre diameter en precision i nivå med precisionen för funktionerna utan övre diameter.

Slutligen har känslighetsanalyser gjorts för Brandels funktioner med övre diameter, för att visa hur den "totala" precisionen påverkas av olika stora mätfel i övre diameter. Mätfel för övriga variabler har tilldelats enligt nivån för provträd på permanenta ytor och har inte tillåtits variera. Även här har simuleringar använts för att återspegla upprepade mätningar av de provträd som utgör testmaterialet. Resultaten visar att man kan tillåta mätfel på upp till ca 10 mm vid mätning av övre diameter och fortfarande erhålla något högre "total" precision än för Brandels motsvarande funktioner utan övre diameter.

Slutsats av ovan gjorda tester är att valet av volymfunktion i de flesta inventeringssituationer kommer att styras av kravet på noggrannhet. Funktionernas precision, har en relativt liten inverkan på den "totala" precisionen för skattning av ex volym/ha och totalvolym för bestånd, jämfört med övriga osäkerhetsfaktorer. För att Brandels funktion med övre diameter skall bidra till att höja precisionen för volymskattningarna (jämfört med Brandels funktioner utan övre diameter), krävs att man har mätfel (utan systematiska fel) vid mätning av övre diameter som är mindre än ca 10 mm.

# **BILAGA 1.**

-Sammanställning av grunddata som testerna baseras på.

Nedan redovisas provträdsdata för **granarna i Jönköpings län**. Först redovisas en total sammanställning (alla provträd) och sedan motsvarande fördelat på åtta diameterklasser. Diameter är angiven i mm, höjd i dm, övre diameter i cm, krongräns i dm och dubbel barktjocklek i mm. Medelvärdena avser aritmetiska medelvärden.

#### Alla diameterklasser

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	333	240.77	50	531	5.82
HÖJD	333	188.28	40	330	3.71
ÖVREDIA	333	19.74	2	47	0.52
KRONGRÄNS	333	39.76	1	160	1.48
DUBBARK	333	14.40	5	30	0.27

#### Diameterklass 1 (50-99 mm)

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	15	69.67	50	99	3.79
HÖJD	15	65.13	40	110	4.89
ÖVREDIA	15	4.47	2	8	0.42
KRONGRÄNS	15	12.93	2	50	3.58
DUBBARK	15	6.93	5	9	0.32

#### Diameterklass 2 (100-149 mm)

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	57	120.16	100	149	1.93
HÖJD	57	107.11	60	165	3.04
ÖVREDIA	57	8.16	2	14	0.29
KRONGRÄNS	57	25.40	1	80	2.65
DUBBARK	57	9.16	7	17	0.25

#### Diameterklass 3 (150-199 mm)

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	65	171.25	151	198	1.60
HÖJD	65	153.38	85	210	3.31
ÖVREDIA	65	14.14	10	19	0.21
KRONGRÄNS	65	35.49	3	100	2.66
DUBBARK	65	11.69	9	17	0.18

#### Diameterklass 4 (200-249 mm)

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	53	223.85	202	249	1.99
HÖJD	53	188.30	120	260	4.03
ÖVREDIA	53	18.68	15	22	0.25
KRONGRÄNS	53	36.70	3	130	3.07
DUBBARK	53	14.49	10	23	0.41

**Diameterklass 5 (250-299 mm)**

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	36	277.64	256	299	2.47
HÖJD	36	221.81	120	280	6.47
ÖVREDIA	36	23.31	18	28	0.39
KRONGRÄNS	36	50.11	5	120	4.82
DUBBARK	36	15.69	13	19	0.33

**Diameterklass 6 (300-349 mm)**

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	48	319.44	300	349	2.10
HÖJD	48	249.38	200	315	4.05
ÖVREDIA	48	27.29	20	32	0.33
KRONGRÄNS	48	56.60	16	140	4.02
DUBBARK	48	17.90	14	27	0.42

**Diameterklass 7 (350-399 mm)**

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	33	370.45	350	398	2.03
HÖJD	33	260.30	220	325	4.32
ÖVREDIA	33	30.52	24	34	0.37
KRONGRÄNS	33	50.70	15	160	5.87
DUBBARK	33	19.52	16	30	0.55

**Diameterklass 8 (400+ mm)**

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	26	451.35	400	531	6.97
HÖJD	26	273.85	210	330	5.92
ÖVREDIA	26	37.58	27	47	0.76
KRONGRÄNS	26	44.31	9	105	4.72
DUBBARK	26	22.08	18	30	0.61

Nedan redovisas provträdsdata för **granarna i Västerbottens kustland**. Först redovisas en total sammanställning (alla provträd) och sedan motsvarande fördelat på sex diameterklasser.

#### Alla diameterklasser

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	265	197.94	51	505	4.63
HÖJD	265	143.91	43	265	2.76
ÖVREDIA	265	15.33	3	42	0.42
KRONGRÄNS	265	29.66	1	130	1.14
DUBBARK	265	15.91	7	29	0.28

#### Diameterklass 1 (50-99 mm)

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	15	78.27	51	99	3.58
HÖJD	15	65.47	43	115	4.46
ÖVREDIA	15	5.87	3	9	0.46
KRONGRÄNS	15	18.73	8	40	2.17
DUBBARK	15	8.60	7	12	0.41

#### Diameterklass 2 (100-149 mm)

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	65	124.98	100	148	1.78
HÖJD	65	102.54	65	185	2.60
ÖVREDIA	65	8.48	5	13	0.23
KRONGRÄNS	65	23.08	1	80	1.99
DUBBARK	65	11.75	9	16	0.19

#### Diameterklass 3 (150-199 mm)

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	55	171.02	150	199	1.97
HÖJD	55	133.09	95	190	2.87
ÖVREDIA	55	13.00	8	18	0.28
KRONGRÄNS	55	27.49	1	65	1.80
DUBBARK	55	14.91	10	21	0.35

#### Diameterklass 4 (200-249 mm)

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	68	220.35	200	248	1.68
HÖJD	68	164.71	115	220	2.93
ÖVREDIA	68	17.43	12	22	0.25
KRONGRÄNS	68	34.49	10	100	2.24
DUBBARK	68	17.65	13	24	0.31



**Diameterklass 5 (250-299 mm)**

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	41	275.61	251	299	2.31
HÖJD	41	185.61	135	220	3.46
ÖVREDIA	41	22.54	19	33	0.42
KRONGRÄNS	41	36.39	5	130	3.99
DUBBARK	41	20.59	15	28	0.48

**Diameterklass 6 (300+ mm)**

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	21	355.57	301	505	10.79
HÖJD	21	207.62	140	265	7.06
ÖVREDIA	21	28.52	23	42	0.89
KRONGRÄNS	21	34.71	6	70	3.91
DUBBARK	21	21.90	16	29	0.66

**Diameterklass 5 (250-299 mm)**

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	33	274.21	250	299	2.20
HÖJD	33	206.82	135	280	6.00
ÖVREDIA	33	21.36	18	25	0.27
KRONGRÄNS	33	117.12	50	200	5.89
DUBBARK	33	39.06	36	43	0.34

**Diameterklass 6 (300-349 mm)**

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	41	324.12	300	348	1.96
HÖJD	41	213.78	125	275	5.23
ÖVREDIA	41	25.83	22	30	0.29
KRONGRÄNS	41	114.88	60	195	5.61
DUBBARK	41	44.39	39	50	0.35

**Diameterklass 7 (350-399 mm)**

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	30	370.37	350	395	2.45
HÖJD	30	232.83	155	300	5.88
ÖVREDIA	30	29.37	25	32	0.35
KRONGRÄNS	30	123.43	38	210	6.14
DUBBARK	30	48.70	46	53	0.33

**Diameterklass 8 (400+ mm)**

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	22	435.36	402	643	10.80
HÖJD	22	239.32	140	300	8.66
ÖVREDIA	22	32.77	23	48	1.10
KRONGRÄNS	22	114.55	10	195	9.53
DUBBARK	22	53.27	47	65	0.91

Nedan redovisas provträdsdata för **tallarna i Jönköpings län**. Först redovisas en total sammanställning (alla provträd) och sedan motsvarande fördelat på åtta diameterklasser.

#### Alla diameterklasser

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	237	268.38	59	643	6.15
HÖJD	237	186.81	44	300	3.52
ÖVREDIA	237	20.76	3	48	0.51
KRONGRÄNS	237	99.92	7	215	2.69
DUBBARK	237	37.23	10	65	0.70

#### Diameterklass 1 (50-99 mm)

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	3	60.67	59	63	1.20
HÖJD	3	57.00	44	80	11.53
ÖVREDIA	3	3.33	3	4	0.33
KRONGRÄNS	3	19.00	7	35	8.33
DUBBARK	3	10.67	10	11	0.33

#### Diameterklass 2 (100-149 mm)

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	19	120.05	103	136	2.63
HÖJD	19	95.47	49	125	4.06
ÖVREDIA	19	7.89	6	11	0.34
KRONGRÄNS	19	48.26	15	95	3.66
DUBBARK	19	18.42	15	22	0.46

#### Diameterklass 3 (150-199 mm)

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	37	175.89	150	199	2.27
HÖJD	37	141.89	95	220	3.92
ÖVREDIA	37	13.05	11	16	0.21
KRONGRÄNS	37	75.89	18	150	4.53
DUBBARK	37	26.41	21	31	0.37

#### Diameterklass 4 (200-249 mm)

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	52	223.25	200	249	2.10
HÖJD	52	176.92	105	280	4.93
ÖVREDIA	52	17.50	13	21	0.25
KRONGRÄNS	52	98.10	35	215	5.41
DUBBARK	52	33.12	26	39	0.36

Nedan redovisas provträdsdata för **tallarna i Västerbottens kustland**. Först redovisas en total sammanställning (alla provträd) och sedan motsvarande fördelat på sex diameterklasser.

#### Alla diameterklasser

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	442	221.94	52	438	3.84
HÖJD	442	149.20	40	260	2.03
ÖVREDIA	442	17.59	2	39	0.36
KRONGRÄNS	442	65.94	5	190	1.58
DUBBARK	442	22.48	7	40	0.36

#### Diameterklass 1 (50-99 mm)

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	11	77.82	52	97	4.61
HÖJD	11	65.18	40	85	4.37
ÖVREDIA	11	5.09	3	7	0.41
KRONGRÄNS	11	21.91	5	32	2.79
DUBBARK	11	8.64	7	10	0.39

#### Diameterklass 2 (100-149 mm)

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	87	122.91	100	149	1.46
HÖJD	87	99.02	55	160	2.17
ÖVREDIA	87	8.31	2	13	0.23
KRONGRÄNS	87	38.61	6	90	1.85
DUBBARK	87	13.00	10	16	0.17

#### Diameterklass 3 (150-199 mm)

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	84	170.98	150	198	1.42
HÖJD	84	128.75	75	180	2.32
ÖVREDIA	84	13.04	7	18	0.22
KRONGRÄNS	84	54.76	14	130	2.58
DUBBARK	84	17.83	15	21	0.17

#### Diameterklass 4 (200-249 mm)

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	90	223.64	200	249	1.50
HÖJD	90	157.94	105	210	2.45
ÖVREDIA	90	18.34	13	36	0.30
KRONGRÄNS	90	66.93	10	145	2.81
DUBBARK	90	22.96	19	27	0.18

**Diameterklass 5 (250-299 mm)**

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	86	272.52	250	299	1.54
HÖJD	86	181.05	130	240	2.53
ÖVREDIA	86	22.16	16	33	0.23
KRONGRÄNS	86	85.31	21	190	3.51
DUBBARK	86	27.64	24	32	0.18

**Diameterklass 6 (300+ mm)**

Variabel	Antal	Medelvärde	Minimum	Maximum	Medelfel
DIAMETER	84	340.73	300	438	3.73
HÖJD	84	190.65	125	260	2.95
ÖVREDIA	84	27.89	18	39	0.41
KRONGRÄNS	84	90.31	18	160	3.47
DUBBARK	84	32.94	29	40	0.30

## **BILAGA 2.**

-Räkneexempel med Näslunds tallfunktion (5 och 6) och tillhörande räkneschema.

Tab. 13. Räkneschema för funktionerna  
Schedule for calculating volume according to

Dia- me- ter- klass Dia- meter class cm	Medelvärden Averages				Formtals- Form factor											
	d	h	b	k	$\frac{I}{h}$	$\frac{h}{d}$	h-k	B	K	a	$+\frac{I}{h} \cdot$ 909,21	$+\frac{h}{d} \cdot$ 44,71	+B 1,339	-K 1,201	= f	Grund- yta (g) Basal area m <sup>2</sup>
10	13,5	12,0	16	6,9	0,083 333	0,888 889	5,1	11,85	42,50	448,53	75,77	39,74	15,87	51,04	528,9	0,01431
15	17,6	14,1	17	7,7	0,070 922	0,801 136	6,4	9,66	45,39	448,53	64,48	35,82	12,93	54,51	507,2	0,02430
20	22,5	16,8	24	8,9	0,059 524	0,746 667	7,9	10,67	47,02	448,53	51,12	33,38	14,29	56,47	493,8	0,03980
25	27,6	18,1	29	8,4	0,055 249	0,655 797	9,7	10,51	53,59	448,53	50,23	29,32	14,07	64,36	477,8	0,05980
30	31,0	17,8	30	8,9	0,056 180	0,574 194	8,9	9,68	50,00	448,53	51,08	25,67	12,96	60,05	478,2	0,07550
35	36,3	21,4	33	9,2	0,046 729	0,589 532	12,2	9,09	57,01	448,53	42,49	26,36	12,17	68,47	461,1	0,10350
40	42,5	22,1	37	9,8	0,045 249	0,520 000	12,3	8,71	55,66	448,53	41,14	23,25	11,66	66,85	457,7	0,14190
Summa Total	122,3		59,8	0,417 186	4,776 215	62,5	70,17	351,17	3 139,71	379,31	213,54	93,95	421,75	3 404,8		
Kontroll Check						62,5				379,31	213,54	93,96	421,76	3 404,8		

av vanliga räknemaskiner samt BARLOW's tabeller ( $d^2, \frac{I}{d}$  och  $\frac{I}{h}$ ), varjämte för formtalsfunktionen även grundtetytabell använts.

Vid tillämpningen av kubikmassfunktionen kan beräkningen av produkterna  $d^2, d^2h$  etc. med fördel utföras å faktureringsmaskin. Metoden kommer mest till sin rätt vid individuell kubering av ett större antal träd.

Önskar man beräkna formtalet eller kubikmassan med hjälp av diameter, höjd etc. uttryckta i andra enheter såsom tum och fot, kan detta tydligen ske efter en enkel transformation av konstanterna framför motsvarande variabler.

Frågan om vilken funktion, som skall föredragas: formtalsfunktionen eller kubikmassfunktionen, är beroende på hurvida mellanleden i räkningen (B, K,  $d^2, d^2h$  etc.) erfordras för andra ändamål. Ur arbetssynpunkt är det ej någon större skillnad mellan de båda funktionerna.

Vid individuell kubering av provträden kunna givetvis de ovan angivna förfaringssätten användas, men för stora provträdsantal (> 1 000 st.) och vid tillgång till moderna statistikmaskiner är en hålkortsmissig bearbetning ofta fördelaktig. Kuberingen utföres härvid enligt kubikmassfunktionerna, och den specialmaskin, som kommer till användning, är den s. k. mul-

(5) och (6). Södra Sverige.  
functions (5) and (6). Southern Sweden.

funktion (5) function (5)	Kubikmassfunktion (6) Cubic volume function (6)											= v Kubik- massa Cubic volume dm <sup>3</sup>		
	gh	$d^2$	$h^2$	dh	$d^2h$	$d^2k$	dhk	dhb	$+d^2 \cdot$ 0,07141	$+d^2h \cdot$ 0,02580	$+d^2k \cdot$ 0,009430		$+dh^2 \cdot$ 0,003511	$+dhb \cdot$ 0,001052
0,1717	91	182,2	144,0	162,0	2 186	1 257	1 944	2 592	13,01	56,40	11,85	6,83	2,73	91
0,3426	174	309,8	198,8	248,2	4 368	2 385	3 499	4 219	22,12	112,69	22,49	12,28	4,44	174
0,6686	330	506,2	282,2	378,0	8 504	4 505	6 350	9 072	36,15	219,40	42,48	22,29	9,54	330
1,0824	517	761,8	327,6	499,6	13 789	6 399	9 042	14 488	54,40	355,76	60,34	31,75	15,24	517
1,3439	643	961,0	316,8	551,8	17 106	8 553	9 821	16 554	68,63	441,33	80,65	34,48	17,41	643
2,2149	1 021	1 317,7	458,0	776,8	28 199	12 123	16 625	25 634	94,10	727,53	114,32	58,37	26,97	1 021
3,1360	1 435	1 806,2	488,4	939,2	39 917	17 701	20 757	34 750	128,98	1 029,86	166,92	72,88	36,56	1 435
	4 211	5 844,9		3 555,6	114 069	52 923	68 038	107 309	417,39	2 942,97	499,05	238,88	112,89	4 211
									417,38	2 942,98	499,06	238,88	112,89	4 211

tipliern. Denna ingår i såväl HOLLERITHS som POWERS maskinutrustning för hålkortsbearbetning.

De större funktionerna användas för bestämningen av kubikmassan vid den pågående andra riksskogstaxeringen. Härvid ha särskilda tabeller upprättats, där kubikmassan bekvämt erhålles efter två—tre tabellslagningar. Dessa tabeller torde kunna publiceras under år 1947.

*De mindre funktionerna*

I tab. 11 göres motsvarande jämförelse som för de större funktionerna mellan norra, södra och hela Sverige. Resultatet är i princip detsamma och torde därför ej närmare behöva diskuteras.

För taxeringar, där barkprocenten (tall och björk) och kronförhållandet (tall och gran) väsentligt avvika från genomsnittet i det material, som ligger till grund för funktionerna, kunna dessa ge systematiska fel av betydelse. För granen är barkprocenten ej av betydelse för formtalet, och för björken har kronförhållandet endast ett obetydligt inflytande på detsamma, vilket vi här kunna bortse ifrån. I tab. 14 redovisas för norra och södra Sverige materialets genomsnittliga barkprocent (B) och kronförhållande (K) för vissa

## **BILAGA 3.**

-Näslunds funktioner och spridningen kring dessa.



Näslunds formtals- och volymfunktioner avsedda för **södra Sverige**. Spridningen för formtalsfunktionerna uttryckt i relativa tal (%). Funktionsnummer för volymfunktionerna svarar mot följande funktionsbeteckningar som används för volymfunktionerna i rapporten:

*Tallfunktioner, volym på bark:*

Funktion nr 2 → Näslund(1)

Funktion nr 4 → Näslund(2)

*Granfunktioner, volym på bark:*

Funktion nr 10 → Näslund(1)

Funktion nr 12 → Näslund(2)

Funktionsnummer för formtalsfunktionerna i tabell 4 svarar mot följande funktionsbeteckningar som används för volymfunktionerna i rapporten:

*Tallfunktioner, formtal:*

Funktion nr 1 → Näslund(1)

Funktion nr 3 → Näslund(2)

*Granfunktioner, formtal:*

Funktion nr 9 → Näslund(1)

Funktion nr 11 → Näslund(2)

*Tallens formtal och kubikmassa*

På bark.

$$f = 420,16 + 1519,24 \frac{1}{h} + 51,62 \frac{h}{d} - 3,962 B - 0,9246 K \dots\dots (1)$$

$$v = 0,1193 d^2 + 0,02574 d^2 h + 0,007262 d^2 k + 0,004054 dh^2 - 0,003112 d h b \quad (2)$$

$$f = 308,97 + 1365,38 \frac{1}{h} + 93,14 \frac{h}{d} \dots\dots (3)$$

$$v = 0,1072 d^2 + 0,02427 d^2 h + 0,007315 dh^2 \dots\dots (4)$$

Under bark.

$$f = 448,53 + 909,21 \frac{1}{h} + 44,71 \frac{h}{d} + 1,339 B - 1,201 K \dots\dots (5)$$

$$v = 0,07141 d^2 + 0,02580 d^2 h + 0,009430 d^2 k + 0,003511 dh^2 + 0,001052 d h b \quad (6)$$

$$f = 408,49 + 798,46 \frac{1}{h} + 72,89 \frac{h}{d} \dots\dots (7)$$

$$v = 0,06271 d^2 + 0,03208 d^2 h + 0,005725 dh^2 \dots\dots (8)$$

*Granens formtal och kubikmassa*

På bark.

$$f = 329,09 + 1348,92 \frac{1}{h} + 186,94 \frac{h}{d} - 583,74 \frac{h}{d^2} - 0,7854 K \dots\dots (9)$$

$$v = 0,1059 d^2 + 0,01968 d^2 h + 0,006168 d^2 k + 0,01468 dh^2 - 0,04585 h^2 \quad (10)$$

$$f = 245,09 + 1405,66 \frac{1}{h} + 231,11 \frac{h}{d} - 628,48 \frac{h}{d^2} \dots\dots (11)$$

$$v = 0,1104 d^2 + 0,01925 d^2 h + 0,01815 dh^2 - 0,04936 h^2 \dots\dots (12)$$

Under bark.

$$f = 325,04 + 1322,62 \frac{1}{h} + 180,36 \frac{h}{d} - 551,55 \frac{h}{d^2} - 0,7566 K \dots\dots (13)$$

$$v = 0,1039 d^2 + 0,01959 d^2 h + 0,005942 d^2 k + 0,01417 dh^2 - 0,04332 h^2 \quad (14)$$

$$f = 245,57 + 1369,89 \frac{1}{h} + 219,34 \frac{h}{d} - 587,65 \frac{h}{d^2} \dots\dots (15)$$

$$v = 0,1076 d^2 + 0,01929 d^2 h + 0,01723 dh^2 - 0,04615 h^2 \dots\dots (16)$$

*Björkens formtal och kubikmassa*

På bark.

$$f = 302,45 + 1221,63 \frac{1}{h} + 155,44 \frac{h}{d} - 462,95 \frac{h}{d^2} - 5,864 B \dots\dots (17)$$

$$v = 0,09595 d^2 + 0,02375 d^2 h + 0,01221 dh^2 - 0,03636 h^2 - 0,004605 d h b \quad (18)$$

$$f = 109,01 + 1823,03 \frac{1}{h} + 277,56 \frac{h}{d} - 844,17 \frac{h}{d^2} \dots\dots (19)$$

$$v = 0,1432 d^2 + 0,008561 d^2 h + 0,02180 dh^2 - 0,06630 h^2 \dots\dots (20)$$

Under bark.

$$f = 267,44 + 1139,98 \frac{1}{h} + 149,04 \frac{h}{d} - 406,04 \frac{h}{d^2} - 0,9224 B \dots\dots (21)$$

$$v = 0,08953 d^2 + 0,02101 d^2 h + 0,01171 dh^2 - 0,03189 h^2 - 0,0007244 d h b \quad (22)$$

$$f = 237,03 + 1266,05 \frac{1}{h} + 162,72 \frac{h}{d} - 451,26 \frac{h}{d^2} \dots\dots (23)$$

$$v = 0,09944 d^2 + 0,01862 d^2 h + 0,01278 dh^2 - 0,03544 h^2 \dots\dots (24)$$

## Kap. IV. Noggrannheten hos funktionerna för södra Sverige

Formtalsfunktionernas medelavvikelse samt de ingående konstanternas medelfel framgå av tab. 4. Medelavvikelsen för enskilt träd mellan observerat och beräknat formtal (funktionens medelavvikelse) utgör för exempelvis funktion (I) 7,05 procent. De observerade formtalens medelavvikelse kring sitt eget medeltal är 14,45 procent, varför medelavvikelsen avsevärt nedbringats genom korrelationsfunktionen. Beträffande tallen och björken är

Tab. 4. Formtalsfunktionernas medelavvikelse samt de ingående konstanternas medelfel. Södra Sverige.

The standard deviation of the form factor functions and the standard error of the constants of the functions. Southern Sweden.

Sg

Trädslag Tree species	Funk- tion Func- tion Nr	Antal träd Num- ber of trees	Medel- avvikelse från Standard deviation from		Konstanternas medelfel i procent The standard error of the constants per cent					
			Medel- talet average %	funk- tionen function %	Konstanta termen The constant term	Koefficienten för The coefficient of				
						$\frac{I}{h}$	$\frac{h}{d}$	$\frac{h}{d^2}$	B	K
Tall på bark . . . . . Pine outside bark	I	2 390	14,45	7,05	1,4	1,5	8,4	—	4,9	7,8
» » » . . . . .	3	2 390	14,45	7,80	1,1	1,7	4,4	—	—	—
» under » . . . . . inside	5	2 390	11,22	8,17	1,5	3,2	10,6	—	12,6	7,6
» » » . . . . .	7	2 390	11,22	8,56	1,0	3,5	6,0	—	—	—
Gran på bark . . . . . Spruce outside bark	9	2 425	11,35	6,93	2,8	3,4	4,5	8,0	—	6,6
» » » . . . . .	11	2 425	11,35	7,25	3,1	3,4	3,6	7,8	—	—
» under » . . . . . inside	13	2 425	11,26	7,20	2,8	3,5	4,4	7,3	—	7,0
» » » . . . . .	15	2 425	11,26	7,50	3,1	3,5	3,5	7,1	—	—
Björk på bark . . . . . Birch outside bark	17	1 363	14,89	8,82	4,5	7,7	7,4	11,8	4,4	—
» » » . . . . .	19	1 363	14,89	10,37	11,3	5,8	4,3	7,3	—	—
» under » . . . . . inside	21	1 363	11,35	9,26	5,2	8,9	7,7	12,6	19,8	—
» » » . . . . .	23	1 363	11,35	9,34	5,4	7,9	6,9	11,3	—	—

MSE

Näslunds formtals- och volymfunktioner avsedda för **norra Sverige**. Spridningen för formtalsfunktionerna uttryckt i relativa tal (%). Funktionsnummer för volymfunktionerna svarar mot följande funktionsbeteckningar som används för volymfunktionerna i rapporten:

*Tallfunktioner, volym på bark:*

Funktion nr 2 → Näslund(1)

Funktion nr 4 → Näslund(2)

*Granfunktioner, volym på bark:*

Funktion nr 12 → Näslund(1)

Funktion nr 14 → Näslund(2)

Funktionsnummer för formtalsfunktionerna i tabell 4 svarar mot följande funktionsbeteckningar som används för volymfunktionerna i rapporten:

*Tallfunktioner, formtal:*

Funktion nr 1 → Näslund(1)

Funktion nr 3 → Näslund(2)

*Granfunktioner, formtal:*

Funktion nr 11 → Näslund(1)

Funktion nr 13 → Näslund(2)

Tallens formtal och kubikmassa.

På bark.

Trädets brösthöjdsdiameter större än 5 cm.

$$f = 489,35 + 1296,11 \frac{I}{h} - 3,700 B - 0,9310 K \dots\dots\dots (1)$$

$$v = 0,1018 d^2 + 0,03112 d^2 h + 0,007312 d^2 k - 0,002906 d h b \dots\dots (2)$$

$$f = 390,81 + 1185,86 \frac{I}{h} + 35,88 \frac{h}{d} \dots\dots\dots (3)$$

$$v = 0,09314 d^2 + 0,03069 d^2 h + 0,002818 d h^2 \dots\dots\dots (4)$$

Trädets brösthöjdsdiameter mindre än 5 cm.

$$v = 0,22 + 0,0504 d^2 h \dots\dots\dots (5)$$

Under bark.

Trädets brösthöjdsdiameter större än 5 cm.

$$f = 502,22 + 771,50 \frac{I}{h} + 2,257 B - 1,008 K \dots\dots\dots (6)$$

$$v = 0,06059 d^2 + 0,03153 d^2 h + 0,007919 d^2 k + 0,001773 d h b \dots\dots (7)$$

$$f = 463,55 + 699,14 \frac{I}{h} + 34,36 \frac{h}{d} \dots\dots\dots (8)$$

$$v = 0,05491 d^2 + 0,03641 d^2 h + 0,002699 d h^2 \dots\dots\dots (9)$$

Trädets brösthöjdsdiameter mindre än 5 cm.

$$v = 0,15 + 0,0488 d^2 h \dots\dots\dots (10)$$

Granens formtal och kubikmassa.

På bark.

Trädets brösthöjdsdiameter större än 5 cm.

$$f = 284,91 + 1403,45 \frac{I}{h} + 245,61 \frac{h}{d} - 708,56 \frac{h}{d^2} - 0,7513 K \dots\dots\dots (11)$$

$$v = 0,1102 d^2 + 0,01648 d^2 h + 0,005901 d^2 k + 0,01929 d h^2 - 0,05565 h^2 \dots\dots (12)$$

$$f = 191,54 + 1530,31 \frac{I}{h} + 298,09 \frac{h}{d} - 839,09 \frac{h}{d^2} \dots\dots\dots (13)$$

$$v = 0,11202 d^2 + 0,01504 d^2 h + 0,02341 d h^2 - 0,06590 h^2 \dots\dots\dots (14)$$

Trädets brösthöjdsdiameter mindre än 5 cm

$$v = 0,22 + 0,0849 d^2 + 0,0311 d^2 h \dots\dots\dots (15)$$

Under bark.

Trädets brösthöjdsdiameter större än 5 cm.

$$f = 290,93 + 1346,06 \frac{I}{h} + 226,83 \frac{h}{d} - 595,98 \frac{h}{d^2} - 0,7980 K \dots\dots\dots (16)$$

$$v = 0,1057 d^2 + 0,01658 d^2 h + 0,006267 d^2 k + 0,01782 d h^2 - 0,04681 h^2 \dots\dots (17)$$

$$f = 193,84 + 1467,46 \frac{I}{h} + 276,26 \frac{h}{d} - 700,45 \frac{h}{d^2} \dots\dots\dots (18)$$

$$v = 0,1153 d^2 + 0,01522 d^2 h + 0,02170 d h^2 - 0,05501 h^2 \dots\dots\dots (19)$$

Trädets brösthöjdsdiameter mindre än 5 cm.

$$v = 0,15 + 0,0832 d^2 + 0,0312 d^2 h \dots\dots\dots (20)$$

## KAP. IV. FUNKTIONERNAS NOGGRANNHET.

Formtalsfunktionernas medelavvikelse samt de ingående konstanternas medelfel framgå av tab. 4. Medelavvikelsen för enskilt träd mellan observerat och beräknat formtal (funktionens medelavvikelse) utgör för exempelvis funktion (1) 6,53 procent. De observerade formtalens medelavvikelse kring sitt eget medeltal är 11,34 procent, varför medelavvikelsen avsevärt nedbringats genom korrelationsfunktionen. Denna minskning av medelavvikelsen är betydligt större för tall- och granfunktionerna än för björkfunktionerna.

De större funktionerna visa för tall och gran ej oväsentligt lägre medelavvikelse än de mindre och äro således noggrannare. För björken är

NORRA SVERIGE

Tab. 4. Formtalsfunktionernas medelavvikelse samt de ingående konstanternas medelfel. Die Dispersion der Formzahlfunktion und der mittlerer Fehler die eingehenden Konstanten.

Trädslag Baumart	Funk- tion Funk- tion N:r	An- tal trä- An- zahl Bäume	Medel- avvikelse från Dispersion von		Konstanternas medelfel i procent Der mittlerer Fehler der Konstanten in Prozent					
			medel- talet dem Mittel- wert %	funk- tionen der Funk- tion %	Konstanta termen Der konstante Ausdruck	Koefficienten för Der Koefficient für				
						$\frac{1}{h}$	$\frac{h}{d}$	$\frac{h}{d^2}$	B	K
Tall på bark . . . . . Kiefer auf Rinde	1	2 031	11,34	6,53	0,8	1,6	—	—	7,4	6,5
» » » . . . . .	3	2 031	11,34	6,98	0,9	1,9	10,7	—	—	—
» under » . . . . . unter	6	2 096	9,49	7,32	0,9	3,0	—	—	11,1	6,9
» » » . . . . .	8	2 096	9,49	7,71	0,8	3,6	11,4	—	—	—
Gran på bark . . . . . Fichte auf Rinde	11	1 500	15,15	7,69	4,5	3,6	4,9	10,1	—	10,3
» » » . . . . .	13	1 500	15,15	7,93	4,6	3,2	3,8	8,6	—	—
» under » . . . . . unter	16	1 500	15,16	8,07	4,5	3,8	5,0	10,1	—	10,1
» » » . . . . .	18	1 500	15,16	8,33	4,7	3,5	3,8	8,7	—	—
Björk på bark . . . . . Birke auf Rinde	21	837	9,89	8,59	2,8	12,6	15,6	—	26,0	31,7
» » » . . . . .	23	837	9,89	8,69	1,8	13,1	10,4	—	—	—
» under » . . . . . unter	26	837	9,89	9,07	2,5	16,7	15,4	—	—	36,9
» » » . . . . .	28	837	9,89	9,10	1,9	18,8	11,9	—	—	—

## **BILAGA 4.**

-Brandels funktioner och spridningen kring dessa.

Brandels volymfunktioner avsedda för **södra Sverige**. Spridningen för funktionerna uttryckt i log-form vilket ungefär motsvarar relativa tal. Funktionsnummer för volymfunktionerna svarar mot följande funktionsbeteckningar som används för volymfunktionerna i rapporten:

*Tallfunktioner, volym på bark:*

Funktion nr 100-01 → Brandel(1)

Funktion nr 100-04 → Brandel(2)

Funktion nr 100-05 → Brandel(3)

Funktion nr 100-09 → Brandel(3)

*Granfunktioner, volym på bark:*

Funktion nr 100-01 → Brandel(1)

Funktion nr 100-02 → Brandel(2)

Funktion nr 100-05 → Brandel(3)

Funktion nr 100-09 → Brandel(3)



Tabell 1111. Tall – Södra Sverige – Funktionsgrupp 100  
 Table 1111. Pine – South Sweden – Function group 100

**Variabler med motsvarande koefficienter**  
*Variables with corresponding coefficients*

Funktion nr	konst a	D pb b	(D+20,0) pb c	H d	(H-1,3) e	K f	B g	D3 pb h	D5 pb i	D6 pb k
100-01	-1,38903	1,84493	0,06563	2,02122	-1,01095					
100-02	-1,35417	1,86621	0,05239	1,93090	-0,98087	0,03382				
100-03	-1,27111	2,05420	-0,04430	2,16349	-1,16478		-0,14410			
100-04	-1,20042	2,10263	-0,07366	1,99751	-1,11357	0,06420	-0,14963			
100-05	-1,40766	0,80896	-0,29417	5,47471	-4,19029			1,20223		
100-09	-1,65207	0,75428	-0,20809	8,48763	-7,20360				1,30027	
100-13	-1,76000	0,78009	-0,20711	10,25433	-8,92230					1,28356

Tabell 1112. Tall – Södra Sverige – Funktionsgrupp 200  
 Table 1112. Pine – South Sweden – Function group 200

Funktion nr	konst a	D ub b	(D+20,0) ub c	H d	(H-1,3) e	K f	B g	D3 ub h	D5 ub i	D6 ub k
200-01	-1,23602	1,94126	-0,11924	1,80842	-0,74261					
200-02	-1,16383	1,98307	-0,14905	1,64937	-0,69583	0,06274				
200-03	-1,24845	1,92313	-0,10553	1,77147	-0,71063		0,01434			
200-04	-1,17618	1,96576	-0,13599	1,61678	-0,66662	0,06204	0,01333			
200-05	-1,72628	0,69444	-0,15284	5,76669	-4,35747			1,27904		
200-09	-1,82275	0,66029	-0,20249	9,10444	-7,70441				1,39940	
200-13	-2,02600	0,62295	-0,10090	10,99736	-9,54843					1,39014

Tabell 1211. Tall – Norra Sverige – Funktionsgrupp 100  
 Table 1211. Pine – North Sweden – Function group 100

**Variabler med motsvarande koefficienter**  
*Variables with corresponding coefficients*

Funktion nr	konst a	D pb b	(D+20,0) pb c	H d	(H-1,3) e	K f	B g	D3 pb h	D5 pb i	D6 pb k
100-01	-1,20914	1,94740	-0,05947	1,40958	-0,45810					
100-02	-1,13921	2,00449	-0,12515	1,50593	-0,63102	0,05011				
100-03	-1,21856	2,05028	-0,04963	1,45165	-0,50379		-0,10326			
100-04	-1,12715	2,13211	-0,13543	1,58121	-0,73435	0,06595	-0,10998			
100-05	-1,01583	0,96015	-0,72990	5,68273	-4,34581			1,23512		
100-09	-1,72854	0,77019	-0,27662	9,19735	-7,82476				1,33043	
100-13	-1,86295	0,80725	-0,23079	10,87786	-9,47923					1,28749

Tabell 1212. Tall – Norra Sverige – Funktionsgrupp 200  
 Table 1212. Pine – North Sweden – Function group 200

Funktion nr	konst a	D ub b	(D+20,0) ub c	H d	(H-1,3) e	K f	B g	D3 ub h	D5 ub i	D6 ub k
200-01	-1,23242	1,95242	-0,05839	1,13440	-0,13476					
200-02	-1,11486	2,04182	-0,16186	1,28387	-0,41115	0,08185				
200-03	-1,22807	1,92340	-0,05928	1,08756	-0,09703		0,03442			
200-04	-1,11332	2,01294	-0,16048	1,23717	-0,37020	0,08011	0,03198			
200-05	-1,24230	0,80469	-0,68528	6,42746	-4,94313			1,36121		
200-09	-2,07286	0,62231	-0,15622	10,47517	-8,95137				1,42395	
200-13	-2,19485	0,65742	-0,12970	12,39880	-10,84612					1,38955

Tabell 1221. Gran – Norra Sverige – Funktionsgrupp 100  
 Table 1221. Spruce – North Sweden – Function group 100

Variabler med motsvarande koefficienter  
 Variables with corresponding coefficients

Funk- tion nr	konst a	D pb b	(D+20,0) pb c	H d	(H-1,3) e	K f	B g	D3 pb h	D5 pb i	D6 pb k
100-01	-0,79783	2,07157	-0,73882	3,16332	-1,82622					
100-02	-0,66277	2,16277	-0,81628	2,92136	-1,71059	0,04501				
100-03	-0,79355	2,08349	-0,73705	3,14057	-1,81162		-0,01066			
100-04	*)									
100-05	-0,73171	1,23262	-1,22853	6,90853	-5,36442			1,12758		
100-09	-1,26598	1,22940	-1,10265	11,79058	-10,16280				1,21528	
100-13	-1,37797	1,36641	-1,13896	13,95198	-12,28108					1,12621

Tabell 1222. Gran – Norra Sverige – Funktionsgrupp 200  
 Table 1222. Spruce – North Sweden – Function group 200

Funk- tion nr	konst a	D ub b	(D+20,0) ub c	H d	(H-1,3) e	K f	B g	D3 ub h	D5 ub i	D6 ub k
200-01	-0,77561	2,06126	-0,77713	3,27580	-1,90707					
200-02	-0,64566	2,14443	-0,84740	3,04601	-1,79791	0,04248				
200-03	-0,77943	2,03670	-0,79233	3,34132	-1,95272		0,02924			
200-04	-0,64387	2,11675	-0,87087	3,11944	-1,85172	0,04470	0,03812			
200-05	-0,74581	1,16224	-1,24109	7,19345	-5,61456			1,17597		
200-09	-1,31666	1,17999	-1,09179	12,31257	-10,65020				1,23981	
200-13	-1,41176	1,33008	-1,13205	14,43084	-12,73297					1,13884

\*) Utgår, se kap 6

\*) Excluded, see Summary

Tabell 25. Förklarad proportion (adj R2), standardavvikelse kring funktionen (sf) samt (sf) i procent av medelvårdets standardavvikelse (sf/sm). Volym över stubbe (V1). Norra Sverige

Table 25. Explained proportion (adj R2), standard deviation around the function (sf) and (sf) in per cent of standard deviation around the mean (sf/sm). Volume above stump (V1). North Sweden

Funk- tion nr Func- tion no.	Tall Pine			Gran Spruce			Björk Birch			
	Adj R2	Sf	sf/sm	Adj R2	Sf	sf/sm	Adj R2	sf	sf/sm	
	Adj R2	sf	sf/sm	Adj R2	sf	sf/sm	Adj R2	sf	sf/sm	
			%			%			%	
100	01	0,9957	0,0298	6,6	0,9976	0,0288	4,9	0,9949	0,0347	7,1
	02	0,9957	0,0295	6,5	0,9979	0,0274	4,6	0,9949	0,0348	7,1
	03	0,9962	0,0280	6,2	0,9976	0,0288	4,9	0,9952	0,0337	6,9
	04	0,9963	0,0274	6,1	0,9979	0,0274	4,6	0,9952	0,0337	6,9
	05	0,9963	0,0196	6,1	0,9969	0,0196	5,6	0,9968	0,0203	5,7
	06	0,9965	0,0190	6,0	0,9971	0,0188	5,3	0,9968	0,0203	5,7
	07	0,9963	0,0196	6,1	0,9969	0,0195	5,5	0,9968	0,0203	5,7
	08	0,9965	0,0190	6,0	0,9972	0,0186	5,3	0,9968	0,0203	5,7
	09	0,9982	0,0150	4,2	0,9985	0,0155	3,8	0,9978	0,0159	4,7
	10	0,9983	0,0144	4,1	0,9986	0,0149	3,7	0,9978	0,0157	4,6
	11	0,9982	0,0150	4,2	0,9985	0,0155	3,8	0,9978	0,0159	4,7
	12	0,9983	0,0144	4,1	0,9986	0,0149	3,7	0,9978	0,0157	4,6
	13	0,9984	0,0136	4,0	0,9986	0,0144	3,8	0,9976	0,0163	4,9
	14	0,9985	0,0132	3,9	0,9986	0,0141	3,7	0,9976	0,0162	4,9
	15	0,9984	0,0136	4,0	0,9986	0,0144	3,8	0,9976	0,0162	4,9
	16	0,9985	0,0132	3,9	0,9986	0,0141	3,7	0,9976	0,0161	4,9
200	01	0,9952	0,0323	6,9	0,9972	0,0319	5,3	0,9949	0,0353	7,2
	02	0,9954	0,0316	6,8	0,9974	0,0308	5,1	0,9949	0,0353	7,2
	03	0,9952	0,0321	6,9	0,9972	0,0317	5,3	0,9948	0,0353	7,2
	04	0,9954	0,0314	6,8	0,9974	0,0305	5,1	0,9948	0,0353	7,2
	05	0,9955	0,0223	6,7	0,9964	0,0218	6,0	0,9963	0,0221	6,1
	06	0,9958	0,0215	6,4	0,9966	0,0212	5,8	0,9963	0,0222	6,1
	07	0,9957	0,0219	6,6	0,9965	0,0212	5,9	0,9963	0,0222	6,1
	08	0,9960	0,0210	6,3	0,9968	0,0204	5,6	0,9963	0,0222	6,1
	09	0,9979	0,0168	4,6	0,9984	0,0167	4,0	0,9976	0,0168	4,9
	10	0,9980	0,0161	4,4	0,9984	0,0163	3,9	0,9976	0,0167	4,9
	11	0,9979	0,0167	4,6	0,9984	0,0166	4,0	0,9976	0,0168	4,9
	12	0,9980	0,0160	4,4	0,9985	0,0162	3,9	0,9976	0,0167	4,9
	13	0,9981	0,0153	4,4	0,9984	0,0156	4,0	0,9974	0,0170	5,1
	14	0,9982	0,0149	4,3	0,9984	0,0154	4,0	0,9974	0,0169	5,1
	15	0,9981	0,0151	4,3	0,9984	0,0155	4,0	0,9974	0,0171	5,1
	16	0,9982	0,0148	4,2	0,9984	0,0153	4,0	0,9974	0,0169	5,1
300	01	0,9932	0,0382	8,2	0,9970	0,0331	5,5	0,9929	0,0414	8,4
	02	0,9933	0,0380	8,2	0,9972	0,0318	5,3	0,9929	0,0413	8,4
	05	0,9942	0,0254	7,6	0,9955	0,0243	6,7	0,9941	0,0281	7,7
	06	0,9945	0,0247	7,4	0,9957	0,0236	6,5	0,9941	0,0280	7,7
	09	0,9970	0,0198	5,5	0,9976	0,0203	4,9	0,9962	0,0210	6,1
	10	0,9971	0,0194	5,4	0,9977	0,0199	4,8	0,9962	0,0210	6,2
	13	0,9972	0,0184	5,2	0,9976	0,0190	4,9	0,9957	0,0220	6,6
	14	0,9973	0,0182	5,2	0,9976	0,0189	4,9	0,9956	0,0220	6,6
400	05	0,9948	0,0240	7,2	0,9960	0,0229	6,3	0,9952	0,0253	6,9
	06	0,9952	0,0230	6,9	0,9962	0,0222	6,1	0,9952	0,0253	6,9
	07	0,9949	0,0239	7,2	0,9960	0,0228	6,3	0,9955	0,0244	6,7
	08	0,9953	0,0229	6,9	0,9962	0,0222	6,1	0,9955	0,0244	6,7
	09	0,9974	0,0185	5,1	0,9979	0,0188	4,6	0,9970	0,0188	5,5
	10	0,9976	0,0179	4,9	0,9980	0,0183	4,4	0,9970	0,0188	5,5
	11	0,9974	0,0184	5,1	0,9980	0,0183	4,4	0,9971	0,0184	5,4
	12	0,9976	0,0177	4,9	0,9981	0,0179	4,3	0,9971	0,0184	5,4
	13	0,9977	0,0169	4,8	0,9980	0,0174	4,5	0,9967	0,0190	5,7
	14	0,9978	0,0165	4,7	0,9980	0,0172	4,5	0,9967	0,0190	5,7
	15	0,9977	0,0168	4,8	0,9981	0,0170	4,4	0,9969	0,0185	5,5
	16	0,9978	0,0164	4,7	0,9981	0,0169	4,4	0,9969	0,0185	5,5

Tabell 24. Förklarad proportion (adj R2), standardavvikelse kring funktionen (sf) samt (sf) i procent av medelvårdets standardavvikelse (sf/sm). Volym över stubbe (V1). Södra Sverige

$\Rightarrow i \log\text{form.}$

Table 24. Explained proportion (adj R2), standard deviation around the function (sf) and (sf) in per cent of standard deviation around the mean (sf/sm). Volume above stump (V1). South Sweden

Funk- tion nr	Adj R2	Tall Pine		Gran Spruce			Björk Birch		
		sf	sf/sm	Adj R2	sf	sf/sm	Adj R2	sf	sf/sm
Func- tion no.	Adj R2	sf	sf/sm	Adj R2	sf	sf/sm	Adj R2	sf	sf/sm
			%			%			%
100 01	0,9962	0,0327	6,2	0,9979	0,0285	4,6	0,9919	0,0431	9,0
02	0,9962	0,0326	6,1	0,9981	0,0274	4,4	0,9920	0,0428	8,9
03	0,9970	0,0289	5,4	0,9979	0,0285	4,6	0,9937	0,0381	7,9
04	0,9971	0,0285	5,4	0,9981	0,0274	4,4	0,9937	0,0382	8,0
05	0,9954	0,0212	6,8	0,9967	0,0214	5,7	0,9962	0,0207	6,1
06	0,9956	0,0206	6,6	0,9969	0,0208	5,5	0,9963	0,0205	6,1
07	0,9954	0,0212	6,8	0,9968	0,0212	5,7	0,9962	0,0207	6,1
08	0,9956	0,0206	6,6	0,9970	0,0205	5,5	0,9963	0,0205	6,1
09	0,9984	0,0169	4,0	0,9986	0,0165	3,7	0,9974	0,0174	5,1
10	0,9985	0,0165	3,9	0,9987	0,0160	3,6	0,9975	0,0171	5,0
11	0,9985	0,0168	3,9	0,9986	0,0165	3,7	0,9974	0,0173	5,1
12	0,9985	0,0164	3,8	0,9987	0,0160	3,6	0,9975	0,0171	5,0
13	0,9986	0,0155	3,8	0,9988	0,0149	3,5	0,9971	0,0184	5,4
14	0,9987	0,0149	3,7	0,9988	0,0145	3,4	0,9971	0,0182	5,4
15	0,9986	0,0154	3,8	0,9988	0,0149	3,5	0,9971	0,0184	5,4
16	0,9987	0,0148	3,6	0,9988	0,0145	3,4	0,9971	0,0182	5,4
200 01	0,9965	0,0328	6,0	0,9976	0,0309	4,8	0,9930	0,0407	8,4
02	0,9965	0,0325	5,9	0,9978	0,0300	4,7	0,9930	0,0407	8,4
03	0,9965	0,0327	5,9	0,9977	0,0307	4,8	0,9931	0,0403	8,3
04	0,9965	0,0325	5,9	0,9978	0,0296	4,6	0,9931	0,0403	8,3
05	0,9946	0,0241	7,3	0,9963	0,0235	6,1	0,9963	0,0208	6,0
06	0,9949	0,0235	7,1	0,9964	0,0231	6,0	0,9964	0,0205	6,0
07	0,9947	0,0239	7,3	0,9965	0,0228	5,9	0,9963	0,0208	6,0
08	0,9950	0,0233	7,1	0,9967	0,0222	5,8	0,9964	0,0206	6,0
09	0,9983	0,0182	4,1	0,9985	0,0172	3,8	0,9974	0,0175	5,1
10	0,9984	0,0177	4,0	0,9986	0,0168	3,7	0,9975	0,0173	5,0
11	0,9983	0,0181	4,1	0,9985	0,0172	3,8	0,9975	0,0173	5,0
12	0,9984	0,0176	4,0	0,9986	0,0167	3,7	0,9975	0,0172	5,0
13	0,9984	0,0166	4,0	0,9987	0,0158	3,6	0,9971	0,0186	5,4
14	0,9986	0,0160	3,8	0,9987	0,0155	3,6	0,9971	0,0185	5,4
15	0,9984	0,0165	3,9	0,9987	0,0157	3,6	0,9971	0,0185	5,4
16	0,9986	0,0158	3,8	0,9987	0,0154	3,6	0,9971	0,0184	5,4
300 01	0,9935	0,0442	8,0	0,9975	0,0316	5,0	0,9878	0,0535	11,1
02	0,9935	0,0442	8,0	0,9977	0,0303	4,8	0,9882	0,0526	10,9
05	0,9915	0,0304	9,2	0,9956	0,0254	6,6	0,9948	0,0247	7,2
06	0,9915	0,0303	9,2	0,9959	0,0245	6,4	0,9948	0,0248	7,2
09	0,9969	0,0243	5,5	0,9981	0,0198	4,4	0,9968	0,0195	5,7
10	0,9970	0,0243	5,5	0,9982	0,0192	4,3	0,9968	0,0195	5,7
13	0,9972	0,0220	5,3	0,9983	0,0182	4,2	0,9961	0,0215	6,2
14	0,9973	0,0217	5,2	0,9983	0,0177	4,1	0,9961	0,0214	6,2
400 05	0,9933	0,0269	8,2	0,9959	0,0247	6,4	0,9955	0,0230	6,7
06	0,9935	0,0266	8,1	0,9961	0,0241	6,3	0,9955	0,0230	6,7
07	0,9935	0,0265	8,1	0,9959	0,0247	6,4	0,9957	0,0225	6,5
08	0,9937	0,0261	7,9	0,9961	0,0239	6,2	0,9957	0,0224	6,5
09	0,9976	0,0215	4,9	0,9982	0,0189	4,2	0,9972	0,0184	5,3
10	0,9977	0,0212	4,8	0,9984	0,0183	4,1	0,9972	0,0184	5,3
11	0,9977	0,0211	4,8	0,9983	0,0185	4,1	0,9972	0,0182	5,3
12	0,9978	0,0208	4,7	0,9984	0,0180	4,0	0,9972	0,0182	5,3
13	0,9978	0,0195	4,7	0,9984	0,0171	3,9	0,9968	0,0195	5,7
14	0,9979	0,0190	4,5	0,9985	0,0167	3,9	0,9968	0,0195	5,7
15	0,9979	0,0192	4,6	0,9985	0,0169	3,9	0,9968	0,0193	5,6
16	0,9980	0,0188	4,5	0,9985	0,0166	3,8	0,9968	0,0193	5,6

Tabell 1121. Gran – Södra Sverige – Funktionsgrupp 100  
 Table 1121. Spruce – South Sweden – Function group 100

Variabler med motsvarande koefficienter  
 Variables with corresponding coefficients

Funktion nr	konst a	D pb b	(D+20,0) pb c	H d	(H-1,3) e	K f	B g	D3 pb h	D5 pb i	D6 pb k
100-01	-1,02039	2,00128	-0,47473	2,87138	-1,61803					
100-02	-0,93173	2,06103	-0,51644	2,66914	-1,51878	0,04291				
100-03	*)									
100-04	*)									
100-05	-1,29334	1,04191	-0,51028	5,53187	-4,15824			1,05946		
100-09	-1,58353	0,87327	-0,57918	10,49324	-8,99899				1,33300	
100-13	-1,66431	0,98643	-0,66278	12,95458	-11,40346					1,28630

Tabell 1122. Gran – Södra Sverige – Funktionsgrupp 200  
 Table 1122. Spruce – South Sweden – Function group 200

Funktion nr	konst a	D ub b	(D+20,0) ub c	H d	(H-1,3) e	K f	B g	D3 ub h	D5 ub i	D6 ub k
200-01	-1,07676	1,97159	-0,42776	2,84877	-1,58630					
200-02	-0,99639	2,02342	-0,46158	2,66057	-1,49433	0,04050				
200-03	-1,06382	1,94882	-0,44651	2,84442	-1,57709		0,03757			
200-04	-0,97223	1,99842	-0,48910	2,63786	-1,47399	0,04417	0,04899			
200-05	-1,36090	0,95541	-0,51221	5,99196	-4,57478			1,14293		
200-09	-1,67069	0,84855	-0,57607	11,22895	-9,68358				1,34915	
200-13	-1,74860	0,99197	-0,68451	13,92162	-12,30609					1,28251

\*) Utgår, se kap 6

\*) Excluded, see Summary

## **BILAGA 5.**

- Analytisk beräkning av systematiska fel som uppkommer till följd av mätfel.

### Analytisk bestämning av bias och varians för Näslunds funktioner

Då Näslunds funktioner är polynom i de förklarande variablerna (brösthöjdsdiameter, trädhöjd, krongränshöjd och dubbel barktjocklek) så kan bias och varians beräknas analytiskt. Näslunds lilla funktion för gran på bark i södra eller norra Sverige ges då mätfel adderats till variablerna av

$$VN_1 = a(D+\delta_D)^2 + b(D+\delta_D)^2(H+\delta_H) + c(D+\delta_D)(H+\delta_H)^2 + d(H+\delta_H)^2 \quad (1)$$

där  $\delta_D$  och  $\delta_H$  är mätfel för brösthöjdsdiameter och trädhöjd som antas vara oberoende och normalfördelade med väntevärde 0 och standardavvikelse  $\sigma_D$  respektive  $\sigma_H$ . Genom att utveckla funktionen fås

$$VN_1 = aD^2 + bD^2H + cDH^2 + dH^2 + (2aD + 2bDH + cH^2)\delta_D + (a+bH)\delta_D^2 + (bD^2 + 2dH + 2cDH)\delta_H + (d+cD)\delta_H^2 + (2bD + 2cH)\delta_D\delta_H + b\delta_D^2\delta_H + c\delta_D\delta_H^2 \quad (2)$$

Bias bestäms genom att ta väntevärde av (2) och subtrahera sann volym d v s

$$\text{bias}(VN_1) = (a+bH)\sigma_D^2 + (d+cD)\sigma_H^2 \quad (3)$$

Variansen av (2) fås med hjälp av  $\text{Var}(\delta_H^2) = 2\sigma_H^4$ ,  $\text{Var}(\delta_H\delta_D) = \sigma_H^2\sigma_D^2$ ,  $\text{Var}(\delta_H^2\delta_D) = 3\sigma_H^4\sigma_D^2$ ,  $\text{Cov}(\delta_D, \delta_H^2\delta_D) = \sigma_H^2\sigma_D^2$  som

$$\text{Var}(VN_1) = (2aD + 2bDH + cH^2)^2\sigma_D^2 + (a+bH)^2 2\sigma_D^4 + (bD^2 + 2dH + 2cDH)^2\sigma_H^2 + (d+cD)^2 2\sigma_H^4 + (2bD + 2cH)^2\sigma_H^2\sigma_D^2 + b^2 3\sigma_D^4\sigma_H^2 + c^2 3\sigma_H^4\sigma_D^2 + 2(2aD + 2bDH + cH^2)c\sigma_H^2\sigma_D^2 + 2(bD^2 + 2dH + 2cDH)b\sigma_H^2\sigma_D^2 \quad (4)$$

### Analytisk bestämning av systematiskt fel för Brandels funktioner

För att beräkna bias och varians för Brandels funktioner så approximeras funktionen genom Taylorutveckling runt  $(\delta_D, \delta_H) = (0,0)$ . För Brandel(1), gran och tall på bark södra och norra Sverige med mätfel fås

$$VB_1(\delta_D, \delta_H) = 10^a(D+\delta_D)^b(D+20+\delta_D)^c(H+\delta_H)^d(H-1.3+\delta_H)^e \quad (5)$$

Taylorutveckling ger

$$VB_1(\delta_D, \delta_H) = VB_1(0,0) + VB_{1D}(0,0)\delta_D + VB_{1H}(0,0)\delta_H + .5VB_{1DD}(0,0)\delta_D^2 + .5VB_{1HH}(0,0)\delta_H^2 + VB_{1DH}(0,0)\delta_D\delta_H \quad (6)$$



Där  $VB_{1D}(0,0)$  är derivatan av Volymfunktionen med avseende på  $D$  i punkten  $(0,0)$ . Genom att ta väntevärde kan bias bestämmas

$$\text{bias}(VB_1) = .5VB_{1DD}(0,0)\sigma_D^2 + .5VB_{1HH}(0,0)\delta_H^2 \quad (7)$$

På samma sätt kan systematiska fel för Brandel(2) och Brandel(3) bestämmas. Variansen av volymen approximeras genom

$$\begin{aligned} \text{Var}(VB_1) = & VB_{1D}(0,0)^2\sigma_D^2 + VB_{1H}(0,0)^2\sigma_H^2 + .5VB_{1DD}(0,0)^2\sigma_D^4 + .5VB_{1HH}(0,0)^2\sigma_H^4 + \\ & VB_{1DH}(0,0)^2\sigma_D^2\sigma_H^2 \end{aligned} \quad (8)$$

Derivatorna av Brandel(1) är

$$VB_{1D}(\delta_D, \delta_H) = (b(D+\delta_D)^{b-1}(D+20+\delta_D)^c + c(D+\delta_D)^b(D+20+\delta_D)^{c-1})(H+\delta_H)^d(H-1.3+\delta_H)^e 10^a$$

$$VB_{1H}(\delta_D, \delta_H) = 10^a(D+\delta_D)^b(D+20+\delta_D)^c(d(H+\delta_H)^{d-1}(H-1.3+\delta_H)^e + e(H+\delta_H)^d(H-1.3+\delta_H)^{e-1})$$

$$VB_{1DD}(\delta_D, \delta_H) = (b(b-1)(D+\delta_D)^{b-2}(D+20+\delta_D)^c + bc(D+\delta_D)^{b-1}(D+20+\delta_D)^{c-1} + bc(D+\delta_D)^{b-1}(D+20+\delta_D)^{c-1} + c(c-1)(D+\delta_D)^b(D+20+\delta_D)^{c-2})(H+\delta_H)^d(H-1.3+\delta_H)^e 10^a$$

$$VB_{1HH}(\delta_D, \delta_H) = 10^a(D+\delta_D)^b(D+20+\delta_D)^c(d(d-1)(H+\delta_H)^{d-2}(H-1.3+\delta_H)^e + de(H+\delta_H)^{d-1}(H-1.3+\delta_H)^{e-1} + de(H+\delta_H)^{d-1}(H-1.3+\delta_H)^{e-1} + e(e-1)(H+\delta_H)^d(H-1.3+\delta_H)^{e-2})$$

$$VB_{1DH}(\delta_D, \delta_H) = 10^a(b(D+\delta_D)^{b-1}(D+20+\delta_D)^c + c(D+\delta_D)^b(D+20+\delta_D)^{c-1})(d(H+\delta_H)^{d-1}(H-1.3+\delta_H)^e + e(H+\delta_H)^d(H-1.3+\delta_H)^{e-1})$$

## Övriga funktioner

### 1.Näslunds lilla funktion för tall på bark

$$VN_1 = a(D+\delta_D)^2 + b(D+\delta_D)^2(H+\delta_H) + c(D+\delta_D)(H+\delta_H)^2$$

Genom att utveckla funktionen fås

$$\begin{aligned} VN_1 = & aD^2 + bD^2H + cDH^2 + (2aD + 2bDH + cH^2)\delta_D + (a+bH)\delta_D^2 + \\ & (bD^2 + 2cDH)\delta_H + cD\delta_H^2 + (2bD + 2cH)\delta_D\delta_H + b\delta_D^2\delta_H + c\delta_D\delta_H^2 \end{aligned}$$

vilket ger

$$\text{bias}(\text{VN}_1) = (a+bH)\sigma_D^2 + cD\sigma_H^2$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(\text{VN}_1) = & (2aD+2bDH+cH^2)^2 \sigma_D^2 + (a+bH)^2 2\sigma_D^4 + (bD^2+2cDH)^2 \sigma_H^2 + \\ & (cD)^2 2\sigma_H^4 + (2bD+2cH)^2 \sigma_H^2 \sigma_D^2 + b^2 3\sigma_D^4 \sigma_H^2 + c^2 3\sigma_H^4 \sigma_D^2 + \\ & 2(2aD+2bDH+cH^2)c\sigma_H^2 \sigma_D^2 + 2(bD^2+2cDH)b\sigma_H^2 \sigma_D^2 \end{aligned}$$

## 2. Näslunds stora funktion för gran på bark i södra och norra Sverige

$$\text{VN}_2 = a(D+\delta_D)^2 + b(D+\delta_D)^2(H+\delta_H) + c(D+\delta_D)^2(K+\delta_K) + d(D+\delta_D)(H+\delta_H)^2 + e(H+\delta_H)^2$$

Genom att utveckla funktionen fås

$$\begin{aligned} \text{VN}_2 = & aD^2 + bD^2H + cD^2K + dDH^2 + eH^2 + (2aD+2bDH+dH^2+2cDK)\delta_D + (a+bH+cK)\delta_D^2 + \\ & (bD^2+2dDH+2eH)\delta_H + (e+dD)\delta_H^2 + (2bD+2dH)\delta_D\delta_H + b\delta_D^2\delta_H + d\delta_D\delta_H^2 + \\ & cD^2\delta_K + 2cD\delta_D\delta_K + c\delta_D^2\delta_K \end{aligned}$$

vilket ger

$$\text{bias}(\text{VN}_2) = (a+bH+cK)\sigma_D^2 + (e+dD)\sigma_H^2$$

och

$$\begin{aligned} \text{Var}(\text{VN}_2) = & (2aD+2bDH+dH^2+2cDK)^2 \sigma_D^2 + (a+bH+cK)^2 2\sigma_D^4 + (bD^2+2dDH+2eH)^2 \sigma_H^2 + \\ & (e+dD)^2 2\sigma_H^4 + (2bD+2dH)^2 \sigma_H^2 \sigma_D^2 + b^2 3\sigma_D^4 \sigma_H^2 + d^2 3\sigma_H^4 \sigma_D^2 + (cD)^2 \sigma_K^2 + \\ & (2cD)^2 \sigma_D^2 \sigma_K^2 + c^2 3\sigma_D^4 \sigma_K^2 + 2(2aD+2bDH+dH^2+2cDK)d\sigma_H^2 \sigma_D^2 + \\ & 2(bD^2+2dDH+2eH)b\sigma_H^2 \sigma_D^2 + 2cD^2 c \sigma_K^2 \sigma_D^2 \end{aligned}$$

## 3. Näslunds stora funktion för tall på bark, norra Sverige

$$\text{VN}_2 = a(D+\delta_D)^2 + b(D+\delta_D)^2(H+\delta_H) + c(D+\delta_D)^2(K+\delta_K) + d(D+\delta_D)(H+\delta_H)(B+\delta_B) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(VN_2) = & (2aD+2bDH+eHB+dH^2+2cDK)^2\sigma_D^2 + (a+bH+cK)^22\sigma_D^4 + \\ & (bD^2+eDB+2dDH)^2\sigma_H^2 + (dD)^22\sigma_H^4 + (eDH)^2\sigma_B^2 + (cD)^2\sigma_K^2 + \\ & (2bD+eB+2dH)^2\sigma_H^2\sigma_D^2 + (eH)^2\sigma_D^2\sigma_B^2 + (eD)^2\sigma_H^2\sigma_B^2 + (2cD)^2\sigma_D^2\sigma_K^2 + \\ & b^23\sigma_D^4\sigma_H^2 + c^23\sigma_D^4\sigma_K^2 + d^23\sigma_D^2\sigma_H^4 + e^2\sigma_D^2\sigma_K^2\sigma_B^2 + 2c^2D^2\sigma_D^2\sigma_K^2 + \\ & 2b(bD^2+eDB+2dDH)\sigma_D^2\sigma_H^2 + 2d(2aD+2bDH+eHB+dH^2+2cDK)\sigma_D^2\sigma_H^2 \end{aligned}$$

##### 5. Brandels mindre funktion för gran på bark(100-02), södra och norra Sverige

$$VB_2(\delta_D, \delta_H, \delta_K) = 10^a(D+\delta_D)^b(D+20+\delta_D)^c(H+\delta_H)^d(H-1.3+\delta_H)^e(K+\delta_K)^f$$

Taylorutveckling ger

$$\begin{aligned} VB_2(\delta_D, \delta_H, \delta_K) = & VB_2(0,0,0) + VB_{2D}(0,0,0)\delta_D + VB_{2H}(0,0,0)\delta_H + VB_{2K}(0,0,0)\delta_K + \\ & .5VB_{2DD}(0,0,0)\delta_D^2 + .5VB_{2HH}(0,0,0)\delta_H^2 + .5VB_{2KK}(0,0,0)\delta_K^2 + \\ & VB_{2DH}(0,0,0)\delta_D\delta_H + VB_{2DK}(0,0,0)\delta_D\delta_K + VB_{2HK}(0,0,0)\delta_H\delta_K \end{aligned}$$

vilket ger

$$\text{bias}(VB_2) = .5VB_{2DD}(0,0,0)\sigma_D^2 + .5VB_{2HH}(0,0,0)\sigma_H^2 + .5VB_{2KK}(0,0,0)\sigma_K^2$$

Variansen approximeras genom

$$\begin{aligned} \text{Var}(VB_2) = & VB_{2D}(0,0,0)^2\sigma_D^2 + VB_{2H}(0,0,0)^2\sigma_H^2 + VB_{2K}(0,0,0)^2\sigma_K^2 + \\ & 5VB_{2DD}(0,0,0)^2\sigma_D^4 \\ & + .5VB_{2HH}(0,0,0)^2\sigma_H^4 + .5VB_{2KK}(0,0,0)^2\sigma_K^4 + VB_{2DH}(0,0,0)^2\sigma_D^2\sigma_H^2 + \\ & VB_{2DK}(0,0,0)^2\sigma_D^2\sigma_K^2 + VB_{2HK}(0,0,0)^2\sigma_H^2\sigma_K^2 \end{aligned}$$

Derivatorna av Brandel (100-02) är

$$VB_{2D}(\delta_D, \delta_H, \delta_K) = (b(D+\delta_D)^{b-1}(D+20+\delta_D)^c + c(D+\delta_D)^b(D+20+\delta_D)^{c-1})(H+\delta_H)^d(H-1.3+\delta_H)^e10^aK^f$$

$$VB_{2H}(\delta_D, \delta_H, \delta_K) = 10^a(D+\delta_D)^b(D+20+\delta_D)^c(d(H+\delta_H)^{d-1}(H-1.3+\delta_H)^e + e(H+\delta_H)^d(H-1.3+\delta_H)^{e-1})K^f$$

$$VB_{2K}(\delta_D, \delta_H, \delta_K) = 10^aD^b(D+20)^cH^d(H-1.3)^e fK^{f-1}$$

Genom att utveckla funktionen fås

$$VN_2 = aD^2 + bD^2H + cD^2K + dDHB + (2aD + 2bDH + dHB + 2cDK)\delta_D + (a + bH + cK)\delta_D^2 + (bD^2 + dDB)\delta_H + (dDH)\delta_B + (cD^2)\delta_K + (2bD + dB)\delta_D\delta_H + dH\delta_D\delta_B + dD\delta_H\delta_B + 2cD\delta_D\delta_K + b\delta_D^2\delta_H + c\delta_D^2\delta_K + d\delta_D\delta_H\delta_B$$

vilket ger

$$\text{bias}(VN_2) = (a + bH + cK)\sigma_D^2$$

och

$$\text{Var}(VN_2) = (2aD + 2bDH + dHB + 2cDK)^2\sigma_D^2 + (a + bH + cK)^2\sigma_D^4 + (bD^2 + dDB)^2\sigma_H^2 + (dDH)^2\sigma_B^2 + (cD^2)^2\sigma_K^2 + (2bD + dB)^2\sigma_H^2\sigma_D^2 + (dH)^2\sigma_D^2\sigma_B^2 + (dD)^2\sigma_H^2\sigma_B^2 + (2cD)^2\sigma_D^2\sigma_K^2 + b^2\sigma_D^4\sigma_H^2 + c^2\sigma_D^4\sigma_K^2 + d^2\sigma_D^2\sigma_K^2\sigma_B^2 + 2c^2D^2\sigma_D^2\sigma_K^2 + 2b(bD^2 + dDB)\sigma_D^2\sigma_H^2$$

#### 4. Näslunds stora funktion för tall på bark, södra Sverige

$$VN_2 = a(D + \delta_D)^2 + b(D + \delta_D)^2(H + \delta_H) + c(D + \delta_D)^2(K + \delta_K) + d(D + \delta_D)(H + \delta_H)^2 + e(D + \delta_D)(H + \delta_H)(B + \delta_B)$$

Genom att utveckla funktionen fås

$$VN_2 = aD^2 + bD^2H + cD^2K + dDH^2 + eDHB + (2aD + 2bDH + eHB + dH^2 + 2cDK)\delta_D + (a + bH + cK)\delta_D^2 + (bD^2 + eDB + 2dDH)\delta_H + (dD)\delta_H^2 + (eDH)\delta_B + (cD^2)\delta_K + (2bD + eB + 2dH)\delta_D\delta_H + eH\delta_D\delta_B + eD\delta_H\delta_B + 2cD\delta_D\delta_K + b\delta_D^2\delta_H + c\delta_D^2\delta_K + d\delta_D\delta_H^2 + e\delta_D\delta_H\delta_B$$

vilket ger

$$\text{bias}(VN_{2S}) = (a + bH + cK)\sigma_D^2 + dD\sigma_H^2$$

och

$$VB_{2DD}(\delta_D, \delta_H, \delta_K) = (b(b-1)(D+\delta_D)^{b-2}(D+20+\delta_D)^c + bc(D+\delta_D)^{b-1}(D+20+\delta_D)^{c-1} + bc(D+\delta_D)^{b-1}(D+20+\delta_D)^{c-1} + c(c-1)(D+\delta_D)^b(D+20+\delta_D)^{c-2})(H+\delta_H)^d(H-1.3+\delta_H)^e 10^a K^f$$

$$VB_{2HH}(\delta_D, \delta_H, \delta_K) = 10^a (D+\delta_D)^b (D+20+\delta_D)^c (d(d-1)(H+\delta_H)^{d-2}(H-1.3+\delta_H)^e + de(H+\delta_H)^{d-1}(H-1.3+\delta_H)^{e-1} + de(H+\delta_H)^{d-1}(H-1.3+\delta_H)^{e-1} + e(e-1)(H+\delta_H)^d (H-1.3+\delta_H)^{e-2}) K^f$$

$$VB_{2KK}(\delta_D, \delta_H, \delta_K) = 10^a D^b (D+20)^c H^d (H-1.3)^e f(f-1) K^{f-2}$$

$$VB_{2DH}(\delta_D, \delta_H, \delta_K) = 10^a (b(D+\delta_D)^{b-1}(D+20+\delta_D)^c + c(D+\delta_D)^b(D+20+\delta_D)^{c-1})(d(H+\delta_H)^{d-1}(H-1.3+\delta_H)^e + e(H+\delta_H)^d(H-1.3+\delta_H)^{e-1}) K^f$$

$$VB_{2DK}(\delta_D, \delta_H, \delta_K) = (b(D+\delta_D)^{b-1}(D+20+\delta_D)^c + c(D+\delta_D)^b(D+20+\delta_D)^{c-1})(H+\delta_H)^d (H-1.3+\delta_H)^e 10^a f K^{f-1}$$

$$VB_{2HK}(\delta_D, \delta_H, \delta_K) = 10^a (D+\delta_D)^b (D+20+\delta_D)^c (d(H+\delta_H)^{d-1}(H-1.3+\delta_H)^e + e(H+\delta_H)^d(H-1.3+\delta_H)^{e-1}) f K^{f-1}$$

## 6. Brandels mindre funktion för tall på bark (100-04), södra och norra Sverige

Ytterligare en variabel, dubbel barktjocklek tillkommer.

$$VB_2(\delta_D, \delta_H, \delta_K, \delta_B) = 10^a (D+\delta_D)^b (D+20+\delta_D)^c (H+\delta_H)^d (H-1.3+\delta_H)^e (K+\delta_K)^f (B+\delta_B)^g$$

Taylorutveckling ger

$$VB_2(\delta_D, \delta_H, \delta_K, \delta_B) = VB_2(0,0,0,0) + VB_{2D}(0,0,0,0)\delta_D + VB_{2H}(0,0,0,0)\delta_H + VB_{2K}(0,0,0,0)\delta_K + VB_{2B}(0,0,0,0)\delta_B + .5VB_{2DD}(0,0,0,0)\delta_D^2 + .5VB_{2HH}(0,0,0,0)\delta_H^2 + .5VB_{2KK}(0,0,0,0)\delta_K^2 + .5VB_{2BB}(0,0,0,0)\delta_B^2 + VB_{2DH}(0,0,0,0)\delta_D\delta_H + VB_{2DK}(0,0,0,0)\delta_D\delta_K + VB_{2HK}(0,0,0,0)\delta_H\delta_K + VB_{2DB}(0,0,0,0)\delta_D\delta_B + VB_{2HB}(0,0,0,0)\delta_H\delta_B + VB_{2KB}(0,0,0,0)\delta_K\delta_B$$

$$\text{bias}(VB_2) = .5VB_{2DD}(0,0,0,0)\sigma_D^2 + .5VB_{2HH}(0,0,0,0)\sigma_H^2 + .5VB_{2KK}(0,0,0,0)\sigma_K^2 + .5VB_{2BB}(0,0,0,0)\sigma_B^2$$

Variansen approximeras genom

$$\begin{aligned} \text{Var}(\text{VB}_2) = & \text{VB}_{2D}(0,0,0,0)^2\sigma_D^2 + \text{VB}_{2H}(0,0,0,0)^2\sigma_H^2 + \text{VB}_{2K}(0,0,0,0)^2\sigma_K^2 + \\ & \text{VB}_{2B}(0,0,0,0)^2\sigma_B^2 + .5\text{VB}_{2DD}(0,0,0,0)^2\sigma_D^4 + .5\text{VB}_{2HH}(0,0,0,0)^2\sigma_H^4 + \\ & .5\text{VB}_{2KK}(0,0,0,0)^2\sigma_K^4 + 5\text{VB}_{2BB}(0,0,0,0)^2\sigma_B^4 + \text{VB}_{2DH}(0,0,0,0)^2\sigma_D^2\sigma_H^2 + \\ & \text{VB}_{2DK}(0,0,0,0)^2\sigma_D^2\sigma_K^2 + \text{VB}_{2HK}(0,0,0,0)^2\sigma_H^2\sigma_K^2 + \text{VB}_{2DB}(0,0,0,0)^2\sigma_D^2\sigma_B^2 \\ & + \text{VB}_{2HB}(0,0,0,0)^2\sigma_H^2\sigma_B^2 + \text{VB}_{2KB}(0,0,0,0)^2\sigma_K^2\sigma_B^2 \end{aligned}$$

Derivatorna av Brandel (100-04) är

$$\text{VB}_{2D}(\delta_D, \delta_H, \delta_K, \delta_B) = (b(D+\delta_D)^{b-1}(D+20+\delta_D)^c + c(D+\delta_D)^b(D+20+\delta_D)^{c-1})(H+\delta_H)^d (H-1.3+\delta_H)^e 10^a K^f B^g$$

$$\text{VB}_{2H}(\delta_D, \delta_H, \delta_K, \delta_B) = 10^a (D+\delta_D)^b (D+20+\delta_D)^c (d(H+\delta_H)^{d-1}(H-1.3+\delta_H)^e + e(H+\delta_H)^d (H-1.3+\delta_H)^{e-1}) K^f B^g$$

$$\text{VB}_{2K}(\delta_D, \delta_H, \delta_K, \delta_B) = 10^a D^b (D+20)^c H^d (H-1.3)^e f K^{f-1} B^g$$

$$\text{VB}_{2B}(\delta_D, \delta_H, \delta_K, \delta_B) = 10^a D^b (D+20)^c H^d (H-1.3)^e K^f B^{g-1}$$

$$\begin{aligned} \text{VB}_{2DD}(\delta_D, \delta_H, \delta_K, \delta_B) = & (b(b-1)(D+\delta_D)^{b-2}(D+20+\delta_D)^c + bc(D+\delta_D)^{b-1}(D+20+\delta_D)^{c-1} \\ & + bc(D+\delta_D)^{b-1}(D+20+\delta_D)^{c-1} + c(c-1)(D+\delta_D)^b(D+20+\delta_D)^{c-2}) \\ & (H+\delta_H)^d (H-1.3+\delta_H)^e 10^a K^f B^g \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{VB}_{2HH}(\delta_D, \delta_H, \delta_K, \delta_B) = & 10^a (D+\delta_D)^b (D+20+\delta_D)^c (d(d-1)(H+\delta_H)^{d-2}(H-1.3+\delta_H)^e + de(H+\delta_H)^{d-1} \\ & (H-1.3+\delta_H)^{e-1} + de(H+\delta_H)^{d-1}(H-1.3+\delta_H)^{e-1} + e(e-1)(H+\delta_H)^d \\ & (H-1.3+\delta_H)^{e-2}) K^f B^g \end{aligned}$$

$$\text{VB}_{2KK}(\delta_D, \delta_H, \delta_K, \delta_B) = 10^a D^b (D+20)^c H^d (H-1.3)^e f(f-1) K^{f-2} B^g$$

$$\text{VB}_{2BB}(\delta_D, \delta_H, \delta_K, \delta_B) = 10^a D^b (D+20)^c H^d (H-1.3)^e K^f g(g-1) B^{g-2}$$

$$\text{VB}_{2DH}(\delta_D, \delta_H, \delta_K, \delta_B) = 10^a (b(D+\delta_D)^{b-1}(D+20+\delta_D)^c + c(D+\delta_D)^b(D+20+\delta_D)^{c-1})(d(H+\delta_H)^{d-1} (H-1.3+\delta_H)^e + e(H+\delta_H)^d (H-1.3+\delta_H)^{e-1}) K^f B^g$$

$$\text{VB}_{2DK}(\delta_D, \delta_H, \delta_K, \delta_B) = (b(D+\delta_D)^{b-1}(D+20+\delta_D)^c + c(D+\delta_D)^b(D+20+\delta_D)^{c-1})(H+\delta_H)^d (H-1.3+\delta_H)^e 10^a f K^{f-1} B^g$$

$$VB_{2HK}(\delta_D, \delta_H, \delta_K, \delta_B) = 10^a (D + \delta_D)^b (D + 20 + \delta_D)^c (d(H + \delta_H)^{d-1} (H - 1.3 + \delta_H)^e + e(H + \delta_H)^d (H - 1.3 + \delta_H)^{e-1}) f K^{f-1} B^g$$

$$VB_{2DB}(\delta_D, \delta_H, \delta_K, \delta_B) = (b(D + \delta_D)^{b-1} (D + 20 + \delta_D)^c + c(D + \delta_D)^b (D + 20 + \delta_D)^{c-1}) (H + \delta_H)^d (H - 1.3 + \delta_H)^e 10^a g B^{g-1} K^f$$

$$VB_{2HB}(\delta_D, \delta_H, \delta_K, \delta_B) = 10^a (D + \delta_D)^b (D + 20 + \delta_D)^c (d(H + \delta_H)^{d-1} (H - 1.3 + \delta_H)^e + e(H + \delta_H)^d (H - 1.3 + \delta_H)^{e-1}) g B^{g-1} K^f$$

$$VB_{2KB}(\delta_D, \delta_H, \delta_K, \delta_B) = 10^a D^b (D + 20)^c H^d (H - 1.3)^e f K^{f-1} g B^{g-1}$$

5. Brandels större funktion för tall och gran på bark (100-05) och (100-09), södra och norra Sverige

Identisk med Brandel (100-02) då variabeln K ersätts med övre diameter.

Brandels volymfunktioner avsedda för **norra Sverige**. Spridningen för funktionerna uttryckt i log-form vilket ungefär motsvarar relativa tal (%). Funktionsnummer för volymfunktionerna svarar mot följande funktionsbeteckningar som används för volymfunktionerna i rapporten:

*Tallfunktioner, volym på bark:*

Funktion nr 100-01 → Brandel(1)

Funktion nr 100-04 → Brandel(2)

Funktion nr 100-05 → Brandel(3)

Funktion nr 100-09 → Brandel(3)

*Granfunktioner, volym på bark:*

Funktion nr 100-01 → Brandel(1)

Funktion nr 100-02 → Brandel(2)

Funktion nr 100-05 → Brandel(3)

Funktion nr 100-09 → Brandel(3)



Serien Arbetsrapporter utges i första hand för institutionens eget behov av viss dokumentation. Rapporterna är indelade i följande grupper: Riksskogstaxeringen, Planering och inventering, Biometri, Fjärranalys, Kompendier och undervisningsmaterial, Examensarbeten samt internationellt. Författarna svarar själva för rapporternas vetenskapliga innehåll.

---

### **Riksskogstaxeringen:**

- 1995 1 Kempe, G. Hjälpmedel för bestämning av slutenhet i plant- och ungskog. ISRN SLU-SRG-AR--1--SE
- 2 Riksskogstaxeringen och Ståndortskarteringen vid regional miljöövervakning. - metoder för att förbättra upplösningen vid inventering i skogliga avrinningsområden. ISRN SLU-SRG-AR--2--SE.
- 1997 23 Lundström, A., Nilsson, P. & Ståhl, G. Certifieringens konsekvenser för möjliga uttag av industri- och energived. - En pilotstudie. ISRN SLU-SRG-AR--23--SE.
- 24 Fridman, J. & Walheim, M. Död ved i Sverige. - Statistik från Riksskogstaxeringen. ISRN SLU-SRG-AR--24--SE.
- 1998 30 Fridman, J. & Kihlblom, D. & Söderberg, U. Förslag till miljöindexsystem för naturtypen skog. ISRN SLU-SRG-AR--30--SE.
- 34 Löfgren, P. Skogsmark, samt träd- och buskmark inom fjällområdet. En skattning av arealer enligt internationella ägoslagsdefinitioner. ISRN SLU-SRG-AR--34--SE.
- 37 Odell, G. & Ståhl, G. Vegetationsförändringar i svensk skogsmark mellan 1980- och 90-talet. -En studie grundad på Ståndortskarteringen. ISRN SLU-SRG-AR--37--SE.
- 38 Lind, T. Quantifying the area of edge zones in Swedish forest to assess the impact of nature conservation on timber yields. ISRN SLU-SRG-AR--38--SE.
- 1999 50 Ståhl, G., Walheim, M. & Löfgren, P. Fjällinventering. - En utredning av innehåll och design. ISRN SLU-SRG--AR--50--SE.
- 52 Riksskogstaxeringen inför 2000-talet. - Utredningar avseende innehåll och omfattning i en framtida Riksskogstaxering. Redaktörer: Jonas Fridman & Göran Ståhl. ISRN SLU-SRG-AR--52--SE.
- 54 Fridman, J. m.fl. Sveriges skogsmarksarealer enligt internationella ägoslagsdefinitioner. ISRN SLU-SRG-AR--54--SE.
- 56 Nilsson, P. & Gustafsson, K. Skogsskötseln vid 90-talets mitt - läge och trender. ISRN SLU-SRG-AR--56--SE.
- 57 Nilsson, P. & Söderberg, U. Trender i svensk skogsskötsel - en intervjuundersökning. ISRN SLU-SRG-AR--57--SE.

- 1999 61 Broman, N & Christoffersson, J. Mätfel i provträdsvariabler och dess inverkan på precision och noggrannhet i volymskattningar. ISRN SLU-SRG-AR--61--SE.

### **Planering och inventering:**

- 1995 3 Holmgren, P. & Thuresson, T. Skoglig planering på amerikanska västkusten - intryck från en studieresa till Oregon, Washington och British Columbia 1-14 augusti 1995. ISRN SLU-SRG-AR--3--SE.
- 4 Ståhl, G. The Transect Relascope - An Instrument for the Quantification of Coarse Woody Debris. ISRN SLU-SRG-AR--4--SE
- 1996 15 van Kerkvoorde, M. A sequential approach in mathematical programming to include spatial aspects of biodiversity in long range forest management planning. ISRN SLU-SRG-AR--15--SE.
- 1997 18 Christoffersson, P. & Jonsson, P. Avdelningsfri inventering - tillvägagångssätt och tidsåtgång. ISRN SLU-SRG-AR--18--SE.
- 19 Ståhl, G., Ringvall, A. & Lämås, T. Guided transect sampling - An outline of the principle. ISRN SLU-SRGL-AR--19--SE.
- 25 Lämås, T. & Ståhl, G. Skattning av tillstånd och förändringar genom inventerings-simulering - En handledning till programpaketet "NVSIM". ISRN SLU-SRG-AR--25--SE.
- 26 Lämås, T. & Ståhl, G. Om dektering av förändringar av populationer i begränsade områden. ISRN SLU-SRG-AR--26--SE.
- 1999 59 Petersson, H. Biomassafunktioner för trädfraktioner av tall, gran och björk i Sverige. ISRN SLU-SRG-AR--59--SE.

### **Biometeri:**

- 19967 22 Ali, Abdul Aziz. Describing Tree Size Diversity. ISRN SLU-SEG-AR--22--SE.

### **Fjärranalys:**

- 1997 28 Hagner, O. Satellitfjärranalys för skogsföretag. ISRN SLU-SRG-AR--28--SE.
- 29 Hagner, O. Textur till flygbilder för skattning av beståndsegenskaper. ISRN SLU-SRG-AR--29--SE.
- 1998 32 Dahlberg, U., Bergstedt, J. & Pettersson, A. Fältinstruktion för och erfarenheter från vegetationsinventering i Abisko, sommaren 1997. ISRN SLU-SRG-AR--32--SE.
- 43 Wallerman, J. Brattåkerinventeringen. ISRN SLU-SRG-AR--28--SE.

- 1999 51 Holmgren, J., Wallerman, J. & Olsson, H. Plot - Level Stem Volume Estimation and Tree Species Discrimination with Casi Remote Sensing. ISRN SLU-SRG-AR--51--SE.
- 53 Reese, H. & Nilsson, M. Using Landsat TM and NFI data to estimate wood volume, tree biomass and stand age in Dalarna. ISRN SLU-SRG-AR--53--SE.

### **Kompender och undervisningsmaterial:**

- 1996 14 Holm, S. & Thuresson, T. samt jägm.studenter kurs 92/96. En analys av skogstillståndet samt några alternativa avverkningsberäkningar för en del av Östads säteri. ISRN SLU-SRG-AR--14--SE.
- 21 Holm, S. & Thuresson, T. samt jägm.studenter kurs 93/97. En analys av skogsstillståndet samt några alternativa avverkningsberäkningar för en stor del av Östads säteri. ISRN SLU-SRG-AR--21--SE.
- 1998 42 Holm, S. & Lämås, T. samt jägm.studenter kurs 93/97. An analysis of the state of the forest and of some management alternatives for the Östad estate. ISRN SLU-SRG-AR--42--SE.
- 1999 58 Holm, S. samt studenter vid Sveriges lantbruksuniversitet i samband med kurs i strategisk och taktisk skoglig planering år 1998. En analys av skogsstillståndet samt några alternativa avverkningsberäkningar för Östads säteri. ISRN SLU-SRG-AR--58--SE.

### **Examensarbeten:**

- 1995 5 Törnquist, K. Ekologisk landskapsplanering i svenskt skogsbruk - hur började det?. Examensarbete i ämnet skogsuppskattning och skogsindelning. ISRN SLU-SRG-AR--5--SE.
- 1996 6 Persson, S. & Segner, U. Aspekter kring datakvalitets betydelse för den kortsiktiga planeringen. Examensarbete i ämnet skogsuppskattning och skogsindelning. ISRN SLU-SRG-AR--6--SE.
- 7 Henriksson, L. The thinning quotient - a relevant description of a thinning? Gallringskvot - en tillförlitlig beskrivning av en gallring? Examensarbete i ämnet skogsuppskattning och skogsindelning. ISRN SLU-SRG-AR--7--SE.
- 8 Ranvald, C. Sortimentinriktad avverkning. Examensarbete i ämnet skogsuppskattning och skogsindelning. ISRN SLU-SRG-AR--8--SE.
- 9 Olofsson, C. Mångbruk i ett landskapsperspektiv - En fallstudie på MoDo Skog AB, Örnsköldsviks förvaltning. Examensarbete i ämnet skogsuppskattning och skogsindelning. ISRN SLU-SRG-AR--9--SE.
- 10 Andersson, H. Taper curve functions and quality estimation for Common Oak (*Quercus Robur* L.) in Sweden. Examensarbete i ämnet skogsuppskattning och skogsindelning. ISRN SLU-SRG-AR--10--SE.

- 11 Djurberg, H. Den skogliga informationens roll i ett kundanpassat virkesflöde. - En bakgrundsstudie samt simulering av inventeringsmetoders inverkan på noggrannhet i leveransprognoser till sågverk. Examensarbete i ämnet skogsuppskattning och skogsindelning. ISRN SLU-SRG-AR--11--SE.
- 12 Bredberg, J. Skattning av ålder och andra beståndsvariabler - en fallstudie baserad på MoDo:s indelningsrutiner. Examensarbete i ämnet skogsuppskattning och skogsindelning. ISRN SLU-SRG-AR--14--SE.
- 13 Gunnarsson, F. On the potential of Kriging for forest management planning. Examensarbete i ämnet skogsuppskattning och skogsindelning. ISRN SLU-SRG-AR--13--SE.
- 16 Tormalm, K. Implementering av FSC-certifiering av mindre enskilda markägares skogsbruk. Examensarbete i ämnet skogsuppskattning och skogsindelning. ISRN SLU-SRG-AR--16--SE.
- 1997 17 Engberg, M. Naturvärden i skog lämnad vid slutavverkning. - En inventering av upp till 35 år gamla förnygringsytor på Sundsvalls arbetsomsåde, SCA. Examensarbete i ämnet skogsuppskattning och skogsindelning. ISRN-SLU-SRG-AR--17--SE.
- 20 Cedervind, J. GPS under krontak i skog. Examensarbete i ämnet skogsuppskattning och skogsindelning. ISRN SLU-SRG-AR--20--SE.
- 27 Karlsson, A. En studie av tre inventeringsmetoder i slutavverkningsbestånd. Examensarbete. ISRN SLU-SRG-AR--27--SE.
- 1998 31 Bendz, J. SÖDRAs gröna skogsbruksplaner. En uppföljning relaterad till SÖDRAs miljömål, FSC's kriterier och svensk skogspolitik. Examensarbete. ISRN SLU-SRG-AR--31--SE.
- 33 Jonsson, Ö. Trädskikt och ståndortsförhållanden i strandskog. - En studie av tre bäckar i Västerbotten. Examensarbete. ISRN SLU-SRG-AR--33--SE.
- 35 Claesson, S. Thinning response functions for single trees of Common oak (*Quercus Robur L.*) Examensarbete. ISRN SLU-SEG-AR--35--SE.
- 36 Lindskog, M. New legal minimum ages for final felling. Consequences and forest owner attitudes in the county of Västerbotten. Examensarbete. ISRN SLU-SRG-AR--36--SE.
- 40 Persson, M. Skogsmarksindelningen i gröna och blå kartan - en utvärdering med hjälp av riksskogstaxeringens provytor. Examensarbete. ISRN SLU-SRG-AR--40--SE.
- 41 Eriksson, F. Markbaserade sensorer för insamling av skogliga data - en förstudie. Examensarbete. ISRN SLU-SRG-AR--41--SE.
- 45 Gessler, C. Impedimentens potentiella betydelse för biologisk mångfald. - En studie av myr- och bergimpediment i ett skogslandskap i Västerbotten. Examensarbete. ISRN SLU-SRG-AR--45--SE.

- 46 Gustafsson, K. Långsiktplanering med geografiska hänsyn - en studie på Bräcke arbetsområde, SCA Forest and Timber. Examensarbete. ISRN SLU-SRG-AR--46--SE.
- 47 Holmgren, J. Estimating Wood Volume and Basal Area in Forest Compartments by Combining Satellite Image Data with Field Data. Examensarbete i ämnet Fjärranalys. ISRN SLU-SRG-AR--47--SE.
- 49 Härdelin, S. Framtida förekomst och rumslig fördelning av gammal skog. - En fallstudie på ett landskap i Bräcke arbetsområde. Examensarbete SCA. ISRN SLU-SRG-AR--49--SE.
- 1999 55 Imamovic, D. Simuleringsstudie av produktionskonsekvenser med olika miljömål. Examensarbete för Skogsstyrelsen. ISRN SLU-SRG-AR--55--SE

### **Internationellt:**

- 1998 39 Sandewall, Ohlsson, B & Sandewall, R.K. People's options on forest land use - a research study of land use dynamics and socio-economic conditions in a historical perspective in the Upper Nam Nan Water Catchment Area, Lao PDR. ISRN SLU-SRG-AR--39--SE.
- 44 Sandewall, M., Ohlsson, B., Sandewall, R.K., Vo Chi Chung, Tran Thi Binh & Pham Quoc Hung. People's options on forest land use. Government plans and farmers intentions - a strategic dilemma. ISRN SLU-SRG-AR--44--SE.
- 48 Sengthong, B. Estimating Growing Stock and Allowable Cut in Lao PDR using Data from Land Use Maps and the National Forest Inventory (NFI). Master thesis. ISRN SLU-SRG-AR--48--SE.
- 1999 60 Inter-active and dynamic approaches on forest and land-use planning - proceedings from a training workshop in Vietnam and Lao PDR, April 12-30, 1999. Edited by Mats Sandewall ISRN SLU-SRG-AR--60--SE.