

KUNGL. SKOGSHÖGSKOLANS SKRIFTER

BULLETIN OF THE ROYAL SCHOOL OF FORESTRY
STOCKHOLM, SWEDEN

Nr 14 och 15

Redaktör: Professor OLOF TAMM

1953

Intérêt simple ou intérêts composés dans
le calcul de la croissance

Enkel eller sammansatt ränta vid tillväxtberäkning

Av

SVEN PETRINI

Sammansatt ränta vid tillväxtprocentberäkning
i fleråriga perioder

Zinseszinsen bei der Berechnung der Zuwachsprozente
in mehrjährigen Perioden

Av

EINAR STRIDSBERG

Särtryck ur "Skogshögskolan 125 år"

Reprinted from "The Royal School of Forestry of Sweden 125 Years"



SKOGSBIBLIOTEKET, SKOGSHÖGSKOLAN, STOCKHOLM
(I distribution)

Intérêt simple ou intérêts composés dans le calcul de la croissance

Par

SVEN PETRINI

Dans le calcul d'intérêt simple, en matière d'actif, c'est toujours le capital initial qui procure l'intérêt. S'il s'agit de dette, on peut évidemment soutenir le contraire, dire que c'est la dette qui absorbe l'intérêt, et expliquer ainsi *le calcul d'escompte* sur un montant qui n'a pas besoin d'être payé avant un certain temps. Mais un arbre en croissance constitue, en toute circonstance, un avoir.

Les intérêts composés sont un calcul d'intérêt simple répété, et leur principe s'applique bien à la croissance de l'arbre, puisque l'augmentation de volume, la croissance, c.à.d. l'intérêt, pendant une certaine année s'ajoute directement au capital initial de l'arbre de sorte que, joint à ce capital initial, ils constituent ensemble le capital initial de l'année suivante, auquel, plus tard, vient encore s'ajouter une nouvelle croissance. De ce point de vue il semble naturel, en ce qui concerne les arbres en croissance, de calculer toujours par intérêts composés et capitalisation chaque année. Les circonstances se compliquent cependant du fait que le taux de l'intérêt ne reste pas constant d'année en année mais tombe systématiquement avec l'âge. Dans un calcul portant sur des périodes de plusieurs années il peut donc arriver que le volume de croissance n'augmente pas comme il devrait le faire dans la série géométrique que l'on établit d'habitude dans le calcul d'intérêts composés. De crainte de surestimer la croissance, on a adopté le calcul d'intérêts simples, en supposant que le volume de croissance, c.à.d. l'augmentation annuelle, reste constant d'année en année pendant la période envisagée. Pour des calculs visant l'avenir on emploie donc un taux qui est appliqué au capital initial, après quoi la croissance annuelle ainsi obtenue est multipliée par le nombre d'années comprises dans la période et est ajoutée au capital initial.

Les circonstances se compliquent encore du fait que, dans le calcul de la croissance, on a à tenir compte de deux situations différentes. D'un côté il y a la recherche même

qui s'applique au passé et aboutit normalement à des courbes de pourcentage de croissance établies suivant l'âge pour différentes espèces d'arbres, et sans distinction entre les différentes qualités de sol. On peut dire que cette situation est celle de l'évaluation des forêts. La seconde est la formation du plan d'aménagement des forêts pour une période à venir et comporte un pronostic. C'est avant tout au pronostic que les raisonnements postérieurs devront se rattacher. Dans le premier cas, il existe, lors des recherches, des possibilités limitées de déterminer la croissance totale du peuplement, c.à.d. du fonds initial, parce que les arbres qui ont disparu pendant la période d'investigation ne peuvent pas entrer dans les recherches, lesquelles ne peuvent porter que sur des arbres d'épreuve choisis parmi ceux qui subsistent encore quand elles se poursuivent. Cela influe ensuite par une erreur positive et systématique sur les pronostics basés sur la recherche de la croissance (voir Petrini: "Pronostics de croissance dans l'aménagement des forêts", Kungl. skogshögskolans skrifter, No 2, 1949). L'utilisation prévue des chiffres d'évaluation pour les pronostics a cependant influé aussi sur la formation de la méthode de calcul même d'évaluation. Ainsi, TOR JONSON a lancé la méthode consistant à calculer le taux de l'escompte au cours des recherches sur la croissance, ce qui est motivé entre autres par son emploi comme taux d'intérêt simple dans les calculs concernant l'avenir.

Il n'y a aucun doute sur le moment auquel un taux d'escompte doit se rapporter à savoir celui de la fin de la période des recherches, plus précisément, la fin de la dernière année de cette période. De même, il est clair qu'un taux d'intérêt simple qui se rapporte au capital initial concerne le début de la période, c.à.d. le commencement de la première année.

Pour ce qui est des intérêts composés, on comprend aisément que, dans une recherche, un pourcentage caractérisant une période d'années doit être placé et, dans un pronostic, consulté, au milieu de la période en question.

Le présent exposé vise à faire comprendre, dans une certaine mesure, les résultats que donnent les différentes méthodes de calcul employées pour l'évaluation du taux de croissance, quand on les applique à des périodes de 5 et de 10 ans respectivement. J'ai déjà traité ce problème, entre autres dans une étude intitulée "Calcul du pourcentage de croissance" (Bulletin de l'Institut de recherches forestières de Suède, H.22, No 4, 1925).

La fonction des intérêts composés semble être celle qui convient le mieux au cours de la croissance, dès que ce cours est caractérisé par une croissance absolue en progression. Un pronostic qui, pour une période de plusieurs années calcule avec un intérêt simple sur le capital initial, c'est-à-dire prévoit une augmentation constante d'année en année, doit accuser un résultat trop faible en cas de progression du volume de croissance; et les intérêts composés doivent montrer un résultat trop élevé quand la croissance est constante. Pour étudier comment fonctionnent les différentes méthodes en différentes circonstances, on peut prendre pour base une série de pourcentages de croissance fixés pour chaque année et réunis en une courbe descendante. Il n'est pas

nécessaire de mettre en connexion les valeurs pourcentuelles avec un âge donné, les calculs peuvent être établis comme s'appliquant d'une façon générale. Pour rester dans une certaine mesure en rapport avec la réalité, nous pouvons cependant supposer qu'une croissance de 15 % par an se réfère à un âge de 15 ans.

Il s'agit, en premier lieu, de déterminer avec quelle inclinaison la courbe doit descendre pour que le volume annuel de croissance demeure constant. Ce degré de pente est la limite où le calcul d'intérêt simple devrait être préféré au calcul d'intérêts composés. Si nous commençons par une croissance de 15 % pour la première année, le capital initial de la seconde année sera 1.15 quand le capital de la première année est égal à 1. Maintenant, si nous appelons x le pourcentage de croissance de la deuxième année, nous avons, en cas de volume constant de croissance, l'équation

$$1,15 \cdot 0,0x = 0,15; x = \frac{15}{1,15} = 13,04.$$

Pour que la croissance de la seconde année soit aussi forte que celle de la première, le taux de croissance de la seconde année devra donc être: 13,04 %.

Si l'on poursuit le calcul, on obtient pour les années qui suivent la série décrite dans la figure 1.

Cette série de taux de croissance, qui donne un volume de croissance constant d'année en année, devrait donc pouvoir être considérée comme correspondant à une valeur de 15 % à 15 ans et de 1,1 % à 100 ans.

A titre de comparaison a été insérée dans la figure une courbe de croissance pour le pin sylvestre et une autre pour l'épicéa, toutes deux obtenues sur des sujets d'épreuve choisis objectivement au cours d'un grand inventaire en Södermanland dans la Suède centrale. Les valeurs réelles sont d'un bout à l'autre plus élevées que dans la série construite pour un volume de croissance constant et, si l'on étudie plus minutieusement de combien le taux de croissance tombe par an quand on part d'un seul et même pourcentage de valeur, on constate que les valeurs pratiques accusent tout le long une courbe descendante moins accentuée que les valeurs construites. La conclusion serait donc que, dans les circonstances actuelles, nous avons toujours des raisons de présumer une croissance en progression. Cela peut naturellement varier d'un cas à l'autre.

Pendant , avec les méthodes appliquées aujourd'hui dans la sylviculture, la courbe de pourcentage pourrait arriver à accuser une croissance en volume en augmentation continue des arbres individuels. L'éclaircie rationnelle, aussi bien que l'inclination à diminuer le capital sur pied pour les âges avancés, travaillent à freiner la tendance descendante du taux de croissance.

Maintenant, dans la pratique, si l'on a adopté une courbe donnée de taux de croissance et qu'on l'ait acceptée pour un pronostic actuel, il peut être intéressant d'examiner si cette courbe montre une croissance en progression ou si, dans certaines parties, elle donne naissance, dans le calcul, à des volumes de croissance constants ou, éventuellement, en diminution. Cela fait, il est facile de décider si c'est l'intérêt composé ou l'intérêt simple que l'on appliquera pour les calculs. Le tableau I est établi pour

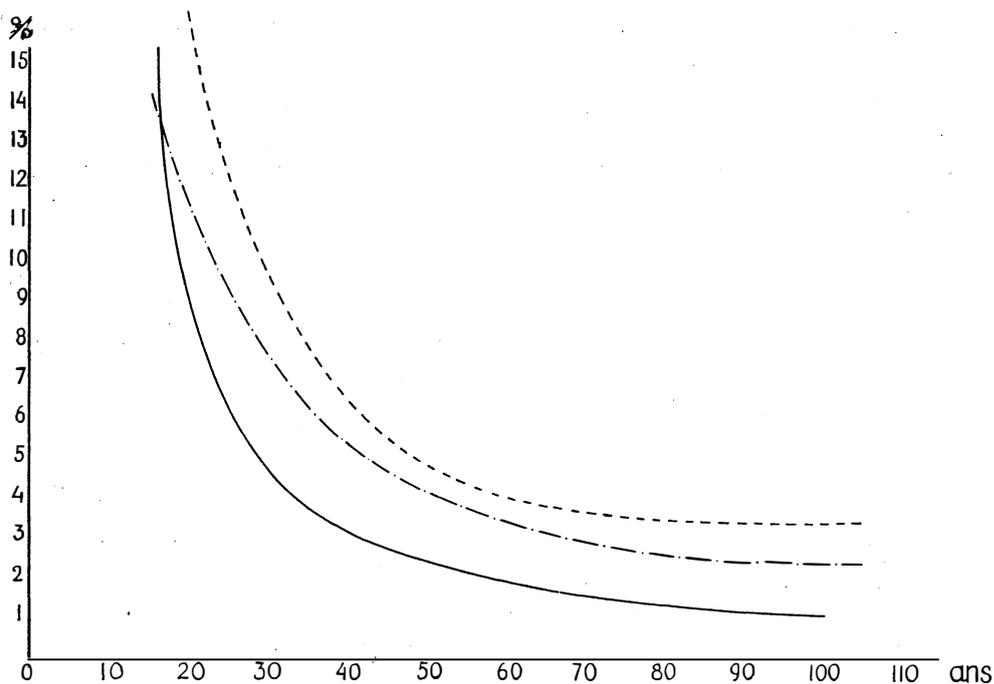


Fig. 1. Séries de taux de croissance. Trait plein: à condition de croissance constante par an.
 Hachure: Série de taux de croissance, pin, Södermanland (Suède)
 Pointillé: Série de taux de croissance, épicéa, Södermanland (Suède)

faciliter un tel choix et aussi pour servir ici de base à certains calculs. Le tableau suppose que les taux, pour la première année, sont 10 %, 9 %, 8 % etc. puis sont indiquées les valeurs en pourcents qui sont exigées pendant les années respectives pour que le volume de croissance demeure constant.

Tableau I. Taux de croissance pour une période de 10 ans, étant supposé un volume de croissance annuel constant

Années	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pourcentage de croissance	10	9,1	8,3	7,7	7,1	6,7	6,3	5,9	5,6	5,3
	9	8,3	7,6	7,1	6,6	6,2	5,9	5,5	5,2	5,0
	8	7,4	6,9	6,5	6,1	5,7	5,4	5,1	4,9	4,7
	7	6,5	6,1	5,8	5,5	5,2	4,9	4,7	4,5	4,3
	6	5,6	5,4	5,1	4,8	4,6	4,4	4,2	4,1	3,9
	5	4,8	4,6	4,4	4,2	4,0	3,8	3,7	3,6	3,5
	4	3,8	3,7	3,6	3,4	3,3	3,2	3,1	3,0	2,9
	3	2,9	2,8	2,8	2,7	2,6	2,5	2,5	2,4	2,4
	2	1,96	1,92	1,89	1,85	1,82	1,79	1,75	1,72	1,69
	1	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94	0,93	0,93	0,92

Tableau II. *Capital final dans le calcul avec intérêts composés*

Première année	Période de 5 ans			Période de 10 ans		
	Capital final			Capital final		
	Int. simp.	Int. comp.	Diff. en %	Int. simp.	Int. comp.	Diff. en %
10	1,50	1,49	— 0,7	2,00	1,95	— 2,5
9	1,45	1,44	— 0,7	1,90	1,86	— 2,1
8	1,40	1,40	± 0	1,80	1,774	— 1,4
7	1,35	1,345	— 0,4	1,70	1,684	— 0,9
6	1,30	1,30	± 0	1,60	1,583	— 1,0
5	1,25	1,25	± 0	1,50	1,495	— 0,3
4	1,20	1,20	± 0	1,40	1,39	— 0,7
3	1,15	1,148	— 0,2	1,30	1,30	± 0
2	1,10	1,10	± 0	1,20	1,20	± 0
1	1,05	1,05	± 0	1,10	1,10	± 0

Le capital définitif, à la fin des périodes de 5 ans et de 10 ans respectivement, est facile à calculer. Ainsi, avec 10 % d'intérêt simple on obtient respectivement 1,5 et 2,0; avec 9 %, 1,45 et 1,90 etc., pourvu que le capital initial est égal à 1.

Il est donc aisé d'étudier les résultats que donne, dans le cas présent, un calcul d'intérêts composés. On suppose le capital initial égal à 1. Dans une période de 5 ans le taux de l'année moyenne, c'est-à-dire celui de la troisième année du tableau I, doit servir pour le calcul du capital final au bout de 5 ans, et, dans une période de 10 ans, on doit utiliser le chiffre moyen entre les taux de la 5e et de la 6e année. Les résultats sont indiqués dans le tableau II.

Comme la construction des séries suppose un volume annuel de croissance constant, le capital final avec intérêts simples représente la valeur réelle, dont le résultat s'écarte dans le calcul avec intérêts composés.

Les décimales sont un peu arrondies dans les calculs du tableau II, ce qui fait que les chiffres donnés manquent un peu de régularité. Ce qu'il y a d'intéressant cependant, c'est que, dans le cas limite présent, si la croissance annuelle reste constante, le calcul avec intérêts composés n'aboutit jamais à des résultats trop élevés, mais, au contraire, indique toujours des valeurs trop faibles quand l'écart est assez sensible pour pouvoir être observé. Avec des taux de croissance élevés, l'écart négatif est notablement plus grand qu'avec de faibles taux, où cet écart disparaît même, et, dans la période la plus longue, les écarts ressortent aussi beaucoup plus fortement.

Aussitôt que les taux de croissance descendent moins rapidement que dans les séries données au tableau I, le volume de croissance grandit chaque année et le calcul se rapproche davantage des conditions favorables pour la méthode des intérêts composés. Si le pourcentage de valeur reste le même chaque année, de sorte qu'il n'y ait aucune différence entre les pourcentages de valeur du début et ceux du milieu de la période, le principe des intérêts composés est à sa place sans restriction. Dans ce cas, un calcul

effectué avec intérêts simples accuse des valeurs s'écartant beaucoup de la valeur réelle.

J'ai déjà démontré, dans mon étude précitée de 1925 «Calcul des pourcentages de croissance», qu'il existait une bonne concordance entre les résultats obtenus avec un calcul d'intérêts simples par périodes et un calcul d'intérêts composés dans une série de pourcentages tirés de la réalité. Cette concordance tient à ce que le taux employé pour les intérêts composés, qui figure au milieu de la période, est moins élevé que le taux employé pour le calcul d'intérêts simples qui figure à un moment antérieur. Maintenant la conclusion inéluctable est qu'il n'existe aucune raison pour écarter le calcul d'intérêts composés de crainte d'obtenir un résultat trop élevé. Avec des pourcentages de valeur très élevés, où l'on peut vraiment risquer d'obtenir des résultats irréels quand il s'agit de pronostics (surtout si l'on songe à l'éclaircie naturelle qui diminue le matériel de sorte que l'augmentation effective est moindre qu'on ne l'avait escompté), il faut plutôt considérer comme un avantage que le calcul d'intérêts composés donne un léger écart négatif.

On a lieu, maintenant, de se demander quel est le résultat du calcul d'escompte dans le cas examiné. A ce sujet il suffit de noter que l'on peut aussi bien dire du tableau I qu'il désigne une série de taux d'escompte puisque le développement du stock y est prévu comme devant se poursuivre suivant une ligne droite. Dans ces conditions, la même courbe exactement se présente, que la croissance annuelle pendant une certaine période d'années soit mise en rapport de pourcentage, soit avec le capital initial (avec pointillage, sur papier quadrillé, de l'âge au début de la période), soit avec le capital final (dans ce cas, avec pointillage de l'âge à la dernière année). La méthode de TOR JONSON (taux d'escompte) donne donc un résultat exact *quand les conditions des intérêts simples sont réalisées*. De ce point de vue, on aurait pu se servir aussi bien des intérêts simples, même pour l'établissement de la courbe du taux de croissance.

Mais, il existe entre les deux procédés une différence pratique importante en ce qui concerne *l'âge le plus élevé* compris dans les matériaux d'investigation. Dans le calcul d'intérêts simples, le dernier pourcentage de valeur obtenu vise un âge qui est, de la longueur d'une période, moins avancé que celui de la plus vieille forêt. Il manque ainsi de taux d'intérêt pour la partie la plus âgée du stock, et, pour combler cette lacune, il faut que la courbe soit un peu prolongée.¹⁾ Il se montre donc plus pratique, pour combler ladite lacune dans les matériaux, de procéder avec le taux d'escompte, et il en est de même lorsque le capital ligneux n'est pas réparti par catégories d'âge mais par exemple par catégories de coupe, par classes de maturité ou simplement par catégories de diamètre. Le calcul du taux de l'escompte donne dans ces derniers cas des pourcentages de valeur qui peuvent être directement appliqués au stock qu'ils représentent, et ils peuvent être utilisés pour un pronostic. C'est là l'avantage le plus important que comporte le calcul de l'escompte.

¹⁾ Par contre, il se produit une lacune dans le calcul du taux de l'escompte en ce qui concerne la plus jeune forêt comprise dans le cadre de la recherche.

Dans une certaine mesure, la même lacune qu'avec le calcul d'intérêts simples peut être considérée comme inhérente au calcul d'intérêts composés, quand il s'agit d'établir une courbe de taux de croissance du genre de celle qui est visée ici. Certes, le déplacement précité ne comprend alors que la moitié de la période d'investigation en ce qui concerne la courbe elle-même, mais dans le pronostic apparaît encore un déplacement futur d'une demi période quand se lit le pourcentage de valeur qui sera employé pour la période de calcul du pronostic.

On ne peut pas dire que l'inconvénient dont nous venons de parler dans la répartition du matériel d'une autre façon que par âge soit de nature décisive. On peut le compenser en basant les calculs d'estimation sur des conditions spéciales, par exemple en posant l'hypothèse que l'accroissement de la surface terrière ou la largeur du cerne annuel resteront constants; on peut ainsi arriver à un résultat se rapprochant davantage de la réalité qu'en appliquant d'une façon routinière l'hypothèse que l'augmentation de volume sera constante, comme le fait la méthode de l'escompte, appliquée dans un pronostic comme intérêt simple.

Le point décisif, dans le choix de la méthode de calcul est au contraire le cours normal de la croissance dans le stock que visent les calculs. Il est rare, dans les forêts bien entretenues, que l'on puisse constater une stagnation du volume de croissance en Suède. Les estimations figurant au tableau II montrent que, même dans ce cas limite, il n'y a pas de risque à appliquer le principe des intérêts composés. Une mise en garde est cependant à sa place en ce qui concerne *la longueur de la période* pour les pronostics avec intérêts composés, laquelle ne doit pas, si possible, excéder 10 ans. Si l'on a affaire à un temps plus prolongé, il faut le répartir en périodes de 10 ans, en particulier quand les calculs roulent sur des pourcentages de valeur élevés.

Sammanfattning

ENKEL ELLER SAMMANSATT RÄNTA VID TILLVÄXTBERÄKNING.

Undersökningen utgår från en serie årligen fallande tillväxtprocenter, så konstruerade, att det årliga tillväxtbeloppet håller sig konstant. Den heldragna kurvan i fig. 1 är en sådan serie, som tänkes förlöpa från 15 % vid 15 år till 1,10 % vid 100 år. I tabell I anges i 10-årsperioder vilka procentvärden som erfordras, då första årets procent är 10 %, 9 %, 8 % etc. Tabell I kan alltså begagnas för att konstatera om i en given tillväxtprocentkurva över åldern förutsättning finns för beräkning med enkel ränta eller ej. Så snart som procenten under en 5-årsperiod eller en 10-årsperiod faller mindre brant än siffrorna i tabell I ange, så betyder detta att det absoluta tillväxtbeloppet stiger.

I det gränsfall som tabell I representerar ha nu beräkningar utförts över de skillnader som erhållas med avseende på slutkapitalet efter 5 år, resp. 10 år, då i ena fallet användes enkel ränta med rabatträkning enligt procentvärdet för periodens första år, i andra fallet sammansatt ränta enligt procentvärdet mitt i perioden. Det observeras att i det givna gränsfallet den enkla räntan avses ge exakt resultat. I tabell II redovisas skillnaderna i slutkapital med sammansatt ränta i procent av det rätta värdet. Resultaten ge vid handen att man icke får för höga resultat, såsom kanske kunde väntas, tvärtom ger den sammansatta räntan alltid ett för lågt slutkapital så snart som en skillnad kan observeras.

Slutsatsen härav blir den att det inte får anses föreligga någon risk för alltför gynnsamma tillväxtsiffror vid användning av metoden med ränta på ränta. Däremot är det påtagligt att resultaten med enkel ränta måste bli för låga i alla de fall då tillväxtprocentkurvan faller långsammare än vad siffrorna i tabell I ange.