Om höjdutvecklingen i kultur-bestånd av tall och gran i Norrland

On the height growth in cultivated stands of pine and spruce in Northern Sweden

av

BENGT LUNDQVIST

MEDDELANDEN FRÅN
STATENS SKOGSFORSKNINGSINSTITUT
BAND 47 · NR 2

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

Inledning

Kännedom om höjdutvecklingens förlopp i bestånd av olika slag är en nödvändig förutsättning för lösandet av många av skogsforskningens uppgifter. Bekanta exempel på sådana uppgifter är upprättandet av boniterings- och produktionstabeller. Vid avdelningen för skogsföryngring har bristen på höjdutvecklingstabeller framträtt särskilt starkt vid bonitering av unga bestånd samt vid undersökning av problem rörande anläggning av blandbestånd.

För planterad och icke planterad tall och gran i norra och södra Sverige har tabeller över övre höjdens utveckling på olika boniteter publicerats av HENRIK PETTERSON (1950, 1955). I dessa tabeller har boniteterna graderats efter övre höjdens storlek vid 100 år (h_{100}).

Vid jämförelser mellan höjdutvecklingen enligt PETTERSONS tabell för planterad tall i norra Sverige och den höjdutveckling, som föryngringsavdelningens material av provytor i norrländska planteringar visar, har det emellertid framkommit vissa skiljaktigheter. Dessa antyder att man vid bonitering av unga bestånd enligt PETTERSONS tabell erhåller för låga h_{100}-värden. PETTERSON har även i sin avhandling framhållit att höjdutvecklingskurvorna för planterade bestånd ej får anses som definitiva. De har nämligen på grundval av teoretiska överväganden konstruerats genom en schematisk korrektion av motsvarande kurvor för icke planterade, orörda bestånd.

Som ett led i föryngringsavdelningens undersökningar rörande kulturbestånd och blandbestånd har därför författaren fått i uppdrag att utarbeta höjdutvecklingskurvor för kulturbestånd av tall och gran i Norrland.

Till professor LARS TIRÉN, som fortlöpande följt arbetet och vilkens råd och anvisningar har varit till ovärderlig hjälp vid bearbetningen, ber jag att få framföra mitt varma tack. Jag tackar även jägmästaren SVEN-OLOF ANDERSSON för de givande diskussioner jag haft tillfälle att föra med honom och för de många råd han bidragit med. Ett särskilt tack riktar jag till fil. lic. BERTIL MATÉRN för de värdefulla anvisningar han lämnat i vad avser den matematiska bearbetningen. Slutligen tackar jag avdelningens räknekontor, som under ledning av fru ANNE-MARIE LARSSON, f. ÅKERLIND, utfört ett omsorgsfullt räknearbete.

Kap. 1. Bonitet och höjdutveckling

I svenskt skogsbruk har TOR JONSONS boniteringssystem allmänt tillämpats alltsedan 1914. JONSON avser med bonitet ståndortens virkesproducerande förmåga, varvid för barrskogens del med virkesproducerande förmåga menas största möjliga medeltillväxt stamvirke per år och hektar vid 100-årig omloppstid.

JONSON indelar sina bonitetsklasser efter medeltillväxten vid 100 år uttryckt i m^3 per år och hektar. Vidare fastställer han att skogens längd är den bästa användbara mätaren på markens »virkesproducerande förmåga», när hänsyn samtidigt tages till åldern. För varje bonitetsklass, definierad genom medeltillväxten vid 100 år, konstruerar han därefter höjdutvecklingsserier efter vilka boniteringen således kan utföras. Dessa serier avser medelhöjden.

PETTERSON framhåller emellertid att boniteringsfrågan, sedd ur avkastningssynpunkt, måste betraktas som ett specialfall av det stora produktionsproblemet. Eftersom avkastningen i olika boniteter framgår som resultat av denna forskning, kan den inte användas som förutsättning för samma forskning (PETTERSON 1955). I överensstämmelse härmed konstruerar han först höjdutvecklingsserier och gör därefter bonitetsindelningen efter övre höjden vid 100 år (h_{100}). Därefter uträknas produktionstabeller för olika h_{100}-boniteter, och först sedan detta är gjort kan boniteterna anslutas till medeltillväxten vid 100 år. Nu visar emellertid PETTERSON, att produktionens storlek bl. a. är beroende av vilken gallringsform och gallringsstyrka, som väljes. Den största produktionen erhålles vid den gallring, som precis föregriper självgallringen. Denna gallring får hos PETTERSON representera bonitetens produktionsförmåga (sid. 213).

Men PETTERSON visar även att produktionens storlek beror av beståndets uppkomstsätt. I planterade bestånd erhålles på grund av den snabbare höjdtillväxten i ungdomen en större produktion än i icke planterade. Med planterade bestånd måste i detta avseende jämställas tidigt röjda sådder och självföryngringar.

Dessutom varierar naturligtvis produktionen med det eller de trädslag, som står på marken.

Boniteten definierad som »ståndortens virkesproducerande förmåga» varierar således med trädslaget och, under förutsättning att PETTERSONS antagande av en snabbare höjdtillväxt i ungdomen för planteringar är riktigt, även med uppkomstsättet. Detta medför att ett fullständigt boniteringssystem, grundat på denna definition, måste ha olika skalor för å ena sidan planterad skog och å andra sidan icke planterad skog och därjämte även för olika trädslag. Med icke planterad skog menas då sådana bestånd, som ingår i PETTERSONS undersökning och av honom där närmare karakteriserats.

PETTERSONS boniteter definieras på följande sätt: »Bonitetsbegreppet har knutits till likåldriga och i övrigt homogena bestånd, i vilka den övre diametergränsen ej rubbats genom gallring. Enligt systemet betecknas boniteten genom värdet h_{100}, som är övre höjden $h_{3\sigma}$ vid 100 år. Alla bestånd av den angivna typen, som vid 100 år ha övre höjden 20 meter, föras sålunda till $h_{100}=20$, oberoende av höjdutvecklingens förlopp.» Eftersom höjdutvecklingens förlopp är olika för olika trädslag och uppkomstsätt, måste flera höjdutvecklingsserier konstrueras för varje h_{100}-bonitet. Med tillgång till dessa höjdutvecklingsserier och kännedom om beståndets uppkomstsätt och trädslag kan ett bestånds h_{100} bestämmas med ledning av övre höjden vid vilken ålder som helst.

Som redan nämnts avser PETTERSONS material för beräkning av höjdutvecklingen »icke planterade» bestånd. När det gäller planterade och tidigt röjda bestånd, som i dagens skogsbruk tilldrar sig allt större uppmärksamhet, har han varit nödsakad att tillgripa konstruktioner. Behovet av vidgad kunskap inom detta område framstår därför som en synnerligen angelägen forskningsuppgift, vilket även kraftigt understrukits av PETTERSON.

Kap. 2. Materialet

Det material, som använts för beräkning av höjdutvecklingskurvorna, fördelar sig på fyra grupper, i fortsättningen benämnda A, B, C och D.

2.1. Material A

Detta består av 47 ytor i tallbestånd, varav 15 uppkommit genom plantering och 32 genom sådd. Av de sådda ytorna är 4 plantröjda, 18 röjningsgallrade och 10 orörda.

I granbestånd finns fem stycken planterade ytor.

Samtliga ytor utom två ligger i Norrland eller Dalarna. De två ytorna är belägna i närheten av Kloten. Åldern vid uppskattningstillfället varierar från 28 till 78 år. Ytorna har utlagts åren 1951—1955. En del har anlagts som fasta försöksytor, som tillsamman med andra kan ligga till grund för kommande produktionstabeller för kulturbestånd i Norrland, en del åter har anlagts som tillfälliga provytor i röjningsgallrade kulturbestånd. På samtliga har speciella observationer för denna undersökning utförts.

Utförligare data om ytorna återfinns i tabell I.

2.2. Material B

För beräkning av höjdutvecklingen vid låga åldrar har använts 5- och 10-årsrevisionerna för ett antal sådd- och planteringsytor i Norrland anlagda under

1940-talet. Ytorna har redovisats av TIRÉN (1953). Tio brända och tio obrända såddytor (rutsådd) av vardera tall och gran samt fyra planteringsytor med tall har utnyttjats.

2.3. Material C

Som kontroll och stöd vid bestämningen av höjdutvecklingen vid högre åldrar har använts 10 tall- och 6 granytor speciellt för detta ändamål utlagda i äldre mellansvenska kulturbestånd våren 1955. Av tallytorna är nio sådda och en planterad och av granytorna en sådd och fem planterade. Data för dessa ytor redovisas i tabell II.

2.4. Material D

Som kontrollytor har även använts 18 stycken ytor utlagda åren 1927—28. Ytorna, som var avsedda för vissa boniteringsundersökningar, utlades i orörda, självföryngrade tallbestånd i norra Sverige. Åldern vid uppskattningstillfället varierar från 100 till 155 år.

Redogörelse för de observationer, som utförts på provytorna återfinns för samtliga materialgrupper i bilaga B 1.

2.5. Materialets användbarhet

Som framgår av tab. I och II ingår i material A endast tre bestånd äldre än 55 år. Detta är fullt förklarligt, då det f. n. i Norrland ej går att återfinna mer än ett fåtal kulturbestånd anlagda före år 1900.

Kulturer har visserligen utförts även tidigare men har förmodligen till största delen misslyckats, beroende på ofullständiga kunskaper om frö och plantbehandling, metoder m. m. Undersökningar av HOLMGREN (1911) och WIBECK (1913) bekräftar att resultatet av de tidigare utförda kulturerna är mycket dåligt.

Höjdutvecklingskurvor för kulturbestånd i Norrland skulle alltså, på grundval av detta material, endast kunna framdragas till en ålder av 50 år. Det har emellertid vid denna undersökning ansetts befogat att göra ett försök att konstruera kurvor, som gäller åtminstone till 100 år. Härigenom skulle nämligen höjdutvecklingskurvorna kunna komma till betydligt större användning.

För att kontrollera denna extrapolering och begränsa felmöjligheterna har material C och D, som omfattar mellansvenska kulturbestånd från 65—80 år resp. naturföryngrade bestånd från 100—155 år, använts.

PETTERSON har i sina boniteringstabeller skilt på planterade och icke planterade bestånd och antagit att planteringarna har en snabbare höjdutveckling i ungdomen än de icke planterade beståndden. Under förutsättning att orörda och röjningsgallrade sådder kan jämställas med »icke planterade bestånd», bör en sådan skillnad komma till synes vid bearbetningen av material A, ty i detta ingår såväl plantröjda, röjningsgallrade och orörda sådder som planteringar.

Kap. 3. Bearbetningen

3.1. Inledning

Ändamålet med bearbetningen har varit att framställa höjdutvecklingskurvor för övre höjden i norrländska kulturbestånd.

Första steget är då bestämning av övre höjden vid olika tidpunkter på de i materialet ingående provytorna. För att göra avhandlingen mera överskådlig har redogörelsen för hur denna bestämning tillgått i sin helhet överförts till bilagorna (bilaga B 2, B 3 och B 4). Resultatet, d. v. s. de enskilda ytornas övre höjd-utveckling, framgår av tab. III och IV.

Andra steget är att med ledning av dessa enskilda höjdutvecklingar konstruera generella kurvor, som visar hur bestånd, av den typ materialet representerar, i genomsnitt växer. För detta redogöres nedan.

3.2. Val av utjämningsmetod

Vid tidigare utförda höjdutvecklingsberäkningar har i princip två olika metoder kommit till användning. Antingen har en grafisk utjämningsmetod använts, som t. ex. av C. MAR: MÖLLER (1933) för bonitetskurvor för ek, bok och gran, eller också har en numerisk utjämningsmetod använts, som t. ex. av PETTERSON (1955).

I denna undersökning har den numeriska metoden använts. Orsakerna härtill är: att den kan betraktas som mera objektiv, att räknearbetet kan anförtros åt mindre kvalificerad personal, att materialet kan utnyttjas grundligare och att i detta speciella fall den numeriska metoden underlättar en extrapolering av höjdutvecklingskurvorna över 50 år.

Vid användningen av denna metod gäller det att finna en matematisk funktion, som ger ett tillfredsställande uttryck åt sambandet mellan ålder och övre höjd på de i materialet ingående provytorna.

3.3. Val av utjämningsfunktion

PETTERSON (1955) har vid konstruktion av sina höjdutvecklingskurvor använt funktionen:

$$y = \left(\frac{x}{a + bx}\right)^n$$

där y = övre höjden, x = åldern, a, b och n konstanter som bestämmes ur materialet.

Denna funktion har emellertid vid försöksräkningar visat sig mindre lämplig för det här föreliggande materialet (A). Vid en utjämning av enskilda provytors värden på övre höjd över åldern enligt minsta kvadratmetoden blir

visserligen anpassningen inom materialet (upp till 50 år) god, men den del av kurvan, som skall användas för extrapoleringen av övre höjden upp till 100 år, har ofta ett mindre tillfredsställande förlopp.

Efter omfattande försöksräkningar har i stället exponentialfunktionen:

$$y = a \cdot e^{-b/x^n} \tag{1}$$

valts. y, x, a, b och n har samma betydelse som ovan.

Denna funktion har derivatan:

$$y' = a \cdot e^{-b/x^n} \cdot \frac{n \cdot b}{x^{n+1}} \tag{2}$$

eller

$$y' = y \cdot \frac{n \cdot b}{x^{n+1}} \tag{3}$$

Derivatan uttrycker funktionens tillväxt i varje punkt. Ovanstående formel säger att höjdtillväxten är direkt proportionell mot den uppnådda höjden och omvänt proportionell mot åldern upphöjd till $(n + 1)$.

Det ligger i det organiska växandets natur att vara proportionellt mot den massa som växer, och det är även naturligt att åldern begränsar detta växande uppåt. Genom att åldern i funktionen är upphöjd till ett tal större än 1 (n är alltid ett positivt tal) åstadkommes, att ålderns begränsande inflytande ökar med högre åldersvärden, vilket även överensstämmer med den bild vi har av trädens höjdtillväxt. Synpunkter som dessa kan emellertid tillgodoses även av andra funktioner än den valda exponentialformen (1). Det väsentliga skälet till att exponentialformen valts är dennas lätthanterlighet, samt att det vid de försöksräkningar, som företagits, har visat sig att även den del av kurvan, som ligger ovanför det utjämnade materialet, har ett tillfredsställande förlopp. Detta under förutsättning att exponenten n väljes på ett lämpligt sätt.

3.4. Bestämning av värdet på exponenten n

Ur funktion (3), som är ett uttryck för höjdtillväxten, erhålles genom division med y:

$$y'/y = \frac{n \cdot b}{x^{n+1}}$$

som genom logaritmering övergår till:

$$\log\ (y'/y) = \log\ n \cdot b - (n + 1)\ \log\ x \tag{4}$$

En grafisk uppläggning för varje yta av samhörande värden på log (y'/y) och log x visar, att dessa med fördel kan utjämnas med en rät linje. Ett exempel på dylika uppläggningar återfinns i fig. 1.

För bestämning av y'/y och härmed samhörande värde på x har förfarits på följande sätt. För varje yta finns ett antal värden på övre höjd (y) och

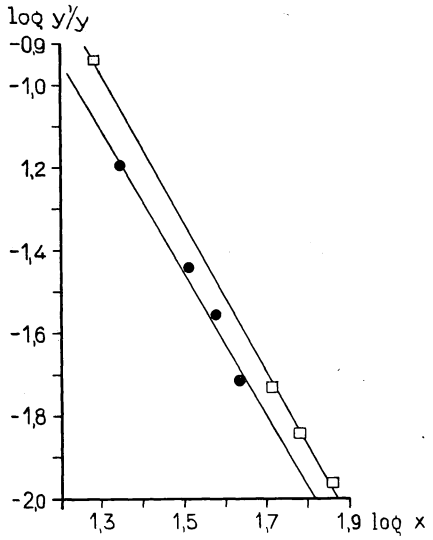

Fig. 1. Exempel på sambandet mellan logaritmen för höjdtillväxten genom höjden (log y'/y) och logaritmen för åldern (log x). ● = yta 708, planterad tall, Bispgården, 45 år. □ = yta 750, planterad gran, Sparreholm, 77 år.

Example of the relation between the logarithm for the height growth from the height (log y'/y) and the logarithm for the age (log x). ● = plot 708, planted pine, Bispgården, 45 years. □ = plot 750, planted spruce, Sparreholm, 77 years.

ålder (x). Om dessa på en yta är (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) o. s. v. kan en approximation av höjdtillväxten (y') erhållas som $(y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$, $(y_3 - y_2)/(x_3 - x_2)$ o. s. v., och de häremot svarande värdena på x och y som $(x_2 + x_1)/2$, $(x_3 + x_2)/2$ o. s. v. resp. $(y_2 + y_1)/2$, $(y_3 + y_2)/2$ o. s. v. och y'/y blir då:

$$[(y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)]/[(y_2 + y_1)/2] \text{ o. s. v.}$$

Häremot kan invändas att värdet på övre höjden $(y_2 + y_1)/2$ o. s. v. blir något för lågt vid denna rätlinjiga interpolation. Under förutsättning att differensen mellan x-värdena $(x_2 - x_1)$, $(x_3 - x_2)$ o. s. v. ej är för stor, inverkar emellertid detta förhållande ej på slutresultatets noggrannhet. I föreliggande fall uppgår denna differens vanligtvis till mellan 4 och 7 år. Enstaka ytor förekommer där differensen mellan något par av punkter överstiger tio år. Dessa punktpar har uteslutits, om de efter noggrann prövning visat sig ge uppenbart för låga höjder. Det bör även påpekas, att värdet på övre höjden (y) är mycket stort i förhållande till höjdtillväxten (y'), varför ett fel på en dm på höjden i de flesta fall ej påverkar värdet på y'/y.

Varje yta i material A och C har utjämnats efter minsta kvadratmetoden enligt funktion (4). De konstanter, som erhålles genom utjämningen, är då (log $n \cdot b$) och ($n + 1$). Ur den sistnämnda har n-värdet för varje yta erhållits.

3.5. Sambandet mellan *n*-värde och ålder, höjdbonitet m. m.

Åldern

Då det kunde tänkas att systematiskt för låga eller för höga *n*-värden skulle erhållas för norrlandskulturerna (material A), på grund av att dessa endast omfattade beståndsåldrar upp till ca 55 år, har vissa kontroller utförts.

Det för varje yta i material A beräknade *n*-värdet har inprickats som ordinata i ett diagram med den för resp. yta högsta åldern vid vilken övre höjd-observation finns efter abscissan (fig. 2). Ytorna har därvid samtidigt fördelats på gran, tall, sådd och plantering (i planteringarna ingår även plantröjda sådder). Orörda sådder har utmärkts särskilt. Något samband mellan *n*-värdet och åldern har ej kunnat konstateras i diagrammet. Ej heller har framkommit några skiljaktigheter mellan *n*-värdena för sådder och planteringar, eller mellan röjda och orörda sådder. Detta måste begränsas till att gälla endast för tallytorna. Granytorna är, som framgår av figuren, för få för att tillåta några slutsatser i dessa avseenden.

Vidare har för de mellansvenska kulturerna (material C) *n*-värdet för varje yta uträknats dels med utnyttjande av samtliga värden på y'/y och x, dels med uteslutande av värdeparet med högsta x-värdet och dels med uteslutande

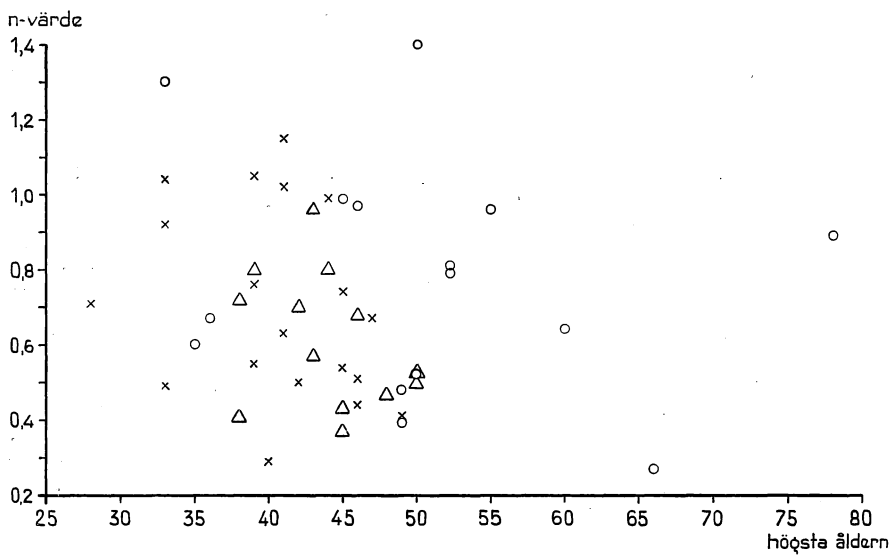

Fig. 2. *n*-värdets variation med åldern. Tall material A. × = planteringar och tidigt röjda sådder. △ = övriga sådder, röjda före 40 år. ○ = orörda sådder och sådder röjda eller gallrade först efter 40 år.

Variation of the *n*-value with age. Pine material A. × = plantations and sown stands cleared at an early period. △ = other sown stands cleared before 40 years. ○ = undisturbed sown stands and sown stands first cleared or thinned after 40 years.

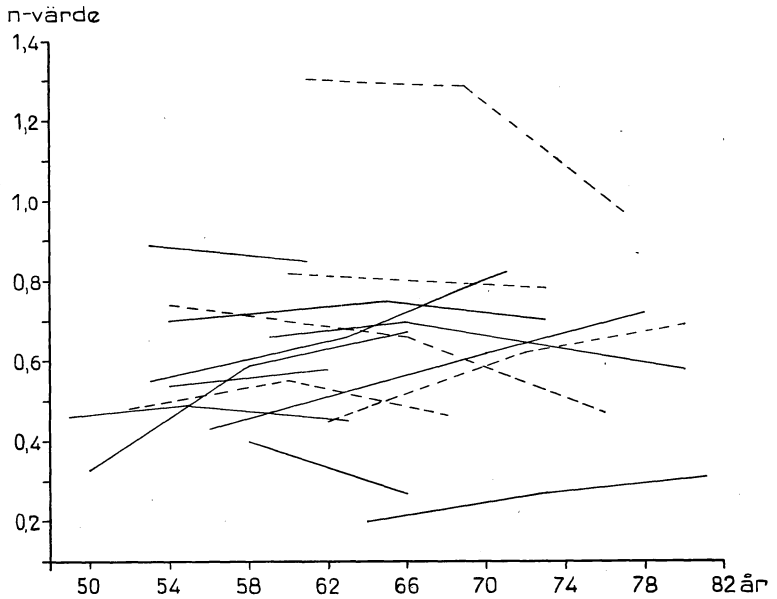

Fig. 3. *n*-värdets variation med åldern. Material C. ——— tallytor. — — — granytor.
Variation of the n-value with age. Material C. ——— pine sample plots. — — — spruce sample plots.

av de två värdeparen med högsta resp. näst högsta *x*-värdena. Härigenom har för varje yta tre stycken *n*-värden erhållits. Dessa har upplagts grafiskt över det i varje bestämning ingående högsta *x*-värdet och sammanbundits med räta linjer (fig. 3). Som framgår av denna figur finns inga systematiska tendenser till stigande eller fallande *n*-värde vid stigande ålder. Skillnaderna i *n*-värde för samma yta vid olika ålder måste därför återföras på tillfälliga variationer. Till skillnaderna mellan olika ytor återkommer vi senare. Då i figur 3 även ingår fem stycken granytor förutsätter vi för den fortsatta bearbetningen, att *n*-värdet för såväl gran som tall är oberoende av åldern.

Höjdboniteten

Med höjdbonitet avses här boniteten mätt såsom övre höjden vid en viss ålder, vanligen 100 år (jfr. sid. 5).

Formen på den kurva som återger funktionen (1) är beroende av *n*-värdet. Ett högre *n*-värde ger en kurva, som är starkare krökt, d. v. s. som har en mera markerad s-form. Ett lägre *n*-värde ger en kurva med rakare förlopp.

Eftersom *n*-värdet således är formbestämmande för höjdkurvan, kan det tänkas ha samband med höjdboniteten. För att utröna om så är förhållandet

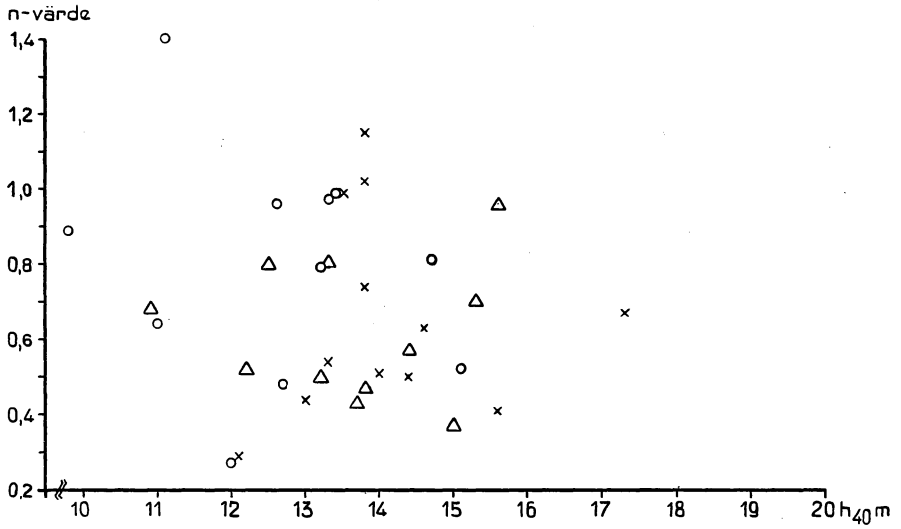

Fig. 4. *n*-värdets variation med höjdboniteten (övre höjden vid 40 år). × = planteringar och tidigt röjda sådder. △ = övriga sådder röjda före 40 år. ○ = orörda sådder och sådder röjda eller gallrade först efter 40 år.

Variation of the *n*-value with the height class (height of dominant trees at 40 years). × = plantations and sown stands cleared at an early period. △ = other sown stands cleared before 40 years. ○ = undisturbed sown stands and sown stands first cleared or thinned after 40 years.

har *n*-värdet grafiskt upplagts över övre höjden, varvid denna på norrlandsytorna avlästs vid 40 år (fig. 4). Övre höjden vid 40 år har beräknats genom rätlinjig interpolation mellan de observerade övre höjd-värdena för närliggande åldrar. Av figuren framgår att i detta material inget samband finns mellan *n*-värdet och övre höjden vid 40 år. Likaså saknas även i denna uppläggning samband mellan *n*-värdet och beståndets uppkomstsätt (plantering, ungskogsröjd sådd och orörd sådd). Även här måste slutsatserna på grund av de fåtaliga granytorna inskränkas till att gälla för tall. Vi måste emellertid för den fortsatta bearbetningen göra det antagandet att granen i dessa avseenden förhåller sig som tallen. De för granen erhållna *n*-värdena motsäger ej detta antagande.

För de mellansvenska ytorna har *n*-värdet upplagts dels över övre höjden vid 50 år, dels över övre höjden vid 20 år. Uppläggningarna återges ej här, men resultatet överensstämmer helt med ovanstående, d. v. s. inga samband har kunnat konstateras mellan *n*-värdet och övre höjden, varken för gran- eller tallytorna.

I den fortsatta bearbetningen har därför *n*-värdena förutsatts vara oberoende dels av beståndets höjdbonitet, för tillfället mätt såsom övre höjd vid 40 à 50 år, dels av uppkomstsättet.

Bränning före kulturen

Den av TIRÉN (1954) konstaterade skillnaden i höjdtillväxt mellan 10-åriga sådder på brända och obrända hyggen har givit anledning till en uppdelning av materialet på två grupper, ytor som blivit brända och ytor som ej blivit brända före kulturen. Någon skillnad mellan *n*-värdena för dessa grupper har ej kunnat konstateras. Det bör dock observeras att det i allmänhet ej är känt, hur långt före kulturen som bränningen utförts, samt att det i gruppen »ej brända ytor» kan ingå ytor, som blivit brända utan att detta kunnat observeras vid fältarbetet. Frånvaron av skillnader mellan de två gruppernas *n*-värden kan således ej tagas som bevis för att den av TIRÉN konstaterade skillnaden i höjdtillväxt ej kvarstår över 10 års ålder. Vid den här redovisade bearbetningen har dock ingen hänsyn kunnat tagas till en eventuell sådan skillnad.

Höjd över havet och breddgrad

n-värdena har även upplagts över provytornas höjd över havet och breddgrad. Dessa uppläggningar har ej visat något samband.

3.6. Sambandet mellan *n*-värde och ålder i brösthöjd

Sedan nu *n*-värdet konstaterats vara oberoende av ålder och höjdbonitet m. m. kvarstår fortfarande att lösa problemet, vilket *n*-värde som skall användas i funktion (1). Samtliga provytors värden på övre höjd skall utjämnas över åldern med minsta kvadratmetoden enligt denna funktion. Att använda olika *n*-värden för ytorna, d. v. s. det enligt ovanstående metod för varje yta bestämda värdet, skulle för de högre och lägre *n*-värdena föra till orimliga resultat vid extrapolering av höjdutvecklingen utanför materialet. Detta sammanhänger med *n*-värdets känslighet för tillfälliga ojämnheter i höjdutvecklingskurvornas förlopp. Det är även otänkbart på grund av att den fortsatta bearbetningen av de genom utjämningen erhållna *a*- och *b*-konstanterna därigenom skulle stöta på oöverstigliga svårigheter. Ej heller medelvärdet av *n*-värdena har visat sig lämpligt. Det har däremot vid försöksräkningarna framkommit tecken, som tyder på, att det är nödvändigt med en differentiering av *n*-värdena med hänsyn till beståndens tillväxthastighet i ungdomen, varvid de mest långsamväxande bestånden måste ha det högsta *n*-värdet. En tendens i denna riktning har också återfunnits i materialet. Utan denna differentiering kan ett bestånd med en övre höjd på t. ex. 2 m vid 20 år, vid 100 år enligt funktionen få en betydligt högre höjd än ett annat bestånd, som vid 20 år var t. ex. 5 m.

Det har redan konstaterats, att inget samband finns mellan *n*-värdet och höjdboniteten (mätt som övre höjden vid 40 år). Tänkbart är emellertid att

andra faktorer än höjdboniteten finns, som inverkar på övre höjdens tillväxthastighet speciellt i ungdomen. Sådana faktorer är: tillfälliga klimatiska fluktuationer, frö- och plantkvalitet, sådd- och planteringsmetoderna, de okända faktorer, som orsakar granens stampperiod m. m. Detta är faktorer, som huvudsakligen inverkar innan beståndet når brösthöjd. Det kan alltså tänkas att ett samband finns mellan n-värdet och beståndets ålder i brösthöjd.

Genom brösthöjdsborrspånen var denna ålder känd för samtliga provträd. För varje yta har åldern i brösthöjd bestämts som medeltal av tre provträds ålder i brösthöjd, varvid de tre provträden valts så att deras medelhöjd vid uppskattningstillfället var lika med övre höjden och de enskilda trädens avvikelse från övre höjden samtidigt var så liten som möjligt. Detta sätt att bestämma åldern i brösthöjd (i fortsättningen förkortat till $\mathring{A}_{1,3}$) har använts för att det vid behov är lätt att överföra till ett praktiskt förfarande för fältbruk.

För kontrollens skull har även gjorts beräkningar av beståndets medelålder i brösthöjd och beståndets ålder, när övre höjden nådde brösthöjd. Dessa två åldrar visade mycket goda samband med den på ovanstående sätt bestämda $\mathring{A}_{1,3}$.

Ett diagram har uppgjorts med n-värdet som ordinata och $\mathring{A}_{1,3}$ som abscissa (fig. 5). Detta diagram antyder för tallytorna en svag tendens till stigande n-värde med stigande $\mathring{A}_{1,3}$. För gran är antalet ytor för litet för att någon tendens skall kunna urskiljas. Tendensen pekar alltså i rätt riktning, varför den har utnyttjats. Punkterna har utjämnats med en rät linje enligt minsta kvadratmetoden. Linjens ekvation blev:

$$y = 0{,}0278\,x + 0{,}436 \tag{5}$$

där $y = n$ och $x = \mathring{A}_{1,3}$.

Spridningen kring denna linje blir naturligtvis mycket stor, och det kan vara diskutabelt, om man har rättighet att utnyttja ett så svagt samband. I föreliggande fall vet vi emellertid, att vi, för att inte komma till orimliga resultat, måste komma fram till ett n-värde, som stiger med stigande ålder i brösthöjd, och vi får då godtaga det samband vi kan erhålla ur materialet även om det är svagt. Någon annan möjlighet finns ej på nuvarande stadium.

Granytorna är för få för att utnyttjas för en särskild utjämning även om de mellansvenska ytorna medtages. Värdena för granytorna är inlagda på fig. 5. De ligger där något lägre än tallytorna, men skillnaden är icke på något sätt statistiskt säkerställd. Utjämningslinjen för tall har därför använts även för gran.

Då det beträffande tallytorna i diagrammet icke framkommit några skillnader mellan norrlandskulturerna och de mellansvenska kulturerna har båda dessa materialgrupper fått ingå i bestämningen av linjen.

För överskådlighetens skull har i fig. 5 ej skilts på plantering, röjda och orörda sådder. Några skillnader mellan dessa grupper med avseende på här berörda faktorer har emellertid ej framkommit vid andra, här ej återgivna, uppläggningar.

Den av PETTERSON antagna skillnaden beträffande höjdtillväxten i ungdomen mellan »planterade» och »icke planterade» bestånd har således ej kunnat verifieras genom skillnaden i n-värde för de i denna undersökning ingående provytorna och kulturmetoderna (jfr dock kap. 4.1).

För den fortsatta bearbetningen har ytorna fördelats på tre grupper efter ålder vid brösthöjd. Indelningen framgår av tabell 1.

De i tabellen upptagna n-värdena har erhållits genom insättning av $\mathring{A}_{1,3}$ (klassmitten) i funktion (5). $\mathring{A}_{1,3}$-grupperna kommer i fortsättningen att benämnas efter resp. klassmittsiffra.

3.7. Bestämning av *a*- och *b*-konstanterna

För material A har varje ytas värden på övre höjd utjämnats över åldern med minsta kvadratmetoden enligt funktion (1). De i tabell 1 upptagna n-värdena har använts. Härvid erhölls provytornas värden på a- och b-konstanterna.

3.8. Konstanternas giltighet vid extrapolering av höjdutvecklingen

Insättes de för varje yta beräknade konstanterna i funktion (1), erhålles

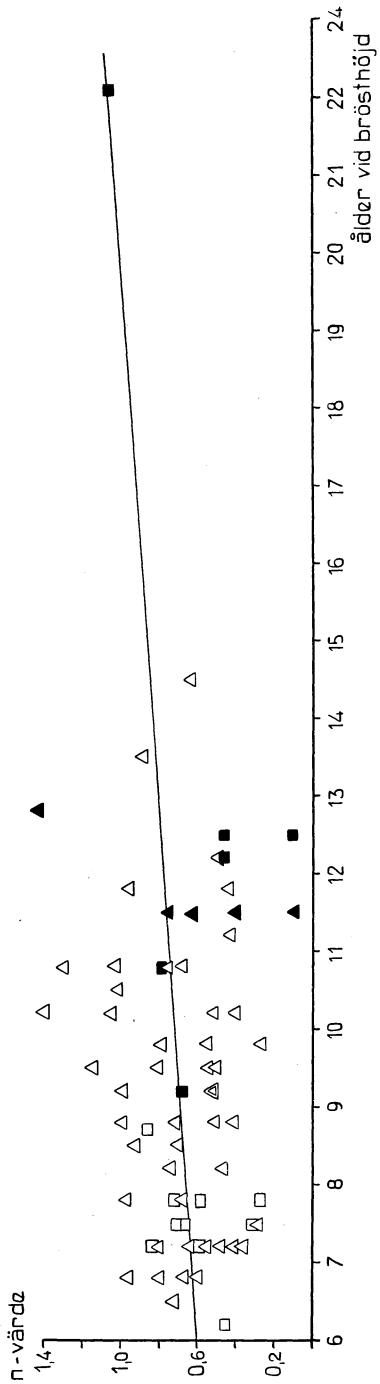

Fig. 5. Sambandet mellan n-värde och ålder vid brösthöjd. △ = tall material A. □ = tall material C. ▲ = gran material A. ■ = gran material C.

Relation between the n-value and age at breast height. △ = pine material A. □ = pine material C. ▲ = spruce material A. ■ = spruce material C.

Tabell 1. Indelningen i $\mathring{A}_{1,3}$-grupper

Division into $\mathring{A}_{1,3}$-groups. ($\mathring{A}_{1,3}$ = age of the stand on attaining 1.3 m, determined in the manner described in the text.)

	Tall Pine		
$\mathring{A}_{1,3}$ (år; years)	5,5—8,4	8,5—10,4	10,5—14,4
Klassmitt (år) Mid-value of the interval (years)	7,0	9,5	12,5
n	0,63	0,70	0,78
Antal ytor: Number of plots:			
Material A	16	20	11
Material C	9	1	—
	Gran Spruce		
$\mathring{A}_{1,3}$ (år; years)	7,5—10,4	10,5—14,4	14,5—18,4
Klassmitt (år) Mid-value of the interval (years)	9,0	12,5	16,5
n	0,69	0,78	0,89
Antal ytor: Number of plots:			
Material A	—	5	—
Material C	1	4	—

ett matematiskt uttryck för ytans höjdutveckling. För material A, som ju endast omfattar höjdutvecklingar upp till ca 50 år, kan detta uttryck ej utan vidare godtagas att gälla även för högre åldrar. För att utröna vilka fel man kan vänta sig vid sådan användning, har för material C följande räkningar utförts.

Konstanterna a och b har bestämts dels med ledning av värdena på ålder och övre höjd under 50 år (a_1, b_1), dels med ledning av samtliga dessa värden (a_2, b_2). Därefter har för varje yta övre höjden (h_{100}) och toppskottslängden (t_{100}) vid 100 år bestämts ur funktion (1) resp. (3) genom insättning dels av a_1, b_1 och dels av a_2, b_2.

De erhållna värdena på h_{100} och t_{100} har sammanställts i nedanstående tabell (tabell 2). Kolumner betecknade 1. redovisar värden erhållna genom insättning av a_1 och b_1, värden som således framkommit genom extrapolering över 50 år av funktion (1). Kolumner betecknade 2. redovisar värden erhållna genom insättning av a_2 och b_2; dessa värden är således att betrakta som säkrare, då de grundar sig på hela den kända höjdutvecklingen. Siffrorna inom parentes vid ytnummerna anger till vilken ålder höjdutvecklingen är känd. I tabellen har även differenserna mellan värdena 1. och 2. angivits.

Bortsett från ytorna 720, 498, 729 och 748 varierar differenserna för h_{100} från — 1,4 till + 0,9 meter. De negativa differenserna överväger. Differenserna för t_{100} varierar på likartat sätt.

De stora differenserna på de fyra nämnda ytorna kan förklaras efter ett närmare studium av höjdutvecklingskurvorna. På yta 720 avtar höjdtillväxten på ett onormalt sätt mellan 35 och 45 år för att därefter åter öka.

Tabell 2. Material C. Övre höjd och toppskottslängd vid 100 år, erhållna genom extrapolering efter funktion (1) anpassad till: 1. höjdutvecklingen före 50 år, 2. hela den kända höjdutvecklingen

Material C. Height of dominant trees (h_{100}) and length of terminal shoots (t_{100}) at 100 years obtained by extrapolation in accordance with function (1) adjusted to: 1. the height growth before 50 years, 2. the whole of the known height growth.

Yta nr Plot No.	h_{100} m			t_{100} cm		
	1.	2.	diff.	1.	2.	diff.
			Tall Pine			
497 (65)	26,4	26,4	0	12,4	12,4	0
500 (75)	19,4	19,4	0	7,8	7,8	0
720 (85)	21,9	25,9	— 4,0	9,5	13,3	— 3,8
721 (75)	32,2	31,8	+ 0,4	16,4	16,0	+ 0,4
722 (70)	26,8	27,5	— 0,7	12,5	13,1	— 0,6
723 (65)	28,8	27,5	+ 0,9	13,7	12,9	+ 0,6
726 (80)	21,0	21,7	— 0,7	8,0	8,6	— 0,6
727 (84)	23,0	22,5	+ 0,5	9,5	9,1	+ 0,4
728 (65)	26,4	27,1	— 0,7	10,5	11,0	— 0,5
749 (70)	23,6	23,8	— 0,2	9,7	9,9	— 0,2
			Gran Spruce			
498 (69)	17,4	21,7	— 4,3	7,3	11,3	— 4,0
499 (84)	28,4	29,8	— 1,4	15,1	16,6	— 1,5
729 (80)	33,0	35,6	— 2,6	17,1	19,9	— 2,8
747 (70)	24,4	27,0	— 0,6	12,5	13,1	— 0,6
748 (80)	34,6	31,5	+ 3,1	32,4	27,4	+ 5,0
750 (75)	25,3	26,2	— 0,9	12,5	13,4	— 0,9
Medeltal (utom 720, 498, 729 och 748) .. Average (except 720, 498, 729 and 748)			— 0,3			— 0,3

Avtagandet beror förmodligen på märgborreangrepp efter gallringar. Granytan 498 har motsvarande avtagande och ökning vid samma åldrar. Orsaken är här okänd. Yta 729 har efter gallringar vid 42 och 54 års ålder ökat höjdtillväxten på två av de i höjdutvecklingen ingående träden. Det kan tänkas att dessa tidigare lidit något av överskärmning. Yta 748 slutligen har haft en lång stampperiod i ungdomen, varför den uppnått maximal höjdtillväxt först vid så hög ålder, att den med åldern avtagande höjdtillväxten ej hunnit påverka utjämningen av värdena under 50 år.

Vid utjämningen av ytorna i material A har endast värden ovanför höjdutvecklingskurvans inflexionspunkt medtagits. (Orsakerna härtill behandlas närmare under 3.11. sid. 19.) Alltså kan aldrig ett sådant förhållande som beträffande yta 748 inträffa för material A.

Vi kan alltså på grundval av ovanstående tabell konstatera:

att en extrapolering till 100 år enligt funktion (1) av en till 50 år känd höjdutveckling för normala höjdutvecklingar låter sig göras med ett fel på övre höjden, som i allmänhet ej överstiger 1 meter,

att risken för underskattning av övre höjd och toppskottslängd är större än risken för överskattning,
att stora fel kan förorsakas av att höjdutvecklingen under 50 år hämmats av någon orsak och därefter åter tilltagit,
att sådana fel alltid leder till en underskattning av övre höjden.

Till det sistnämnda kan fogas att de händelser, som inträffar i naturen och påverkar ett bestånds höjdutveckling, övervägande är av sådan art att de hämmar höjdutvecklingen (märgborreangrepp, snöbrott o. dyl.), och när de inträffar före 50 år, leder de således till en underskattning av övre höjden.

Det bör även påpekas att höjdutvecklingarna i material C grundar sig på tre enskilda träds höjdutveckling och alltså bör förete en större avvikelse från det normala förloppet än höjdutvecklingarna i material A, som grundar sig på 30—40 stycken provträd.

Vi antager därför att funktion (1) på ett tillfredsställande sätt åskådliggör höjdutvecklingen upp till 100 år även när konstanterna a och b är bestämda med ledning av ett höjdutvecklingsförlopp, som ej räcker längre än till 50 år. Att detta antagande leder till rimliga resultat skall visas längre fram (4.1 sid. 21).

3.9. Prövning av ev. samband mellan *b*-konstanten och ålder, höjdbonitet m. m.

I funktion (1) är a-konstanten en ren skalfaktor, medan b-konstanten — liksom n-värdet — är bestämmande för kurvans form. Grafiska uppläggningar har därför gjorts för att utröna om b-konstanten har något samband med provytornas ålder, höjdbonitet, bränning före kulturen, höjd över havet eller breddgrad, d. v. s. samma faktorer för vilka sambandet med n-värdet undersöktes. Härvid har provytorna fördelats på de tre $\mathring{A}_{1,3}$-grupperna, varigenom samspelet mellan n- och b-värdet eliminerats.

Inga samband har kunnat konstateras med någon av ovan nämnda faktorer. Ej heller har någon skillnad med avseende på b-konstanten mellan planteringar, röjda sådder och orörda sådder framkommit.

3.10. Sambandet mellan *b*-konstanten och ålder i brösthöjd

b-konstanten har upplagts grafiskt över åldern i brösthöjd ($\mathring{A}_{1,3}$). I fig. 6 är dels de enskilda ytornas värden inlagda, dels medelvärdena i de tre $\mathring{A}_{1,3}$-grupperna för tallytorna i material A. Medelvärdena antyder att en utjämningslinje genom tallmaterialet bör vara konkav uppåt. Som utjämningsfunktion har valts parabeln

$$y = a + bx + cx^2, \tag{6}$$

där $y = b$-konstanten och $x = \mathring{A}_{1,3}$. a, b och c är konstanter som bestämmes genom utjämningen.

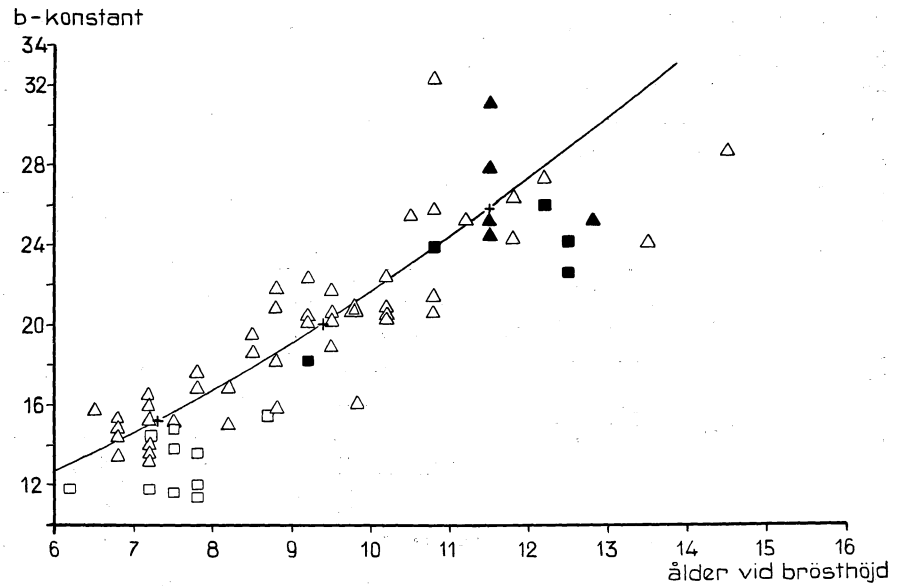

Fig. 6. Sambandet mellan *b*-konstanten och ålder vid brösthöjd. △ = tall material A. □ = tall material C. ▲ = gran material A. ■ = gran material C.
Relation between the *b*-constant and age at breast height. △ = pine material A. □ = pine material C. ▲ = spruce material A. ■ = spruce material C.

En utjämning av de enskilda ytornas (tall material A) värden ger emellertid, på grund av några få ytor med extrema värden, en kurva som är konkav nedåt. På grund härav har i stället parabeln (6) bestämts så att den kommer att gå genom medelvärdena i de tre $\mathring{A}_{1,3}$-grupperna. Den blir då:

$$y = 6{,}21581 + 0{,}43481\,x + 0{,}10998\,x^2. \qquad (7)$$

De mellansvenska ytorna har ej medtagits vid bestämningen på grund av att de, som framgår av fig. 6, genomgående tycks ligga något lägre än norrlandsytorna. Det har ej heller ansetts lämpligt att medtaga granytorna från material A. Dessa visar visserligen ingen från tallytorna avvikande tendens, men granmaterialet är så litet att några säkra slutsatser i detta avseende ej kan dragas.

Granytorna har således ej tillåtits inverka på tallfunktionen. Någon särskild funktion för gran kan emellertid ej härledas ur det nu tillgängliga materialet, varför funktion (7) i fortsättningen har använts även för gran. Det finns intet i detta material, som antyder att ett sådant förfaringssätt skulle leda till felaktiga värden på *b*-konstanten. Det får anses vara den bästa lösningen på nuvarande ståndpunkt.

3.11. Höjdutvecklingen före uppnående av höjdtillväxtmaximum

På ett tidigt stadium av bearbetningen visade det sig, att vissa svårigheter förelåg att med hjälp av funktion (1) tillfredsställande beskriva höjdutveck-

lingen före uppnående av höjdtillväxtmaximum. (Höjdtillväxtmaximum inträffar i materialet mellan 13 och 30 år.) Funktion (1) har en tendens att i närheten av origo närma sig åldersaxeln mer än vad som föranleds av materialet. Om värden under höjdtillväxtmaximum medtages i en utjämning av en provytas höjdutveckling enligt funktion (1), kommer dessa värden att påverka funktionens anpassning till materialet även vid högre åldrar. Vanligtvis innebär detta, att utjämningskurvan där löper under materialet.

På grund härav har, vid alla i det föregående beskrivna räkningarna, endast den del av provytornas höjdutveckling utnyttjats, som är belägen efter uppnåendet av höjdtillväxtmaximum. Läget av detta har bedömts okulärt med hjälp av ett för varje provyta uppritat höjdutvecklingsdiagram.

För att beskriva höjdutvecklingen under inflexionspunkten måste då någon annan funktion användas. Eftersom höjdtillväxten fram till denna punkt stiger med stigande ålder, lämpar sig en funktion av parabeltyp bäst. Efter försök med olika former av parabler har slutligen valts funktionen:

$$y = c \cdot x^d \tag{8}$$

där y = övre höjden och x = åldern, samt c och d är konstanter.

Om man uppställer villkoren att funktion (8) skall sammanfalla med funktion (1) i dennas inflexionspunkt och där också ha samma lutning som funktion (1) (d. v. s. samma derivata) erhålles:

$$\left.\begin{aligned} d &= n + 1 \\ c &= a\left[e\,\frac{b \cdot n}{n+1}\right]^{-\frac{n+1}{n}} \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Parabeln (8) är således fullständigt bestämd genom dessa villkor.

Någon numerisk utjämning av materialvärden för bestämning av konstanterna c och d har därför ej utförts. I stället har genom grafiska uppläggningar kontrollerats, att den på ovanstående sätt bestämda parabeln följer materialet. Förutom provytorna i material A har då också använts 24 stycken sådd- och planteringsytor, i det föregående beskrivna som material B.

Redogörelse för hur övre höjden beräknats på dessa ytor återfinns i bilaga B 4. Det måste emellertid även här framhållas, att denna övre höjd-beräkning är mindre tillförlitlig än den som tillämpats på material A och C.

Fig. 7 a och b återger den grafiska jämförelsen mellan höjdutvecklingen enligt funktion (8) och två $\mathring{A}_{1,3}$-grupper ur material B.

3.12. Beräkning av höjdutvecklingstabellerna

Genom insättning av klassmittvärdena på $\mathring{A}_{1,3}$ i funktion (7) erhålles det för resp. $\mathring{A}_{1,3}$-grupp gällande värdet på b-konstanten. Insättes detta och det tidigare bestämda n-värdet i funktion (1), kan a-konstanten beräknas för

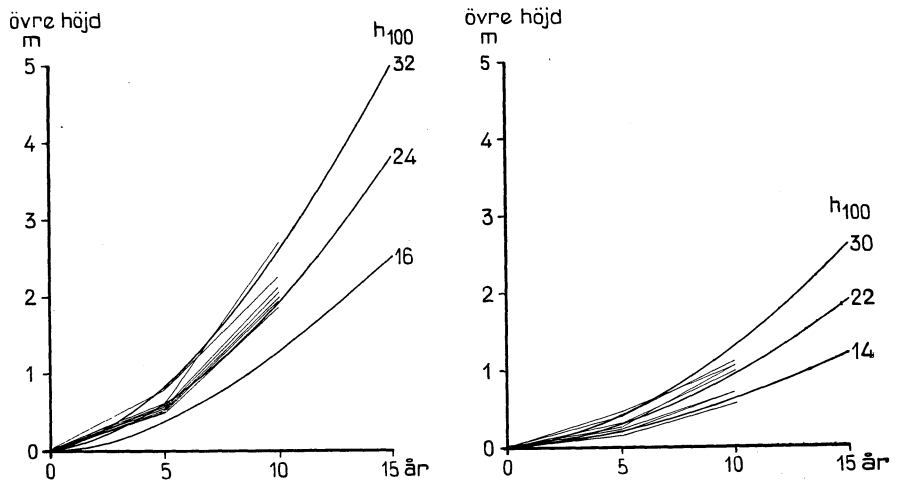

Fig. 7 a och b. Övre höjden vid 5 och 10 år för ytor ur material B och höjdkurvor enligt funktion (8). a. tall $\mathring{A}_{1,3} = 7,0$. b. gran $\mathring{A}_{1,3} = 12,5$.

Heights of dominant trees at 5 and 10 years for sample plots from material B and height curves in accordance with function (8). a. pine $\mathring{A}_{1,3} = 7.0$. b. spruce $\mathring{A}_{1,3} = 12.5$.

olika värden på h_{100}. Dessa räkningar har utförts, och de för olika h_{100} och $\mathring{A}_{1,3}$-grupper gällande n-, b- och a-värdena har införts i tabell V. Motsvarande värden på c- och d-konstanterna har därefter beräknats ur (9) och införts i samma tabell. Där återfinns även x-värdet (x_i) för inflexionspunkten i funktion (1), d. v. s. den punkt i vilken de två funktionerna är sammankopplade.

Konstantvärdena i tabell V har därefter, insatta i funktion (1) resp. (8), givit höjdutvecklingsserier för olika h_{100} och $\mathring{A}_{1,3}$-grupper. Dessa höjdutvecklingsserier har tabellerats i tabell VI.

I tabellen har ej medtagits de h_{100}-boniteter, som har en ålder i brösthöjd över- eller understigande $\mathring{A}_{1,3}$-gruppernas klassgränser med mer än ett år.

Kap. 4. Kontroller och jämförelser

4.1. Kontroll genom material D

Funktion (1) har asymptoten $y = a$ när $x \to \infty$, d. v. s. övre höjden närmar sig enligt funktionen vid mycket höga åldrar värdet a. Av tabell V framgår att de högsta a-värdena uppgår till något över 70 (m). Att sådana övre höjder är otänkbara inses lätt.

I funktionen är det åldern (x^{n+1}) som utövar det hämmande inflytandet på höjdtillväxten. Att detta inflytande är tillräckligt i intervallet 50—100 år

har vi kunnat konstatera genom den i 3.8. redovisade specialbearbetningen av material C.

Det måste emellertid vara så att vid högre åldrar andra faktorer kommer att inverka hämmande på höjdutvecklingen. (Jfr PETTERSON 1924 sid. 166—168.) Resultatet av denna inverkan kan vi se t. ex. på en tall som har nått en ålder av 200 år. Den har mist sin genomgående huvudaxel i toppen; det bildas visserligen varje år nya skott, men det är ej längre toppskottet som dominerar. Sidoskotten, såväl på huvudstammen som på sidogrenarna, kan vara lika långa eller längre, och samtliga skott är mycket små eller saknas ibland fullständigt. Detta medför att kronan antar en mera rundad form, och att höjdtillväxten fördelas på en bredare front. Samtidigt sker ett visst avdöende av grenar och skott varigenom trädhöjden hålls nästan konstant eller t. o. m. minskar.

Frågan är när dessa faktorer börjar göra sig gällande, d. v. s. till vilken ålder kan man tänka sig att funktion (1) går att använda. Genom material D (se sid. 6 och bil. B 1) har vi en möjlighet att kontrollera funktionens giltighet ytterligare något över 100 år. Höjdtillväxten finns på provytorna i detta material observerad på de 100 grövsta träden per hektar. Medelhöjden av dessa träd representerar en »övre höjd», även om den icke är definitionsmässigt riktigt bestämd. För här avsett ändamål får denna övre höjd anses vara tillfredsställande.

Uppgifterna från de 18 tallytorna i material D har sammanställts i nedanstående tabell 3. Ytorna har sammanförts i $\mathring{A}_{1,3}$-grupper. Inom varje sådan grupp är ytorna ordnade efter stigande n-värde. Detta har beräknats enligt funktion (4) och med användning av övre höjden och dennas höjdtillväxt vid 25, 50, 75 och 100 år. h_{100} obs., t_{100} obs., h_{130} obs. och t_{130} obs. avser de observerade värdena på övre höjd och toppskottslängd vid 100 resp. 130 år. t_{100} ber. och t_{130} ber. avser den toppskottslängd som erhålles vid 100 resp. 130 år, om man i funktion (3) insätter det i tabellen angivna h_{100}- resp. h_{130}-värdet samt de för resp. $\mathring{A}_{1,3}$-grupp gällande n- och b-värdena (enl. tab. V). »diff.» avser differensen mellan beräknad och observerad toppskottslängd och är således ett mått på funktionens över- resp. underskattning av höjdtillväxten.

Vi kan först konstatera att n-värdena för dessa ytor i genomsnitt ligger högre än de som beräknats för material A. Orsaken härtill framgår om man studerar höjdutvecklingskurvorna för de enskilda ytorna. Samtliga kurvor med högt n visar en kraftigt markerad s-form. Som exempel härpå återges höjdutvecklingen för ytan B med $n = 1{,}05$ och som jämförelse ytan D med $n = 0{,}67$ (fig. 8). Av figuren framgår att ytan B i förhållande till ytan D har en betydligt starkare avtagande höjdtillväxt efter 50 år.

Det är känt att flertalet ytor i material D var orörda vid tidpunkten för uppskattningen, men uppgift om vilka ytor detta gällde har ej kunnat erhållas.

Tabell 3. Material D. Jämförelse mellan observerade (obs.) och enligt funktion (3) beräknade (ber.) värden på toppskottslängden vid 100 och 130 år

Material D. Comparison between the observed (obs.) values and those calculated (ber.) in accordance with function (3) for the length of the terminal shoots at 100 and 130 years.

Yta Plot	$Å_{1,3}$	n	h_{100} obs. m	t_{100} obs. cm	t_{100} ber. cm	diff. cm	h_{130} obs. m	t_{130} obs. cm	t_{130} ber. cm	diff. cm
A	7,0	0,94	19,35	9,0	9,8	+ 0,8				
B	7,0	1,05	20,90	6,5	10,6	+ 4,1	22,30	3,5	7,4	+ 3,9
C	9,5	0,67	19,60	12,0	11,1	— 0,9				
D	9,5	0,67	18,25	11,0	10,3	— 0,7	20,60	6,5	7,4	+ 0,9
E	9,5	0,82	17,65	8,0	9,9	+ 1,9				
F	9,5	0,90	16,40	7,0	9,3	+ 2,3				
G	9,5	0,95	17,90	7,0	10,1	+ 3,1				
H	9,5	1,02	15,70	4,5	8,8	+ 4,3	16,55	4,0	6,0	+ 2,0
I	9,5	1,02	26,95	8,5	15,2	+ 6,7				
K	12,5	0,43	15,65	11,0	9,6	— 1,4				
L	12,5	0,43	12,35	9,0	7,6	— 1,4	15,05	8,0	5,8	— 2,2
M	12,5	0,58	12,35	9,5	7,6	— 1,9				
N	12,5	0,71	18,35	12,0	11,4	— 0,6				
O	12,5	0,73	12,10	6,5	7,5	+ 1,0	13,80	6,0	5,4	— 0,6
P	12,5	0,73	10,10	5,0	5,6	+ 0,6	10,45	5,5	4,1	+ 1,4
Q	12,5	0,81	11,60	4,5	7,2	+ 2,7	12,85	4,0	5,0	+ 1,0
R	12,5	0,83	16,30	7,5	10,1	+ 2,6				
S	12,5	1,03	14,20	6,5	8,8	+ 2,3	15,70	3,5	6,1	+ 2,6

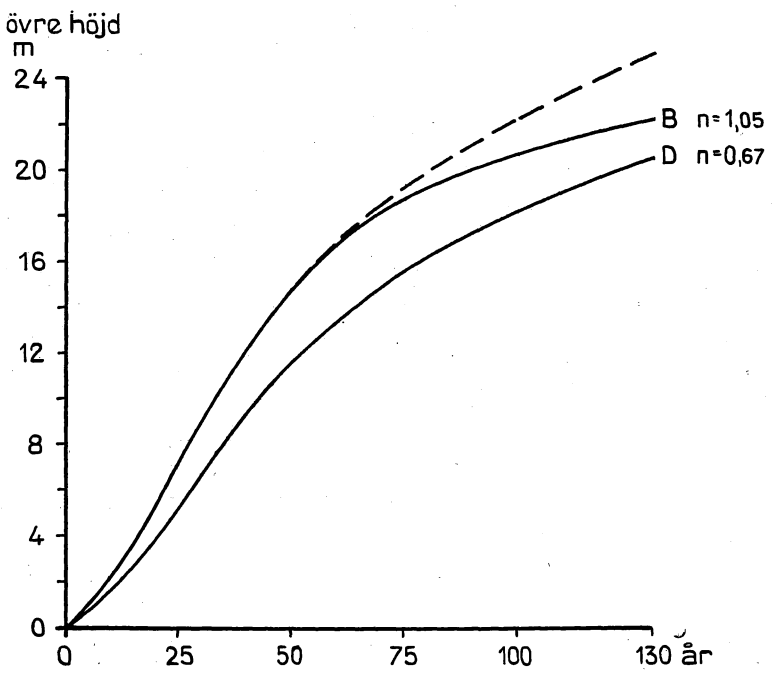

Fig. 8. Höjdutvecklingen på ytorna B och D ur material D. Se texten.
Height growth on the plots B and D from material D. See text.

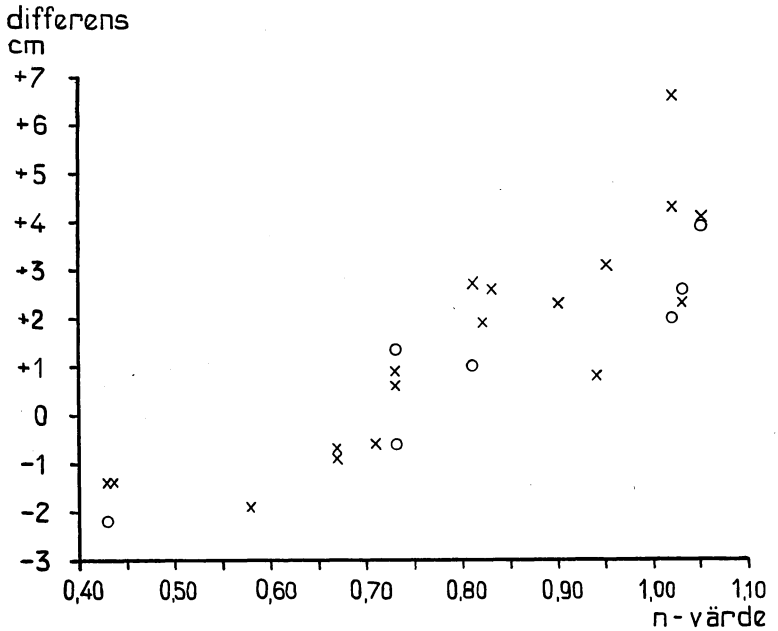

Fig. 9. Sambandet mellan differensen mellan beräknad och observerad toppskottslängd och *n*-värdet. Material D. × = värden vid 100 år. ○ = värden vid 130 år.
Relation between the difference in the calculated and the observed length of terminal shoots and the *n*-value. Material D. × = values ○ at 100 years. = values at 130 years.

Det är emellertid troligt, att ytorna med högt *n*-värde varit orörda, medan de med lågt *n*-värde varit gallrade. Man kan nämligen förmoda, att den ökande slutenheten och trängseln i ett stamrikt, orört bestånd inverkar hämmande på höjdtillväxten, med påföljd att höjdutvecklingskurvan får en markerad s-form och därmed ett högt *n*-värde. (Jfr även PETTERSON 1955, sid. 67.) Om ytan B i fig. 8 gallrats senast vid 60 år så hade förmodligen höjdutvecklingen fortsatt efter den streckade linjen i stället för att som nu kraftigt avtaga. Kurvorna för material D visar, att hämningen i höjdtillväxt börjar göra sig gällande mellan 50 och 75 år. Detta förklarar varför inga skillnader i *n*-värden kunnat konstateras mellan orörda såddytor och övriga i material A. Samtliga dessa ytor utom tre är nämligen under 55 år. I material C finns inga orörda såddytor, varför ej heller här *n*-värdena kunnat påverkas som i material D.

Ett diagram där differenserna i tabell 3 upplagts över resp. ytas *n*-värde (fig. 9) visar att differenserna stiger med stigande *n*-värde och att deras absoluta värde är minst i området mellan $n = 0{,}60$ och $n = 0{,}80$.

Vi kan således konstatera, att i skötta bestånd, där ingen hämning av höjdtillväxten på grund av trängsel inträffat, ger funktion (1) med använd-

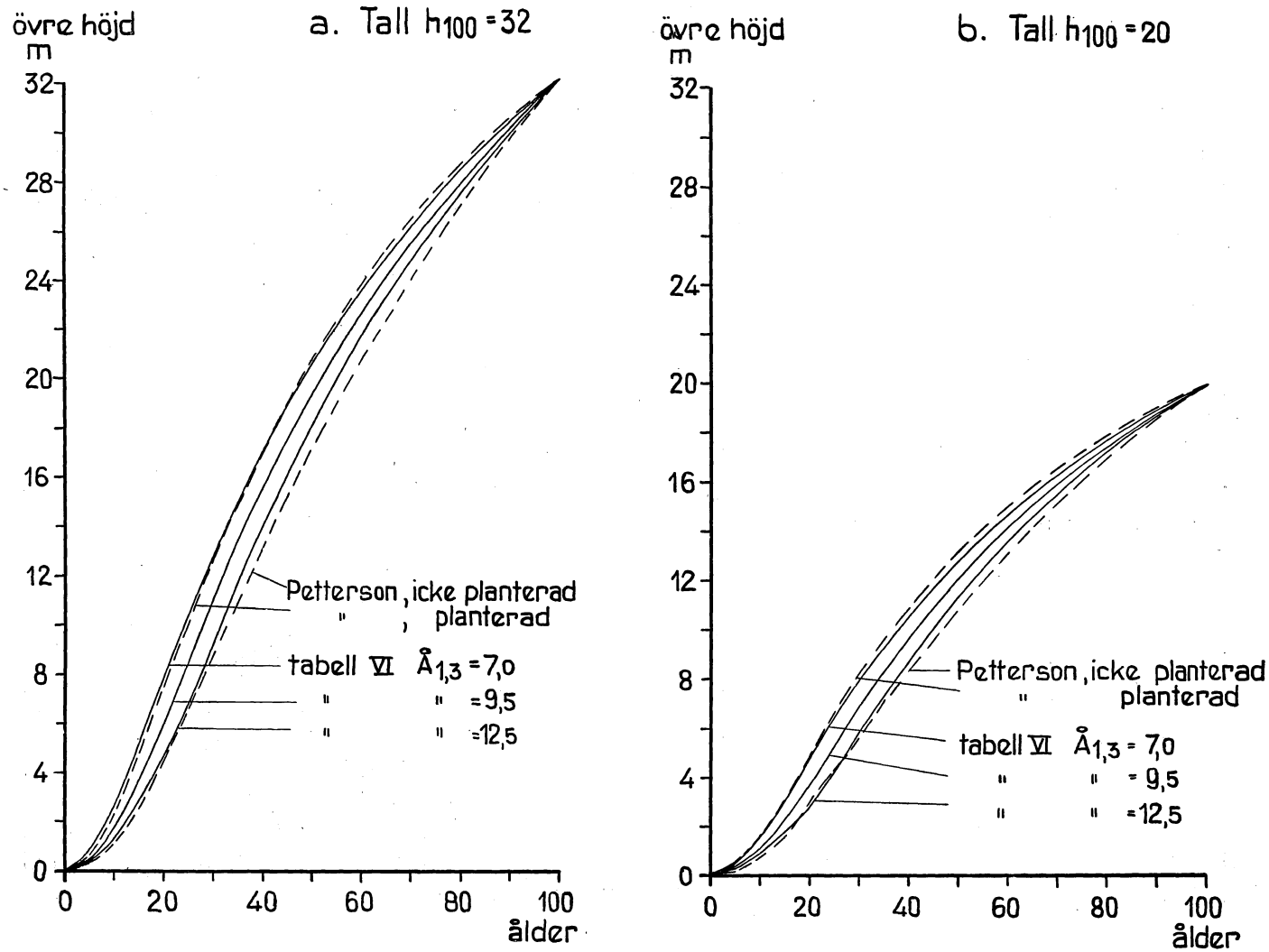

Fig. 10 a och b. Jämförelse mellan höjdutvecklingen för tall $h_{100} = 32$ och $h_{100} = 20$ enligt PETTERSON (1955) och enligt tabell VI.
Comparison between the height growth for pine $h_{100} = 32$ and $h_{100} = 20$ according to PETTERSON (1955) and according to table VI.

ning av n-värdena 0,63, 0,70 och 0,78 ett tillfredsställande uttryck för övre höjdens utveckling ända upp till 130 år. Med tillfredsställande menas då att någon risk för överskattning av höjdtillväxten ej föreligger. Differensen mellan observerade och enligt funktionen beräknade värden på toppskottslängden ligger vid 130 år mellan + 1 och — 1 cm.

Samtidigt måste vi konstatera, att det är troligt att tabell VI ger felaktiga värden för sådder, som fått stå orörda i 50 år eller längre.

Huruvida funktion (1) stämmer även för högre åldrar än 130 år går ej att fastställa med nu tillgängligt material.

Det bör påpekas att även om ovanstående diskussion angående slutenhetens inverkan på höjdutvecklingskurvans form skulle vara felaktig, så gäller likväl slutsatsen, att höjdutvecklingskurvor med n-värden mellan 0,60 och 0,80 utan risk för överskattning av höjdtillväxten kan återges med funktion (1).

Ovanstående jämförelser och slutsatser gäller tall. För gran finns ej något material tillgängligt för liknande bearbetning, varför vi måste konstatera, att grankurvorna är betydligt osäkrare bestämda än tallkurvorna.

4.2. Jämförelse med andra höjdutvecklingstabeller

Tall

Som underlag för diskussionen återges i fig. 10 höjdutvecklingarna för $h_{100} = 20$ och 32 enligt tabell VI och enligt PETTERSON (1955).

Av figuren framgår att PETTERSONS höjdutvecklingskurvor för planterad tall, norra Sverige, visar starkare tillväxt i yngre år och svagare i äldre än motsvarande kurvor enligt tabell VI. Skillnaden mellan PETTERSONS kurvor och kurvorna för $\mathring{A}_{1,3} = 7,0$ är dock ganska liten. PETTERSONS kurvor för icke planterad tall ligger under motsvarande kurvor enligt tabell VI, d. v. s. de har ett rakare utvecklingsförlopp.

Dessa förhållanden resulterar i att vid bonitering av ett ungt planterat tallbestånd enligt tabell VI erhålles ett högre h_{100} än vid bonitering av samma bestånd enligt PETTERSONS tabell för planterad tall, norra Sverige.

I fig. 11 återges boniteringen av ett dylikt bestånd med övre höjden lika med 9,7 m vid 30 år och $\mathring{A}_{1,3} = 9,5$. Enligt PETTERSONS tabell skall beståndet vid 100 år ha övre höjden 24 m, enligt tabell VI 28 m. Hör beståndet till $\mathring{A}_{1,3}$-gruppen 7,0 blir differensen mindre, hör det till 12,5-gruppen blir differensen större.

PETTERSONS kurvor för planterade bestånd har framställts genom en korrektion av kurvorna för icke planterade bestånd. Korrektionen har skett genom att man i planterade bestånd låtit övre höjden uppnå 1,3 m på 70 % av tiden för icke planterade bestånd, medan kurvorna samtidigt fasthållits vid 0 och 100 år. Tabell 4 nedan visar de värden som erhålles, om de nu framlagda

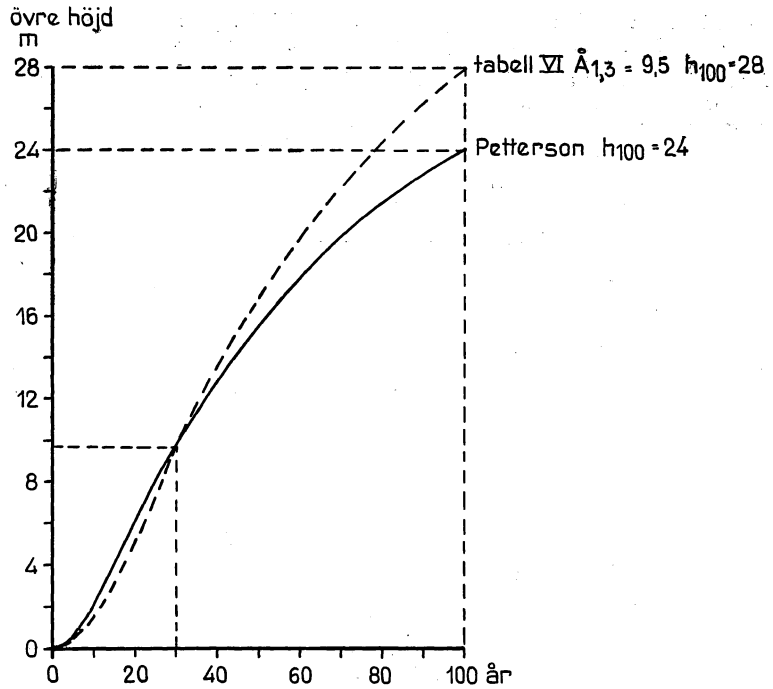

Fig. 11. Exempel på höjdbonitering enligt PETTERSON (1955) och enligt tabell VI. Se texten.
Example of height classification according to PETTERSON (1955) and according to table VI. See text.

höjdutvecklingskurvornas tid för uppnående av 1,3 m uträknas i procent av motsvarande tid för PETTERSONS icke planterad tall. Procenttalen varierar i tabellen mellan 56 och 108. PETTERSON har också i sin avhandling framhållit, att korrektionen 70 % ej på något sätt är definitiv, och att »om det kan konstateras, att kvoten har ett annat värde, bör hänsyn tagas härtill vid boniteringen».

Enbart denna skillnad i tid för uppnående av 1,3 m förklarar emellertid ej kurvornas olika förlopp. Olikheterna i material måste även ha bidragit härtill. Höjdutvecklingarna enligt tabell VI grundar sig till 50 år på ett material av sådder och planteringar, medan PETTERSONS kurvor erhållits genom korrektion av orörda, huvudsakligen självföryngrade bestånd. Som närmare utvecklats i bilaga B 2 (sid. 49) kan det även tänkas, att dessa kurvor (för icke planterade bestånd) avviker något från den egentliga övre höjd-utvecklingen, på grund av att de är konstruerade med ledning av ett träd på varje yta som representant för övre höjden. Denna avvikelse kommer då också att påverka de planterade beståndens höjdutvecklingskurvor.

Tabell 4. Tid för uppnående av 1,3 m enligt tabell VI i procent av motsvarande tid enligt PETTERSONs »icke planterad» tall och gran, norra Sverige

Time for attaining 1.3 m according to table VI as a percentage of the corresponding time according to PETTERSON's »non-planted» pine and spruce, Northern Sweden

h_{100}	Tall Pine			Gran Spruce		
	$Å_{1,3}$			$Å_{1,3}$		
	7,0	9,5	12,5	9,0	12,5	16,5
12	—	—	—	—	—	88
16	63	85	100	61	75	85
20	68	91	108	56	70	80
24	62	83	99	54	68	78
28	59	79	95	52	65	—
32	56	76	92	—	—	—

Gran

I figur 12 återges höjdutvecklingarna för $h_{100} = 28$ och 20. Förutom kurvorna enligt tabell VI och enligt PETTERSON planterad och icke planterad gran, norra Sverige har även medtagits två norska höjdutvecklingsserier, EIDE och LANGSÆTER (1941) och BRANTSEG (1951).

EIDE och LANGSÆTER har uppställt boniteringskurvor för likåldriga granbestånd i Östlandet och Tröndelag. BRANTSEGS kurvor avser planterade granbestånd i Vestlandet.

I båda dessa system användes den grundytevägda medelhöjden som bonitetsindikator. De har därför här omräknats till att gälla för övre höjd med hjälp av de relationer mellan övre höjden och medelgrundytans höjd, som kan erhållas ur PETTERSONS tabeller H3a och H3b. Tabellerna för »gran, södra Sverige, planterad» har använts.

Då medelgrundytans höjd, särskilt i unga bestånd, vanligtvis är något lägre än den grundytevägda medelhöjden (PETRINI 1948) uppstår ett mindre fel vid ovanstående förfaringssätt. I detta fall medför det att övre höjden blir något underskattad. De under 50 år belägna delarna av de omräknade kurvorna måste därför anses mindre tillförlitliga. Ytterligare ett osäkerhetsmoment ligger i att de använda relationerna gäller vid gallringsprogrammet L5, G10,5, medan EIDE och LANGSÆTERS höjdkurvor gäller bestånd, som behandlats med »middelsterk tynning» och BRANTSEGS bestånd i vilka gallringen varit »meget svak». Speciellt BRANTSEGS omräknade kurvor kan tänkas ha påverkats av denna skillnad i gallringsstyrka.

Av fig. 12 framgår att grankurvorna enligt tabell VI ligger högre i förhållande till PETTERSONS kurvor än vad tallkurvorna gjorde. Detta framgår också av tabell 4, som upptar fler värden under 70 % för gran än för tall. Då antalet granprovytor är mycket litet ger ovanstående förhållande anled-

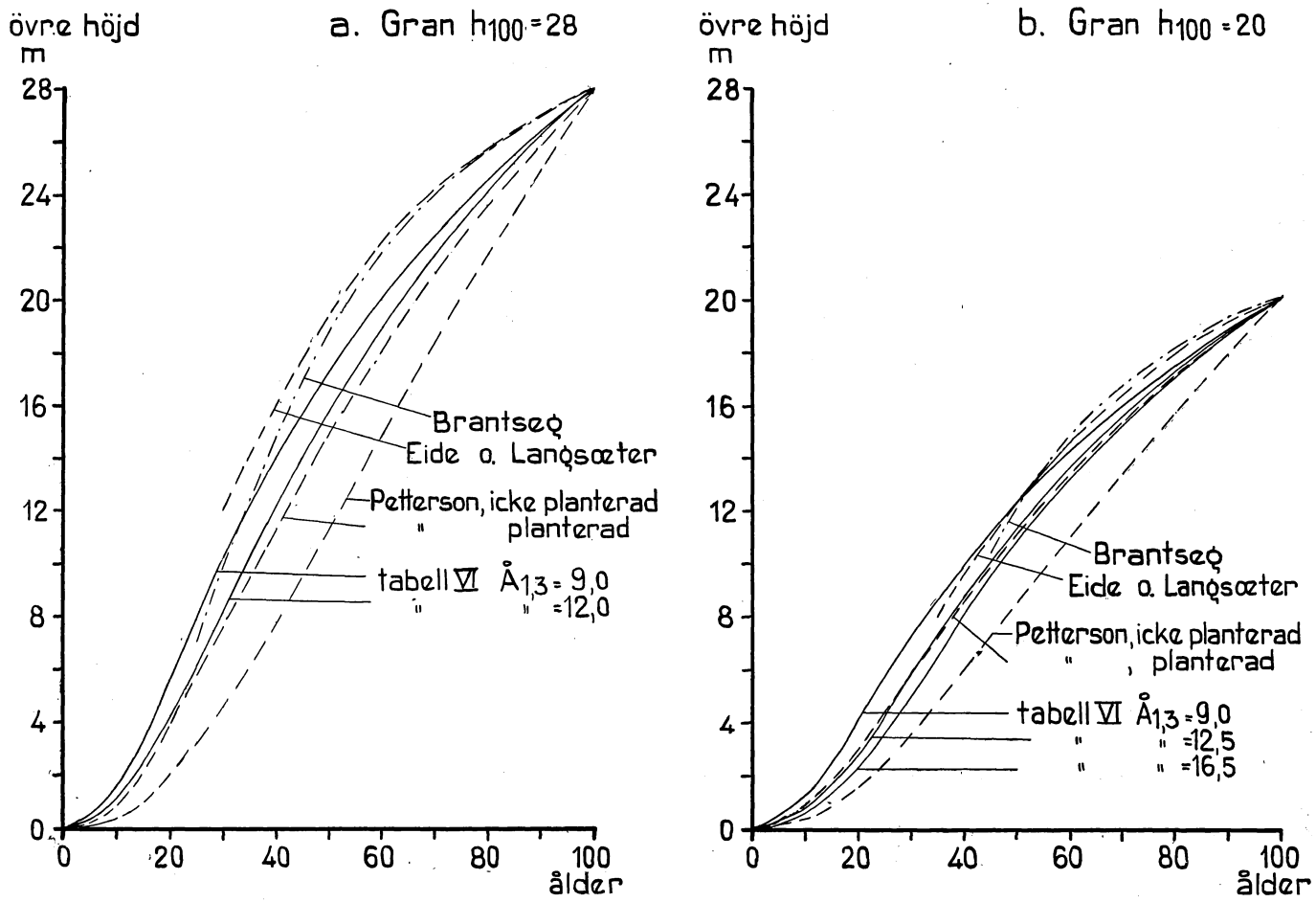

Fig. 12 a och b. Jämförelse mellan höjdutvecklingen för gran $h_{100} = 28$ och $h_{100} = 20$ enligt PETTERSON (1955), EIDE och LANGSÆTER (1941). BRANTSEG (1951) och tabell VI.

Comparison between the height growth for spruce $h_{100} = 28$ and $h_{100} = 20$ according to PETTERSON (1955), EIDE and LANGSÆTER (1941), BRANTSEG (1951) and table VI.

ning att misstänka felaktigheter i de här framlagda höjdutvecklingskurvorna. På grund härav har stöd sökts i de norska kurvorna. Dessa ligger, åtminstone i den säkrare delen över 50 år, över kurvorna enligt tabell VI. Vid betraktande av BRANTSEGS kurvor måste man emellertid taga hänsyn till att de, i jämförelse med förhållandena i norra Sverige, avser ganska annorlunda klimatförhållanden och tillväxtbetingelser. EIDE och LANGSÆTERS kurvor är i detta avseende lämpligare jämförelseobjekt. Då dessa kurvor dessutom icke är begränsade till planterade bestånd, och trots detta ligger högre än de här redovisade, ger de ett visst stöd åt de sistnämnda.

4.3. Jämförelse mellan norrlandskulturerna och de mellansvenska kulturerna

I 3.6. konstaterades att de mellansvenska tallkulturernas n-värden ej skilde sig från norrlandskulturernas inom samma $\mathring{A}_{1,3}$-grupper. De mellansvenska kulturerna är emellertid koncentrerade till lägsta $\mathring{A}_{1,3}$-gruppen. Om detta ej är en tillfällighet förorsakad av det ringa antalet ytor (10 stycken), kan man därav draga den slutsatsen, att höjdtillväxten i mellansvenska kulturer i genomsnitt kommer snabbare i gång än i norrlandskulturer, medan den hos de senare däremot är uthålligare.

Att så är förhållandet bestyrkes även av storleksförhållandet mellan b-konstanterna i de två materialgrupperna. Som framgår av figur 6 ligger de mellansvenska kulturernas b-konstanter lägre än norrlandskulturernas, även inom samma $\mathring{A}_{1,3}$-grupp. Och en låg b-konstant inverkar på kurvans form så att inflexionspunkten uppnås tidigare och kurvans s-form blir mera markerad. Samma förhållande kunde PETTERSON (1955) konstatera beträffande höjdutvecklingen hos icke planterad tall i norra och södra Sverige.

Det ringa antalet ytor medger inga liknande slutsatser för gran.

Kap. 5. Diskussion av tabellerna

5.1. $\mathring{A}_{1,3}$-grupperingen

Två bestånd, som vid en viss ålder har samma övre höjd, kan icke utan vidare förutsättas ha nått denna höjd genom lika höjdutvecklingar. Det är ej heller givet att de i fortsättningen kommer att få samma höjdutveckling. Vid bonitering av två sådana bestånd enligt en boniteringstabell, som för varje bonitet redovisar en viss höjdutveckling, måste de emellertid hänföras till samma bonitet, varigenom de således åsättes samma höjdutveckling. Denna höjdutveckling är då att betrakta som medeltalet av alla höjdutvecklingar som vid den angivna åldern har den givna övre höjden.

De här framlagda höjdutvecklingstabellerna medger genom uppdelningen på $\mathring{A}_{1,3}$-grupper en finare differentiering vid höjdboniteringen. Ett bestånd med en viss ålder och övre höjd kan med hjälp av tabell VI hänföras till tre olika höjdutvecklingar beroende på vad beståndet har för $\mathring{A}_{1.3}$. Naturligtvis är dessa höjdutvecklingar också att betrakta som medeltal av höjdutvecklingar för den angivna åldern, övre höjden och $\mathring{A}_{1,3}$. Men spridningen kring höjdutvecklingarna har nedbringats i jämförelse med spridningen i den förstnämnda boniteringstabellen.

$\mathring{A}_{1,3}$ är emellertid icke fullständigt oberoende av höjdboniteten. Höjdutvecklingar, som leder till höga h_{100}-värden, kan således ej finnas i den högsta $\mathring{A}_{1,3}$-gruppen, liksom den lägsta $\mathring{A}_{1,3}$-gruppen ej kan innehålla höjdutvecklingar med låga h_{100}-värden. Härpå grundar sig tabellernas begränsning till h_{100}-boniteter för vilka övre höjdens ålder i brösthöjd ej över- eller understiger $\mathring{A}_{1,3}$-gruppens klassgränser med mer än ett år.

Vid användning av tabell VI bestämmes $\mathring{A}_{1,3}$ som differensen mellan beståndets ålder och antalet årsringar vid 1,3 m hos träd, vars höjd vid boniteringstillfället är ungefär lika med övre höjden.

Vanligtvis blir övre höjdens ålder i brösthöjd ej lika med det så bestämda $\mathring{A}_{1,3}$. Detta beror dels på att det icke är givet, att enskilda träd ha samma höjdutveckling som övre höjden (se bil. B 2), dels på att $\mathring{A}_{1,3}$-värdena endast använts för bestämning av n och b, varför kurvornas slutliga lägen blivit beroende av vilket h_{100}-värde de lagts genom.

I detta sammanhang bör även provytornas fördelning på $\mathring{A}_{1,3}$-grupper beröras. I 3.5. och 3.9. har konstaterats, att de för höjdutvecklingskurvorna formbestämmande n- och b-värdena saknar samband med de faktorer som vanligtvis anses utöva inflytande på ett bestånds höjdutveckling (höjdbonitet, kulturmetod m. m.). Därmed är emellertid ej givet, att dessa faktorer ej påverkar höjdutvecklingen. De tre $\mathring{A}_{1,3}$-grupperna representerar höjdutvecklingskurvor med olika form, varför en eventuell skillnad i kurvform för olika höjdboniteter, kulturmetoder m. m. kan tänkas komma fram vid en fördelning av provytematerialet på $\mathring{A}_{1,3}$-grupper. Tabell 5 återger tallprovytornas (material A) procentuella fördelning inom varje $\mathring{A}_{1,3}$-grupp på olika »ålder vid uppskattningen», »övre höjd vid 40 år» o. s. v.

Vid tolkning av tabellen bör den läsas horisontalt. Ex. 31 % av ytorna inom 7,0-gruppen är mellan 25 och 39 år gamla, motsvarande siffror för 9,5- och 12,5-gruppen är 25 resp. 27 %.

Av tabellen kan för de olika faktorerna utläsas följande:

Ålder vid uppskattningen. Om hänsyn tages till det ringa antalet provytor över 55 år, framgår av procentsiffrorna ingen tendens till systematisk fördelning på $\mathring{A}_{1,3}$-grupper. Några systematiska fel på grund av åldern vid uppskattningen behöver således ej befaras.

Tabell 5. Material A. Tallprovytornas procentuella fördelning inom $Å_{1,3}$-grupperna

Material A. Percentage distribution of the pine sample plots within the $Å_{1,3}$-groups.

$Å_{1,3}$	7,0		9,5		12,5	
	antal ytor number of plots	%	antal ytor number of plots	%	antal ytor number of plots	%
Ålder vid uppskattningen Age at assessment						
25—39 år years	5	31	5	25	3	27
40—54 » »	11	69	14	70	5	46
55— » »	—	—	1	5	3	27
Övre höjd vid 40 år Height of dominant trees at 40 years						
9,5—11,4 m	—	—	1	7	3	37,5
11,5—13,4 »	3	25	7	50	3	37,5
13,5—15,4 »	6	50	6	43	2	25
15,5—17,4 »	3	25	—	—	—	—
Bränning före kulturen Burning prior to cultivation						
Bränt Burnt	4	25	4	20	2	18
Obränt Unburnt	12	75	16	80	9	82
Kulturmetod och behandling Method of cultivation and treatment						
Planteringar och tidigt röjda sådder Plantations and sown stands cleared at an early period	6	37,5	9	45	4	36
Sådder röjda före 40 år Sown stands cleared before 40 years	6	37,5	5	25	2	18
Sådder orörda till 40 år Sown stands undisturbed up to 40 years	4	25	6	30	5	46
Höjd över havet Height above sea level						
50—199 m	4	25	3	16	1	9
200—349 »	9	56	10	53	5	45,5
350—499 »	3	19	6	31	5	45,5
Breddgrad Latitude						
60—61°	4	25	2	11	—	—
62—63°	8	50	12	63	7	64
63—64°	4	25	5	26	4	36

Övre höjd vid 40 år. En tydlig tendens till koncentration av de lägre höjdboniteterna till $Å_{1,3} = 12,5$ och av de högre till $Å_{1,3} = 7,0$ återfinns. Höjdboniteten har således härigenom en viss inverkan på höjdutvecklingskurvans form.

Bränning före kulturen. Frekvensen brända ytor är störst i $Å_{1,3}$-gruppen 7,0. Det totala antalet brända ytor är dock för litet för att föranleda några bestämda slutsatser härav.

Kulturmetod och behandling. Den procentuella fördelningen på $\mathring{A}_{1,3}$-grupper antyder, att kulturmetoden utövar ett visst inflytande på höjdutvecklingen. Planterade bestånd växer snabbare i ungdomen än till 40 år orörda sådder.

Höjd över havet och breddgrad. Tendensen överensstämmer med den vedertagna uppfattningen om snabbare höjdutveckling på lägre höjd över havet och lägre breddgrad.

Ovanstående faktorer (utom ålder vid uppskattningen) samspelar naturligtvis i sin inverkan på höjdutvecklingen. Det har ej ansetts nödvändigt att här försöka renodla de enskilda faktorernas inverkan, ty vid höjdbonitering enligt tabell VI möjliggör grupperingen på $\mathring{A}_{1,3}$-grupper ett hänsynstagande till den samlade effekten av dessa och andra faktorer, som inverkar på höjdutvecklingen.

5.2. Höjdbonitering vid mindre krav på exakthet

För användning av tabell VI fordras kännedom om tre faktorer, övre höjd, ålder och $\mathring{A}_{1,3}$. För att tillfredsställa ett eventuellt behov av en enklare men mindre exakt tabell, har på grundval av tabell VI, en ny tabell utarbetats i vilken övre höjden anges över brösthöjdsåldern (antalet årsringar i brösthöjd) oberoende av $\mathring{A}_{1,3}$-grupperingen.

Då en sådan tabell väl huvudsakligen kommer att användas i grafisk form för höjdbonitering vid enklare fältuppskattningar, har övre höjden endast angivits för vart tionde år och var fjärde h_{100}-bonitet.

Tabellen (tabell VII) har erhållits på följande sätt. Samtliga höjdutvecklingar enligt tabell VI har upplagts grafiskt. En ny åldersskala med 0-punkten vid den ålder då övre höjden nådde brösthöjd har införts för varje höjdkurva, varefter övre höjden avlästs vart tionde år på denna skala. De på detta sätt för varje trädslag och h_{100} erhållna tre tabellerna (i vissa fall två eller en) har sammanslagits till en tabell genom vanlig medeltalsberäkning på övre höjderna. Med hänsyn till att $\mathring{A}_{1,3}$-grupperingen samtidigt i viss mån är en bonitetsgruppering, har det ansetts riktigast att låta avläsningarna från de olika $\mathring{A}_{1,3}$-grupperna inverka olika starkt på medeltalet i olika delar av h_{100}-skalan. De i nedanstående uppställning med × markerade $\mathring{A}_{1,3}$-grupperna ingår i medeltalen för resp. h_{100}-bonitet.

	Tall			*Gran*		
$\mathring{A}_{1,3}$	7,0	9,5	12,5	9,0	12,5	16,5
h_{100}						
12			×			×
16		×	×		×	×
20	×	×	×	×	×	×
24	×	×	×	×	×	×
28	×	×	×	×	×	
32	×	×		×	×	
36	×			×		

I tabell VII har alltså en återgång gjorts till den vanliga tabelltypen med en höjdutveckling för varje h_{100}-bonitet. Genom att brösthöjdsåldern använts har felrisken på grund av skiljaktigheter i höjdutveckling före brösthöjd minskats. Till skillnader i höjdutveckling, efter uppnående av brösthöjd, mellan $\mathring{A}_{1,3}$-grupperna har däremot ingen hänsyn kunnat tagas.

Denna tabell är användbar, när övre höjden och dennas brösthöjdsålder är kända, men ger mindre noggrannhet än tabell VI. Övre höjdens brösthöjdsålder bestämmes lämpligen som antalet årsringar i brösthöjd hos träd, vars höjd vid boniteringstillfället är lika med övre höjden.

Känner man i ett bestånd övre höjd och total ålder men ej $\mathring{A}_{1,3}$ användes lämpligen tabell VI b för tall och VI e för gran, då dessa får anses utgöra ett ungefärligt medeltal av de två övriga tall- resp. grantabellerna.

En höjdbonitering enligt detta förfarande medför dock risk för större fel än en höjdbonitering enligt tabell VII. Vid användning av tabell VI b och e tages nämligen ingen hänsyn till skiljaktigheter i höjdutveckling före uppnående av brösthöjd.

5.3. Tabellernas giltighetsområde

Giltighetsområdet för tabell VI och VII begränsas av det använda materialet och de under bearbetningen gjorda reservationerna. D. v. s. tabellerna är tillämpliga på likåldriga, homogena bestånd av tall eller gran i Norrland. Bestånden skall vara planteringar eller röjda sådder. Tidigt röjda självföryngringar ingår ej i materialet, men det är högst troligt, att tabellerna går att använda även för sådana bestånd. Bestånden får ej vara behandlade med huggningar, som påverkat övre höjden, d. v. s. som varit koncentrerade till det högsta kronskiktet.

Sammanfattningsvis innebär detta, att tabellerna är avsedda att gälla för vad man kallar »från början skötta bestånd».

Marker beväxta med bestånd tillhörande olika $\mathring{A}_{1,3}$-grupper eller olika trädslag kunna ej med ledning av h_{100}-värden erhållna ur tab. VI direkt jämföras med varandra i vad avser själva *markens* godhetsgrad.

5.4. Slutord om tabellernas tillförlitlighet

Tall

På grund av det använda materialets sammansättning måste tabell VI anses tillförlitligast i intervallet 15—50 år. I intervallet 50—130 år saknas material inom tabellens användningsområde, men genom jämförelser med andra materialgrupper har det gjorts troligt, att tabellen även i detta intervall återger riktiga höjdutvecklingar. I intervallet 0—15 år är tabellen, på grund av svårigheter att göra korrekta övre höjdbestämningar, mindre säker.

Gran

För grantabellen gäller att förhållandet mellan säkerheten i de tre intervallen är detsamma som för talltabellen, men på grund av bristen på material måste däremot grantabellen som helhet anses vara betydligt osäkrare än talltabellen. När provytor i skötta kulturbestånd av gran blir tillgängliga i större omfattning, är det angeläget att nya tabeller utarbetas. Till dess torde de här publicerade grantabellerna kunna användas, om tillbörlig hänsyn tages till att de är mindre tillförlitliga.

Kap. 6. Sammanfattning

Målet för denna undersökning har varit att framställa höjdutvecklingskurvor för övre höjden i kulturbestånd av gran och tall i Norrland.

I kap. 1 har bonitetsbegreppet diskuterats i anslutning till JONSONS och PETTERSONS skilda system för bonitering.

I kap. 2 beskrives undersökningens material. Detta utgöres av 68 provytor i kulturbestånd av tall och gran, varav 52 i Norrland och 16 i Mellansverige, 18 provytor i självföryngrade bestånd i Norrland samt 24 provytor i 10—12-åriga sådder och planteringar i Norrland.

I kap. 3, 4 och 5 redogöres för bearbetningen av materialet samt för kontrollen av de framräknade höjdutvecklingskurvorna.

Provytornas övre höjd vid olika tidpunkter har beräknats i enlighet med den av PETTERSON (1955) uppställda definitionen på övre höjden (bil. B 2). Varje enskild ytas höjdutveckling har utjämnats med minsta kvadratmetoden enligt funktionen $y = a \cdot e^{-b/x^n}$ (1) sedan först en särskild bestämning av exponenten n utförts. n-värdet har konstaterats ha ett visst samband (fig. 5) med beståndens ålder vid uppnående av brösthöjd ($\mathring{A}_{1,3}$). Sedan funktionens konstanter bestämts genom utjämningen har sambandet mellan b-konstanten och $\mathring{A}_{1,3}$ fastställts (fig. 6). Med användning av dessa samband ($\mathring{A}_{1,3}$ med n och b) har höjdutvecklingstabeller (tabell VI a—e) uträknats för olika h_{100}-boniteter och $\mathring{A}_{1,3}$-värden. För att nå bättre resultat har härvid funktionen $y = c \cdot x^d$ (8) använts för beräkning av de delar av höjdutvecklingen, som ligger under inflexionspunkten i funktion (1).

På grund av att det f. n. endast finns ett fåtal kulturbestånd i Norrland, som är äldre än 50—60 år — i materialet endast tre — har övre höjdvärdena vid högre åldrar i tabell VI måst kontrolleras. Detta har skett genom jämförelser med äldre mellansvenska kulturer och med provytor i naturliga föryngringar i Norrland, vars ålder uppgår till 100—150 år. Resultatet av dessa jämförelser har gjort troligt, att höjdutvecklingstabellerna för tall (VI a, b och c) är giltiga upp till 130 år. För gran har ej något lämpligt material funnits

tillgängligt för jämförelse, och då det i undersökningen ingående granmaterialet även är mycket litet, är höjdutvecklingstabellerna för gran betydligt osäkrare än de för tall. Ett visst stöd åt grankurvorna har dock erhållits genom jämförelse med bonitetskurvor uppgjorda av EIDE och LANGSÆTER (1941) för gran i östra Norge och av BRANTSEG (1951) för planterad gran i västra Norge.

För att tillfredsställa ett eventuellt behov av en enklare men mindre exakt tabell har, på grundval av tabell VI, utarbetats en ny tabell i vilken övre höjden anges över antalet årsringar i brösthöjd (tabell VII).

Anförd litteratur

BRANTSEG, A., 1951. Kubikk- og produksjonsundersökelser i vest-norske granplantninger. — Medd. fra Vestlandets forstl. Forsöksstation nr 28.

CRAMÉR, H., 1951. Sannolikhetskalkylen och några av dess användningar. 2 uppl. — Uppsala.

EIDE, E. och LANGSÆTER, A., 1941. Produksjonsundersökelser i granskog. — Medd. fra Det norske Skogfors. nr 26, Bd VII.

EKLUND, B., 1949. Skogsforskningsinstitutets årsringsmätningsmaskiner. Deras tillkomst, konstruktion och användning. — Medd. fr. Stat. skogsforskn.inst., Bd 38: 5.

HOLMGREN, A., 1911. Skogssådd med tallfrö i Norrland. — Årsskrift fr. Fören. f. skogsvård i Norrl.

JONSON, T., 1914. Om bonitering av skogsmark. — Sv. skogsvårdsfören. tidskr.

MÖLLER, C. M., 1933. Boniteringstabeller og Bonitetsvise Tillvækstoversigter for Bög, Eg og Rödgran i Danmark. — Dansk Skovforen. Tidskr.

NÄSLUND, M., 1936. Skogsförsöksanstaltens gallringsförsök i tallskog. Primärbearbetning. — Medd. fr. Stat. skogsförsöksanst. H. 29: 1.

PETRINI, S., 1948. Skogsuppskattning och skogsindelning. — Stockholm.

PETTERSON, H., 1924. Naturforskning och skogliga försök som underlag för beståndsvården. — Sv. skogsvårdsfören. tidskr.

— 1950. Om skogsvårdslagens tillämpning. — Medd. fr. Stat. skogsforskn.inst. Bd 39: 2.

— 1955. Barrskogens volymproduktion. — Medd. fr. Stat. skogsforskn.inst. Bd 45: 1 A.

SMITHERS, L. A., 1949. The Dwight cofrequency principle in diameter growth analysis. — Canada, Dep. of Mines and Resources, Silv. Research Note, No. 91. Ottawa.

TIRÉN, L., 1953. Om försök med sådd av tall- och granfrö i Norrland. — Medd. fr. Stat. skogsforskn.inst. Bd 41: 7.

— 1954. Jämförelser mellan olika såddmetoder. — Medd. fr. Stat. skogsforskn.inst. Bd 43: 9.

WIBECK, E., 1913. Om självsådd och skogskultur i öfre Norrland. — Sv. skogsvårdsfören. tidskr.

Summary

On the height growth in cultivated stands of pine and spruce in Northern Sweden

Introduction

The present investigation has been undertaken for the purpose of obtaining growth curves for the heights of dominant trees in cultivated stands of pine and spruce in Northern Sweden.

Chap. 1. Height growth and site class

The notion of site class has been discussed in connection with JONSONS and PETTERSONS different systems of site classification.

Chap. 2. The material

The material for the investigation consists of 68 sample plots on cultivated stands of pine and spruce, 52 of which are located in Northern Sweden and 16 in Central Sweden, 18 sample plots on natural reforestation stands in Northern Sweden and 24 sample plots on 10—12-year sown stands and plantations in Northern Sweden.

Chap. 3. Working up the material

The height growth of the dominant trees on the sample plots at different points of time was determined as the height that can be read off from a height curve plotted over the breastheight diameters at the upper limit of the stem distribution. The term, stem distribution, here refers to the distribution of the number of stems over the diameter classes at breast height. The height growth of the dominant trees on the sample plots is indicated in Tables III and IV.

The height growth on each separate sample plot has been adjusted by the method of least squares in accordance with the function

$$y = a \cdot e^{-b/x^n} \qquad (1)$$

where y = the height of dominant trees, x = the age and a, b and n are constants. Prior to the adjustment the exponent n has been determined separately (function (5)).

The function has been employed for adjusting the height growth up to 50—60 years. In order to check whether the values for the constants thus obtained can be employed for extrapolation of the height growth exceeding 50—60 years, the older Central Swedish cultivated stands have been adjusted with the help of the same function. The adjustment has been undertaken here for each plot, both for the height growth under 50 years and for the whole of the known height growth. The sample plot values for the height growth of the dominant trees and terminal shoot lengths at 100 years have then been calculated on the basis of the constants, obtained from the two adjustments, and set out in Table 2. A comparison in Table 2 shows that an extrapolation to 100 years in accordance with function (1) of a height growth known at 50 years for a normal stand can be undertaken with an error in the height growth of the dominant trees which does not, as a rule, exceed 1 metre.

A relation has been found between the age of the sample plots at breast height on the one hand (designated $\mathring{A}_{1,3}$ and determined as the mean age on attaining 1.3 m of three trees, the height of which was equal to the height of the dominant trees in the stand on the occasion of the assessment), and the n- and b-values on the other hand (functions (5) and (7)).

The n- and b-values have been determined for different $\mathring{A}_{1,3}$-values, three for pine and three for spruce, whereupon height growth curves with these values have been plotted with different h_{100}-values (h_{100} = height of dominant trees at 100

years). These height growths are shown in Table VI. In the calculations for the table the values that lie below the point of inflexion (x_i) in function (1) have been calculated in accordance with the function

$$y = c \cdot x^d \tag{8}$$

where y = height of dominant trees, x = age and c and d are constants. Function (8) actually reproduces the height growth at lower ages more satisfactorily than function (1). The constants c and d have been determined in such a way that function (8) passes through the point of inflexion in function (1) and has the same derivative there.

Chap. 4. Checks and comparisons

In order to investigate the ages for which Table VI may be considered to be valid, a comparison has been made with natural reforestation stands 100—150 years old in Northern Sweden. The terminal shoot lengths at 100 and 130 years on these stands have been compared with the terminal shoot lengths according to function (1) (Table 3 and Fig. 9). The comparison shows that the height growth curves for pine should be applicable up to 130 years. No comparative material is available for the spruce curves, on which account the latter are less reliable.

A comparison is shown in Figs 10, 11 and 12 between the height growth curves presented here and the height growth curves prepared by PETTERSON (1955), EIDE and LANGSÆTER (1941) and BRANTSEG (1951).

Chap. 5. Discussion of the tables

For the height classification of a stand according to table VI it is necessary to possess a knowledge of the stand's age and the height of the dominant trees and also the age of trees on attaining 1.3 m, the height of which was equal to the height of the dominant trees on the occasion of the classification. In order to meet a possible requirement for a simpler but somewhat less accurate table, Table VII has been compiled. In the latter entries are only made according to the stand's number of annual rings at breast height and the height of dominant trees.

Tables VI and VII are applicable to homogeneous stands of similar age consisting of pine or spruce in Northern Sweden. The stands should be plantations or cleared sown stands. The tables are also presumably applicable to naturally reforested stands cleared at an early period. The height of dominant trees on the stand must not have been influenced by cutting which has been concentrated to the upper crown layer.

Owing to the form of the material employed, the tables are most reliable for the interval 15—50 years. The spruce tables are less reliable over all age intervals than the tables for pine.

TEXTBILAGOR

Bilaga B 1. Observationer på provytorna

B 1.1. Material A

Samtliga träd på provytorna har klavats i brösthöjd. Två mot varandra vinkelräta mått har tagits. Mätningen har skett i millimeter med avrundning till närmaste streck. Bland de inklavade träden har genom kvoträkning uttagits 30—40 stycken representativa provträd (R-träd). För att säkerställa ett tillräckligt material i de högre diameterklasserna har dessutom de tio grövsta träden på provytan uttagits till provträd (G-träd). Vid provträdsuttagningen har torra, liggande, lutande, snöböjda träd och träd med missbildningar i brösthöjd uteslutits.

Samtliga provträd, utom de som varit utsatta för stambrott eller haft genom överskärmning starkt deformerad topp, har höjdmätts. På vartannat R-träd och samtliga G-träd (utom de i föregående mening nämnda) har höjden vid 5—6 tidigare tillfällen mätts. Dessa tillfällen har bestämts särskilt för varje yta och därvid fördelats ungefär jämnt mellan brösthöjd och uppskattningstillfällets höjd. Mätningen har tillgått så, att från toppen avräknats det bestämda antalet toppskott till första mätpunkten och höjden dit uppmätts, varefter toppskottsräkningen fortsatt till nästa mätpunkt o. s. v. Räkningen har fullföljts ned till brösthöjd, där kontroll på att den utförts riktigt erhållits genom jämförelse med antalet årsringar på borrspån.

Vid höjdmätningar under vegetationsperioden har det ofullständigt utbildade toppskottet ej medräknats.

På de ytor, som utlades under 1955, uttogs ett något mindre antal R-träd, varför höjdmätningarna vid tidigare tillfällen på dessa ytor utfördes på samtliga provträd.

Alla höjder har mätts i hela dm.

Krongräns och barktjocklek har mätts på samtliga provträd.

För bestämning av diametrarna vid de tidigare tillfällena har såväl R- som G-träd borrats i brösthöjd och borrspånen tillvaratagits för mätning i skogsforskningsinstitutets årsringsmätningsmaskiner.

Det vid kulturen använda förbandet har uppmätts.

För varje yta har antecknats höjd över havet, topografi, marklutning, vindexposition, slutenhetsgrad, skiktning, arealprocent luckor och vegetationstyp.

B 1.2. Material B

Av de uppgifter, som finns för dessa ytor, har här endast använts höjdmätningar av högsta plantan per såddgrop vid 5- och 10-årsrevisionerna. Dessa mätningar är utförda i hela cm.

B 1.3. Material C

Dessa ytor har inklavats enligt samma förfarande som material A. 20 R-träd och 5 G-träd har uttagits. På dessa har mätts höjd, bark och krongräns. Borrspån har tagits i brösthöjd och på 3,5 m över mark. I fält har uppgjorts en höjdkurva över diametrarna. Med ledning av denna höjdkurva har tre träd, vars medelhöjd kan antagas vara lika med övre höjden, uttagits. Övre höjden har därvid ansetts ligga på höjdkurvan vid den grövsta registrerade diametern. Dessa tre träd har fällts och toppskotten har mätts uppifrån och nedåt så långt detta varit möjligt. På den resterande delen av stammen har borrspån tagits med ungefär 2 meters mellanrum och borrningsställets höjd över marken registrerats.

Ståndortsbeskrivning (höjd över havet etc.) har utförts som för material A.

B 1.4. Material D

På dessa ytor har bl. a. det antal grövsta träd (ca 20 stycken), som på varje yta motsvarar de 100 grövsta träden per hektar, fällts. Noggranna toppskottsmätningar har utförts på dessa, och varje träds höjdutveckling har upplagts grafiskt. I denna undersökning har endast dessa grafiska uppläggningar utnyttjats.

Bilaga B 2. Beräkning av övre höjden. Material A

B 2.1. Bearbetningens ändamål

Att för varje provyta bestämma övre höjden dels vid uppskattningstillfället, dels vid ett antal tidigare tillfällen.

B 2.2. Definitioner

Ett bestånds övre höjd definieras av PETTERSON som den höjd, som på höjdkurvan kan avläsas vid stamfördelningens övre gräns.

Med höjdkurvan avses höjdkurvan upplagd över brösthöjdsdiametrarna och med stamfördelning stamantalets fördelning på diameterklasser vid brösthöjd.

B 2.3. De övre höjd-bestämmande faktorerna och möjligheterna att erhålla dessa ur materialet

En korrekt övre höjd-bestämning fordrar enligt ovanstående definition att höjdkurva och stamfördelning är kända.

För upprättande av höjdkurva behövs värden på brösthöjdsdiameter och höjd på provträden.

För stamfördelning behövs värden på brösthöjdsdiameter på provytans samtliga träd.

För uppskattningstillfället är dessa värden kända genom observationerna på provytorna. Som nämnts har vid höjdmätningar utförda under vegetationsperioden (före den 15/8) årets toppskott ej medtagits. I överensstämmelse härmed har brösthöjdsdiametrarna minskats med den under utbildning varande årsringen, vars storlek erhållits från borrspånsmätningarna.

För tidigare tillfällen är provträdens höjder kända genom toppskottsräkningarna. (I vissa fall endast på ett reducerat antal provträd, se sid. 40.)

Provträdens diametrar vid dessa tillfällen har erhållits genom avräkning av erforderligt antal årsringar och mätning av borrspånen i skogsforskningsinstitutets borrspånsmätningsmaskiner (beskrivna av EKLUND 1949). På grund av förändring av mätningstekniken under arbetets gång har för de tidigast mätta ytorna diametern beräknats på bark, medan den för senare mätta ytor beräknats under bark.

Diametrarna på provytans samtliga träd vid tidigare tillfällen går ej att erhålla, då endast provträden är borrade. De tidigare stamfördelningarna har därför fått rekonstrueras enligt ett särskilt, längre fram beskrivet, förfarande.

B 2.4. Höjdkurvan över brösthöjdsdiametrarna

För varje provyta och tillfälle har värdena på provträdens höjder utjämnats över brösthöjdsdiametrarna enligt minsta kvadratmetoden. För tall har vid utjämningen använts funktionen:

$$y - 1{,}3 = \frac{x^2}{(a + bx)^2}$$

och för gran funktionen:

$$y - 1{,}3 = \frac{x^3}{(a + bx)^3}$$

där y och x är medeltalen av provträdens höjder resp. diametrar i diameterklasser med 2-cm klassvidd. a och b är konstanter som bestämmes vid utjämningen.

Tallfunktionen har av NÄSLUND (1936) befunnits vara den för detta ändamål mest lämpliga. Granfunktionen har använts sedan början av 1940-talet för beräkning av höjdkurvor på skogsforskningsinstitutets fasta försöksytor och provytor för produktionsundersökningar och har därvid visat sig lätt anpassbar till granmaterial.

För att undersöka säkerheten vid höjdkurveberäkning med det tidigare omnämnda reducerade antalet provträd har en särskild utredning gjorts. På 11 ytor har för uppskattningstillfället övre höjden beräknats dels med användning av en höjdkurva beräknad på samtliga provträd, dels med en beräk-

nad på vartannat R-träd och samtliga G-träd. Differensen mellan övre höjden enligt samtliga provträd och enligt det reducerade antalet har bestämts för varje yta. Medeltalet av differenserna blir + 6,3 cm med en medelavvikelse på 10,8 cm. Ett *t*-test visar inga signifikanta skillnader mellan de två beräkningsmetoderna. Metoden med det reducerade antalet provträd har därför kunnat accepteras för de fortsatta räkningarna. För detta talar även en kontroll, som utfördes vid förarbetena till denna undersökning. Det visade sig därvid, att de lägre diameterklasserna kunde uteslutas vid höjdkurveberäkningen utan att höjdkurvans läge i de högre klasserna ändrades. Och genom medtagandet av de 10 G-träden är ju i vårt fall provträden i de högsta klasserna desamma vid de två metoderna.

Som förut nämnts gjordes höjdkurveberäkningen i 2-cm-diameterklasser. Under arbetets gång visade det sig emellertid, att på ytor där antalet 2-cm-klasser vid tidigare tillfällen var litet, kunde onormala höjdkurvor erhållas. På grund härav har samtliga höjdkurvor för tillfällen med mindre än 4 stycken 2-cm-klasser omräknats i 1-cm-klasser, och de värden som härvid erhållits har använts.

B 2.5. Stamfördelningen

PETTERSON (1955) har visat, att stamfördelningar i olika beståndstyper överensstämma med normalfördelningar eller stympade normalfördelningar. D. v. s. de kunna avbildas med den normala frekvensfunktionen (i fortsättningen kallad normalkurvan). Dessa kurvor har dessutom den önskvärda egenskapen, att deras högra flygel, d. v. s. stamfördelningens övre gräns, ej påverkas av våra vanligaste gallringsformer låggallring och genomgallring (se fig. B 1).

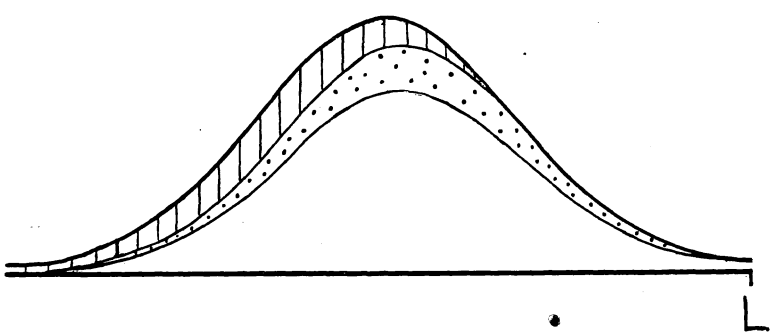

Fig. B 1. En normal stamfördelnings ändring genom gallring. Den streckade ytan visar hur en låggallring och den prickade hur en genomgallring påverkar fördelningen (efter PETTERSON).

Change in a normal stem distribution due to thinning. The surface marked in broken lines shows how the distribution is affected by thinning from below, while the dotted lines indicate the effect of general thinning (according to PETTERSON).

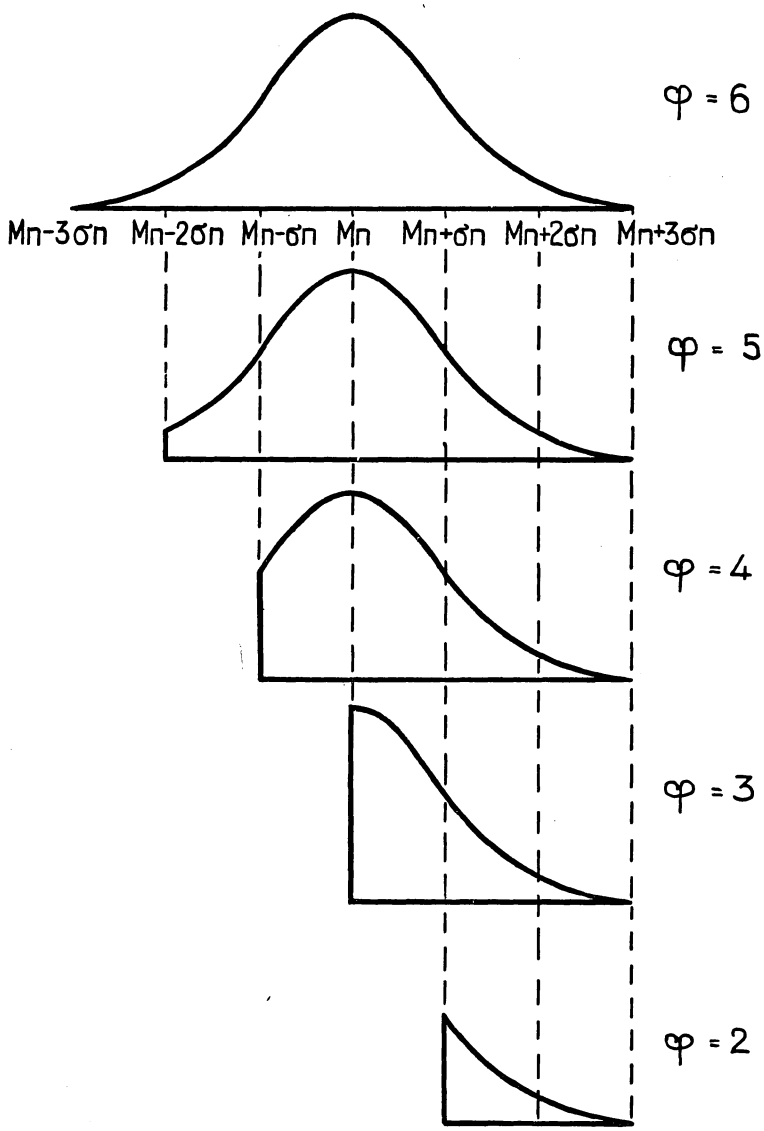

Fig. B 2. Överst en normalfördelning, därunder samma normalfördelning vid olika stympningsgrader. För förklaring av beteckningarna se sid. 46.
Above, a normal distribution; below, the same normal distribution with varying degrees of truncation. For an explanation of the notation see text, page 46.

Med en stympad normalfördelning menas i detta sammanhang en normalfördelning där en del av *vänstra* flygeln skurits bort (se fig. B 2).

Den normala stamfördelningen förekommer i naturen i glest uppkomna bestånd, t. ex. planteringar med stort förband. Den hårt stympade stamför-

delningen återfinner man i mycket täta bestånd, t. ex. orörda sådder. Exempel på stamfördelningar av olika typ återfinnas i fig. B 3 och B 4.

Beräkningen av stamfördelningens övre gräns har gjorts i enlighet med de av PETTERSON i »Barrskogens volymproduktion» framlagda metoderna. Redogörelsen här kan därför göras kortfattad. För närmare förklaringar och bevis hänvisas till PETTERSONS arbete.

I anslutning till ofta tillämpad praxis har de delar av normalkurvan, som ligger utanför medeldiametern (*Mn*) ökad resp. minskad med 3 gånger medel-

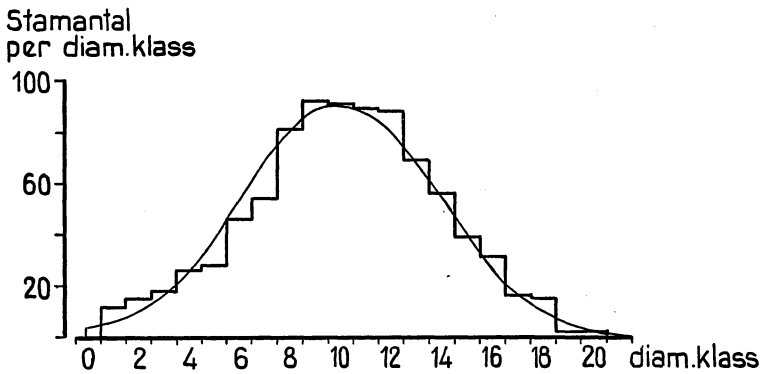

Fig. B 3. Exempel på ostympad normalfördelning ($\varphi = 5,5$). Yta 412 II, plantering i 2 m förband, 37 år.
Example of an untruncated normal distribution ($\varphi = 5.5$). Plot 412 II, planted with a 2 m spacing, 37 years.

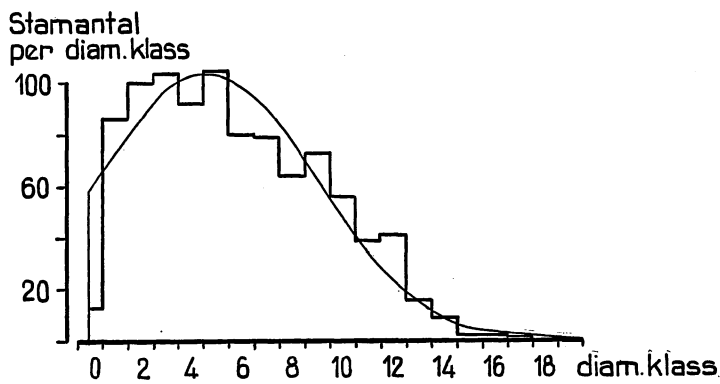

Fig. B 4. Exempel på stympad normalfördelning ($\varphi = 4,1$). Yta 457, rutsådd, 30 år.
Example of a truncated normal distribution ($\varphi = 4.1$), Plot 457, patch-sown, 30 years.

avvikelsen (σn) avskurits. Stamantalsfrekvensen i dessa delar är mycket låg (3 ‰). Härigenom har en klar definition på stamfördelningens övre gräns (L) erhållits. Denna är alltså $L = Mn + 3\,\sigma n$.

I en stympad normalfördelning är då L lika med $Mn + 3\,\sigma n$ i den normalfördelning ur vilken den stympade fördelningen uppstått genom borttagande från vänster av ett antal diameterklasser. Stympningsgraden karakteriseras genom φ-värdet, som kan variera från 0 till 6. Sambandet mellan φ och σn framgår av fig. B 2. φ är ett relativmått, som talar om hur många σn-enheter en stamfördelning omfattar. En fördelning med $\varphi = 6$ omfattar 6 st. σn-enheter, d. v. s. området mellan $Mn - 3\,\sigma n$ och $Mn + 3\,\sigma n$, och är således en ostympad normalfördelning. Om $\varphi = 4$ sträcker sig fördelningen från $Mn - \sigma n$ till $Mn + 3\,\sigma n$, vilket utgör 4 σn-enheter. Det absoluta avståndet mellan stympningsgränsen och L-gränsen i en stamfördelning är alltså $\varphi \cdot \sigma n$. Om stympningsgränsen ligger på det absoluta avståndet α från diameterskalans nollpunkt erhålles:

$$L = \alpha + \varphi \cdot \sigma n$$

Medan i en normalfördelning L kan erhållas direkt ur medeldiametern och medelavvikelsen, fordras det alltså i en stympad normalfördelning, att man känner faktorerna α och φ samt σn i den ostympade fördelningen.

Enligt PETTERSONS definitioner är:

Aritmetiska medeldiametern i en stympad normalfördelning $= Ms$

Medelavvikelsen kring denna $= \sigma s$

Relativa medeldiametern, mätt från stympningsgränsen α, $= M' = \dfrac{Ms - \alpha}{\sigma n}$

Relativa medelavvikelsen $= \sigma' = \dfrac{\sigma s}{\sigma n}$

Då är $\dfrac{Ms - \alpha}{\sigma s} = \dfrac{M'}{\sigma'}$.

M' och σ' är bundna till φ. Med hjälp av existerande normaltabeller (PEARSON 1924, CRAMÉR 1949) har PETTERSON upprättat en hjälptabell (tab. H 5), som för varje angivet φ upptar värden på M', σ' och M'/σ'. Går man in i denna tabell på den, med hjälp av de kända storheterna Ms, σs och α, beräknade kvoten M'/σ', erhåller man alltså φ och σ' och därefter $\sigma n = \dfrac{\sigma s}{\sigma'}$ och slutligen $L = \alpha + \varphi \cdot \sigma n$.

För att underlätta arbetet och medge större noggrannhet har på grundval av tab. H 5 uppgjorts en ny tabell med ingång efter kvoten M'/σ'. Tabellen, varav en del har beräknats med invers interpolation och andragradsinterpolation (efter anvisning av fil. lic. BERTIL MATÉRN) och en del med grafisk interpolation, medger avläsning av φ och σ' med 3 riktiga siffror.

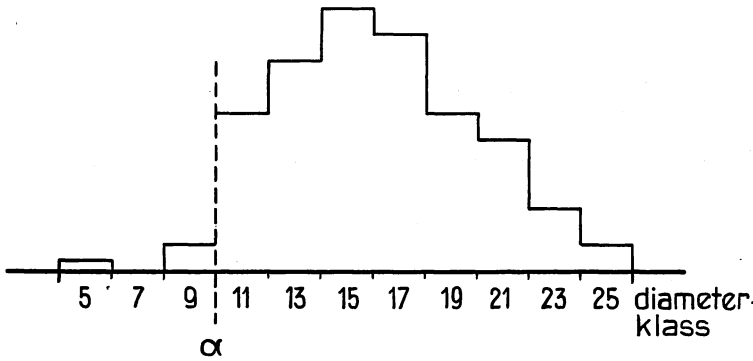

Fig. B 5. Exempel på stympning av stamfördelning. Se nedan.
Example of the truncation of a stem distribution. See below.

Bestämning av L-diametern vid uppskattningstillfället

Vid tillämpning av ovan beskrivna förfarande för bestämning av L måste nedre stympningsgränsen α bestämmas. Denna kan ej alltid sättas lika med klassbotten i lägsta diameterklassen. Om nämligen stamfördelningen ser ut som den i fig. B 5 återgivna, är det nödvändigt, att för en korrekt L-beräkning lägga stympningsgränsen mellan 9- och 11-cm-klasserna. D. v. s. stamfördelningen måste stympas så, att den återstående delen utgör en del av en normalfördelning. Ms och σs beräknas därefter på den del som ligger till höger om α.

I en stamfördelning, som följer normalkurvan eller den stympade normalkurvan skall stamantalet i de olika diameterklasserna utgöra vissa bestämda andelar av totala stamantalet. Detta förhållande har använts för att kontrollera, att stympningen av våra stamfördelningar utförts riktigt. Stamantalsfrekvensen ovanför vissa gränser ($Mn + \sigma n$, $Mn + 2\,\sigma n$, $Mn + 2{,}5\,\sigma n$) har jämförts med motsvarande frekvenser hämtade ur normalfördelningstabeller (CRAMÉR 1951). Om överensstämmelsen varit dålig har stympningsgränsen flyttats uppåt eller nedåt tills bättre överensstämmelse erhållits.

Sedan L-diametern bestämts enligt ovanstående, insättes den i höjdkurvans ekvation, och övre höjden erhålles.

Detta har utförts för uppskattningstillfället på samtliga provytor.

Bestämning av L-diametern vid tidigare tillfällen

För tidigare tillfällen saknas uppgift om diametrarna på provytans samtliga träd; endast provträdens diametrar finnas. Stamfördelningen måste därför rekonstrueras med hjälp av dessa. Att låta provträdens stamfördelning direkt representera provytans är emellertid ett alltför osäkert tillvägagångssätt. Efter prövning av flera metoder, som strandade framför allt på svårigheten att

bestämma α och de nuvarande diameterklassernas klassvidder vid det tidigare tillfället, konstaterades, att en metod, som ursprungligen utarbetats av T. W. DWIGHT men publicerats av L. A. SMITHERS (1949), var mycket användbar både ur tillförlitlighets- och arbetssynpunkt. Metoden anvisades av fil. lic. B. MATÉRN, som även hjälpt till att anpassa den till det här föreliggande problemet. Metoden har också diskuterats, men ej använts, av PETTERSON (1955).

De representativa provträdens diametrar ordnas i storleksordning dels vid uppskattningstillfället, dels vid det tidigare tillfället. På ett diagram med diametern vid uppskattningstillfället efter x-axeln och diametern vid det tidigare tillfället efter y-axeln inlägges punkter var och en representerande diametrar med samma ordningsnummer vid de två tillfällena. Om stamfördelningarna vid dessa tillfällen har samma form kommer punkterna att falla efter en rät linje (Dwights »Cofrequency line»). Att linjen verkligen är rät och stamfördelningarna således har samma form har konstaterats genom grafisk uppläggning av diametrarna vid två olika tillfällen på 5 stycken av institutets fasta försöksytor samt på 25 stycken av de i materialet ingående provytorna. Ekvationen för denna linje är enligt MATÉRN:

$$y - Ms\mathrm{II} = \frac{\sigma s\mathrm{II}}{\sigma s\mathrm{I}} (x - Ms\mathrm{I})$$

där MsI och σsI är de representativa provträdens aritmetiska medeldiameter resp. medelavvikelsen kring denna vid uppskattningstillfället och MsII och σsII motsvarande storheter vid det tidigare tillfället.

Linjen har den egenskapen, att den för en viss position i stamfördelningen vid det ena tillfället ger motsvarande position vid det andra. Den går t. ex., genom punkterna ($x = Ms\mathrm{I}$; $y = Ms\mathrm{II}$), ($x = Ms\mathrm{I} + \sigma s\mathrm{I}$; $y = Ms\mathrm{II} + \sigma s\mathrm{II}$) och ($x = L$ I; $y = L$ II).

Vi kan alltså genom insättning av $x = L$ I i ekvationen erhålla L-värdet vid det tidigare tillfället som:

$$L\,\mathrm{II} = Ms\mathrm{II} + \sigma s\mathrm{II}\,\frac{L\,\mathrm{I} - Ms\,\mathrm{I}}{\sigma s\mathrm{I}}$$

LI är beräknat enligt nyss beskrivet förfarande. MsI och σsI beräknas för de representativa provträdens diametrar, liksom MsII och σsII. (MsI och σsI kan ej beräknas för samtliga träd, ty det är nödvändigt, att beräkningarna göras för samma träd vid båda tillfällena.)

Att denna metod för bestämning av stamfördelningens övre gräns vid tidigare tillfällen är tillförlitlig, har prövats genom att den använts på fem fasta försöksytor. På dessa har de »rätta» L-diametrarna vid det tidigare tillfället beräknats med ledning av ytornas samtliga träd. Därefter har L-diametrarna enligt ovanstående metod bestämts för varje yta på 20 stickprov om 20 provträd vardera (objektivt uttagna bland de vid senaste revisionen

kvarstående träden), således sammanlagt 100 bestämningar. Vid jämförelse mellan dessa *L*-värden och de »rätta» konstaterades att inga systematiska skillnader förelåg samt att avvikelserna var förvånansvärt små med hänsyn till det ringa provträdsantalet, 20 stycken. Antalet 20 har valts på grund av att det är det i materialet lägsta förekommande. På de fem kontrollytorna fanns åldersskillnader mellan de två tillfällena på upp till 50 år och såväl starka som svaga gallringar representerade.

De för de tidigare tillfällena beräknade *L*-värdena har insatts i resp. höjdkurvas ekvation, och övre höjden har erhållits. I de fall då höjdkurvan beräknats under bark har även *L*-värdet beräknats under bark, varvid samma övre höjd erhålles som om båda beräkningarna gjorts på bark. De beräknade värdena på ytornas övre höjd vid olika tidpunkter har sammanställts i tabell III.

B 2.6. Jämförelse med den av PETTERSON (1955) använda metoden för bestämning av provytornas övre höjd-utveckling

I denna undersökning har övre höjden vid varje tillfälle bestämts enligt definitionen. Detta har möjliggjorts genom borrning och toppskottsmätning på provträden. På de provytor, som PETTERSON använt för sina höjdutvecklingsberäkningar, hade inga toppskottsmätningar utförts, och övre höjden vid tidigare tillfällen kunde därför ej beräknas enligt definitionen. I stället utvaldes det högsta av fem på varje yta fällda provträd som representant för övre höjdens utveckling. Bland de fem träden ingick representanter för hela ytan och för de fem grövsta träden på ytan. PETTERSON säger: »Principiellt eftersträvades medelhöjden vid stamfördelningens övre gräns. Vid provträdsvalet fanns en viss utsikt att komma nära den praktiska övre gränsen (det grövsta trädet) men däremot nåddes i regel ej den teoretiska övre gränsen, som vanligen ligger högre. Valet av det högsta provträdet kan ses som en kompensation härför.»

Med denna metod kunde man således ej vara säker på att träffa beståndets verkliga övre höjd. Detta spelar emellertid mindre roll, då det är övre höjdens utveckling man vill framställa, ej det absoluta måttet på varje provytas övre höjd. Då uppställer sig frågan om övre höjdens tillväxtförlopp kan tänkas avvika från enskilda träds. För att pröva detta har på 18 stycken av de i denna undersökning ingående ytorna utvalts tre provträd, vars medelhöjd vid uppskattningstillfället var lika med övre höjden. Medelhöjden för 5, 10, 15 och 20 år sedan av dessa träd har uträknats på varje yta och uttryckts i procent av övre höjden. Medeltalen av de 18 ytornas procentsiffror framgår av nedanstående uppställning.

Antal år sedan.....	0	5	10	15	20
Tre träds höjd i % av övre höjd.	100,0	99,8	99,5	98,2	98,9

Det kan ej visas att de tre träden vid tidigare tillfällen är signifikativt lägre än övre höjden, men siffrorna antyder, att det enskilda trädets höjdtillväxtförlopp kan tänkas systematiskt avvika något från övre höjdens. Detta gör att den metod, som här använts för bestämning av övre höjdens utvecklingsförlopp på provytorna, får anses vara något säkrare än den, som PETTERSON, på grund av sitt materials beskaffenhet, blivit tvungen att använda.

En annan skiljaktighet mellan undersökningarna är, att PETTERSON förutom ålder och höjd vid uppskattningstillfället endast använt sig av två tidigare tillfällen, nämligen då övre höjds-trädet nådde 70 och 30 % av nuvarande höjd, medan i denna undersökning endast 11 av de 52 ytorna omfattar mindre än fem tidigare tillfällen, varav ingen mindre än tre.

Bilaga B 3. Beräkning av övre höjden. Material C

Övre höjden vid uppskattningstillfället har bestämts på samma sätt som för material A (se bilaga B 2).

Övre höjden vid tidigare tillfällen har bestämts med hjälp av tre stycken fällda provträds höjdutveckling. För att undvika den felmöjlighet, som ligger i att ett enskilt träd kan tänkas ha ett annat höjdutvecklingsförlopp än övre höjden (se B 2.6.), har emellertid den korrekta övre höjden beräknats för ett tidigare tillfälle, och de tre fällda trädens höjdutveckling korrigerats så, att den sammanfallit med övre höjden vid detta tillfälle och vid uppskattningstillfället.

Med användning av borrspånen från brösthöjd och 3,5 m har provträdens höjder vid en gemensam ålder mellan dessa borrställen beräknats. Denna beräkning har utförts som grafisk rätlinjig interpolation mellan åldrarna vid 1,3 och 3,5 m. Diametrarna vid denna ålder har erhållits genom borrspånsmätningen, och övre höjden har så kunnat beräknas på samma sätt som beskrivits i B 2.4. och B 2.5.

Differenserna mellan de tre trädens medelhöjd och övre höjden vid de två tillfällena har uträknats, och medelhöjden vid jämna 5- och 10-tal år har justerats med hänsyn till dessa differenser. Härvid har förutsatts att differenserna mellan de två kända värdena är jämnt avtagande eller stigande. Förfaringssättet åskådliggöres bäst med ett exempel:

Yta 726		
Ålder	11 år	82 år
Övre höjd	3,4 m	19,8 m
Tre träds höjd	2,5 m	19,4 m
Differens	+ 0,9 m	+ 0,4 m

om x = ålder och y = differens så är

$$y - 0{,}4 = \frac{0{,}4 - 0{,}9}{82 - 11}(x - 82)$$

$$y = -0{,}00704\,x + 0{,}977$$

Övre höjden vid t. ex. 50 år är då lika med tre träds medelhöjd vid 50 år ökad med differensen y enligt ekvationen med $x = 50$.

Att detta förfaringssätt är användbart med erforderlig noggrannhet, har prövats genom räkningar på ytor med korrekt beräknad övre höjd.

De så beräknade värdena på ytornas övre höjd vid olika tidpunkter har sammanställts i tabell IV.

Bilaga B 4. Beräkning av övre höjden. Material B

Då observationerna på de i detta material ingående provytorna ej omfattar mätningar av brösthöjdsdiametern — på flertalet ytor har medelhöjden ännu ej nått brösthöjd — har ej en definitionsmässigt korrekt övre höjd-beräkning (se bil. B 2) kunnat utföras. De enda tillgängliga uppgifter på vilka övre höjd-beräkningar kan grundas, är för de 20 såddytorna höjderna på högsta plantan per såddruta och för de 4 planteringarna höjderna på samtliga plantor.

Svårigheterna att göra en riktig bestämning av övre höjden utan tillgång till diameterfördelningen har visat sig vara mycket stora. På tillgängligt material (material A jämte 5 stycken omkring 20 år gamla, tidigt röjda självföryngringar) har försök gjorts att finna något samband mellan den korrekt beräknade övre höjden och faktorer, som kan bestämmas utan kännedom om diametrarna. Därvid har speciellt eftersträvats ett samband användbart för bestämning av övre höjden i bestånd, som ej nått brösthöjd.

Någon allmängiltig beräkningsmetod har ej kunnat framställas. För det här aktuella materialet (material B) verkar det emellertid, som om övre höjden skulle kunna någorlunda tillfredsställande beräknas som medelhöjden ökad med två gånger spridningen kring densamma.

Det måste emellertid starkt betonas, att denna metod absolut ej är användbar för högre höjder än de här aktuella, och att den med yttersta försiktighet måste användas även för bestånd under brösthöjd. Det är nämligen högst troligt, att andra storlekar på spridningen kring medelhöjden, än de som förekommer i material B, kan förorsaka stora felaktigheter. Att metoden gått att använda här beror på att material B får betraktas som ett mycket homogent material.

För såddytorna har övre höjden bestämts vid 5 och 10 år, för planteringarna vid 7 och 12 år.

Även om övre höjden skulle ha blivit över- eller underskattad, bör relationen mellan övre höjderna vid de två åldrarna bli ganska riktig med det använda förfaringssättet. Och detta är, med hänsyn till det sätt på vilket dessa uppgifter använts i bearbetningen, av stor vikt.

TABELLER

Tabell I. Material A. Provytornas

Material A. Location and

Provyta nr Sample plot No.	Belägenhet Location		Höjd över havet m Height above the sea level, m	Beståndets anläggning Establishment of the stand	
	Län Province	Socken Parish		Kulturmetod Method of cultivation	För-band m Spacing m
a. Tall. Pine.					
391:I	Västerbottens	Lycksele	270	Plant. öppna gropar	1,5
391:II	»	»	270	»	2,0
391:III	»	»	270	»	2,5
425 B	»	»	355	»	1,4
456	Västernorrlands	Björna	230	Bränt, knivplant.	1,7
472	Jämtlands	Revsund	310	Plantering	1,7
473	Gävleborgs	Färila	200	Spettplant.	1,3
487	»	Rätan	500	Plantering	1,5
489	Jämtlands	Frösö	300	»	1,8
705	»	Fors	200	Spettplant.	1,9
707	»	»	170	Plant. öppna gropar	2,0
708	»	»	175	Plantering	1,5
710	»	»	250	»	1,9
711	»	»	375	»	2,0
734	Gävleborgs	Färila	270	Spettplant.	1,6
33 (36—38)	Jämtlands	Frösö	315	Rutsådd	—
33 (14)	»	»	315	»	1,2
405 A	Västernorrlands	Björna	230	»	1,5
427	Västerbottens	Degerfors	—	Sådd	—
451	Jämtlands	Ås	315	Rutsådd	1,5
453	»	Frösö	300	Sådd	1,8
454	Västernorrlands	Björna	220	Bränt, sådd	—
455	»	»	245	Sådd	1,5
459	Västerbottens	Bygdeå	55	»	—
460	»	»	72	Rutsådd	1,5
485	Gävleborgs	Los	460	Bränt, sådd	1,5
486	»	»	370	Sådd	1,8
488	Jämtlands	Rätan	460	»	1,5
495	Gävleborgs	Kårböle	370	»	1,7
496	Kopparbergs	Järna	340	Bränt, sådd	1,5
701	Gävleborgs	Färila	425	Sådd	1,7
717	Jämtlands	Fors	360	Rutsådd	1,5
718	»	»	360	»	1,5
719	»	»	194	»	1,5
725	Kopparbergs	Rättvik	263	»	—
732	Gävleborgs	Färila	360	Sådd	1,7
733	»	Ovanåker	386	Bränt, sådd	1,4
739	Västernorrlands	Ljustorp	237	Sådd	—
746	»	Liden	355	Bränt, rutsådd	1,4
762	Jämtlands	Fors	174	Sådd	1,4
767	»	Offerdal	430	Rutsådd	1,4
781	Örebro	Ljusnarsberg	270	»	1,4
782	»	»	270	»	1,3
805	Västerbottens	Lycksele	290	Sådd	—
806	»	»	250	Bränt, rutsådd	1,8
812	Gävleborgs	Ockelbo	188	Sådd	—
815	»	Arbrå	180	»	1,2
b. Gran. Spruce.					
412:I	Jämtlands	Frösö	310	Plant. öppna gropar	3,0
412:II	»	»	310	»	2,0
412:III	»	»	310	»	1,5
706	»	Fors	170	»	2,0
761	»	»	186	Plantering	1,5

belägenhet och egenskaper.
properties of the sample plots.

Ålder vid första ingrepp år Age at first cutting, years	Beståndet vid uppskattningen The stand at the time of assessment						
	Ålder år Age years	Övre höjd m Height of dominant trees m	Stamantal per ha Number of trees per hectare		Grundyta p.b. m²/ha Basal area, of the bark sq.m./hectare	Kubikmassa p.b. m³/ha Cubic volume of the bark cu.m./hectare	Medeldiameter p.b., brh. (aritmetisk) cm Average diameter of the bark, breast-height (arithmetical)
			>4,5 cm	<4,5 cm			
26	39	12,6	3 239	273	28,23	161,2	9,76
26	39	13,3	1 924	93	23,33	131,1	11,54
26	39	13,4	1 341	16	19,25	110,7	12,96
orörd	28	10,2	4 755	1 943	30,15	133,2	8,04
»	40	12,1	2 381	595	17,98	89,9	10,34
38	41	14,1	2 759	2 749	30,79	185,5	12,95
27	33	13,4	2 756	82	25,05	147,3	10,25
orörd	33	10,3	3 057	446	32,12	152,1	10,87
»	41	14,2	2 418	636	36,51	228,7	13,71
44	45	15,0	1 605	274	20,97	137,1	12,29
46	49	19,0	1 985	771	34,44	255,6	16,85
orörd	45	15,2	3 452	—	40,59	267,5	12,02
»	46	16,3	2 080	1 933	30,73	200,6	14,38
»	46	15,2	1 982	773	33,73	222,7	15,54
»	33	12,6	3 249	3 587	29,37	158,5	10,32
17	50	15,7	3 686	239	40,28	260,0	11,21
orörd	50	13,9	7 290	4 715	44,41	259,6	6,24
28	39	12,2	3 011	1 915	21,27	108,5	7,36
40	45	14,9	5 298	5 135	33,57	180,3	13,91
33	38	13,1	2 200	400	23,17	135,1	12,04
orörd	35	12,6	3 368	2 549	33,85	185,9	10,47
38	45	16,8	1 913	144	27,12	180,9	14,96
42	49	16,2	2 096	88	28,08	192,1	15,18
orörd	66	18,3	1 413	393	31,02	222,9	16,67
55	78	17,0	1 955	—	30,54	203,4	15,34
36	48	16,9	1 443	121	23,62	161,3	16,01
orörd	52	17,0	1 855	1 106	26,59	187,4	14,06
»	33	10,6	5 117	3 852	37,48	178,6	7,11
27	38	16,0	1 506	65	26,23	171,9	14,87
13	47	19,5	1 508	924	27,26	195,7	17,69
38	50	16,7	1 237	351	23,82	170,6	16,75
13	41	15,0	2 680	1 029	31,84	198,8	13,53
13	42	15,3	3 236	1 494	34,11	207,8	13,06
orörd	36	14,3	4 650	7 750	42,83	254,5	10,11
30	44	14,6	2 389	130	23,95	148,5	11,03
orörd	49	16,0	3 542	2 953	43,91	288,2	14,44
43	55	18,2	1 249	62	28,61	211,8	17,70
27	45	15,9	2 925	825	34,39	217,0	12,95
12	44	14,7	1 627	—	29,86	193,4	15,52
orörd	50	18,9	4 457	4 942	56,34	393,3	10,98
25	46	13,2	3 217	183	36,99	218,5	12,05
33	43	15,5	1 924	402	24,08	148,2	13,45
41	52	17,9	1 774	1 645	25,93	160,7	17,54
orörd	60	17,4	2 834	1 250	31,40	221,1	11,62
»	46	15,0	3 881	2 151	32,93	208,3	8,76
32	42	16,0	1 636	861	23,26	147,3	11,82
29	43	16,4	3 150	2 865	35,39	237,2	12,13
orörd	37	12,3	975	39	10,14	48,3	10,85
»	37	13,6	1 619	148	15,65	78,2	10,32
»	37	11,6	2 958	701	16,46	72,5	6,86
47	50	16,9	2 352	611	25,98	187,2	10,13
36	40	16,5	1 994	66	21,88	151,4	11,46

Tabell II. Material C. Provytornas belägenhet och egenskaper.
Material C. Location and properties of the sample plots.

Provyta nr Sample plot No.	Belägenhet Location		Höjd över havet m Height above the sea level, m	Beståndets anläggning The establishment of the stand		Beståndet vid uppskattningen The stand at the time of assessment			
	Län Province	Socken Parish		Kultur-metod Method of cultivation	För-band m Spacing m	Ålder år Age years	Övre höjd m Height of dominant trees m	Stam-antal per ha Number of trees per hectare	Medel-diameter p.b., brh. (aritmetisk) cm Average diameter of the bark, breast-height (arithmetical) cm
				a. Tall. Pine.					
497	Stockholms	Skederid	25	Sådd	—	66	21,2	800	20,5
500	Uppsala	Alunda	140	Bränt, sådd	—	77	17,3	1 000	17,0
720	Skaraborgs	Baltak	160	Sådd	—	85	24,8	392	30,6
721	»	Acklinga	140	»	—	75	26,3	424	32,1
722	»	»	140	»	—	70	22,7	624	26,2
723	»	N. Fågelås	190	Klimpplant.	—	65	21,4	739	24,1
726	Uppsala	Alunda	85	Sådd	—	82	19,8	820	20,3
727	»	Vendel	95	»	—	84	21,1	740	21,4
728	»	Morkarla	125	»	—	67	22,7	876	22,2
749	Södermanlands	L:a Malma	59	Rutsådd	—	70	20,8	643	22,0
				b. Gran. Spruce.					
498	Stockholms	Ununge	30	Plantering	1,4	69	18,7	1 427	15,2
499	Uppsala	Rasbokil	140	Sådd	—	84	26,9	898	20,5
729	»	Tierp	130	Plantering	1,5	80	33,0	500	31,3
747	Västmanlands	Munktorp	6	»	3,2 × 1,6	72	22,9	885	21,1
748	»	Vittinge	75	»	2,4 × 1,8	81	25,6	964	17,9
750	Södermanlands	Hyltinge	40	Klimpplant.	3,5 × 1,8	77	23,1	605	21,4

Tabell III. Material A. Ålder och övre höjd på provytorna.

Material A. Age and height of dominant trees on the sample plots.

Yta nr Plot No.	Ålder: Övre höjd m Age: Height of dominant trees m							
	a. Tall. Pine.							
	1. *Planteringar.* Plantations.							
391:I	39: 12,6	34: 10,7	29: 8,6	24: 6,5	19: 4,1	14: 2,1		
391:II	39: 13,3	34: 11,4	29: 9,6	24: 7,4	19: 4,5	14: 2,2		
391:III	39: 13,4	34: 11,2	29: 9,1	24: 6,9	19: 4,7	14: 2,5		
425 B	28: 10,2	22: 7,5	17: 5,6	12: 2,9				
456	40: 12,1	35: 10,2	30: 8,7	25: 7,4	18: 4,5			
472	41: 14,1	36: 12,4	31: 10,4	25: 7,9	19: 4,6	13: 2,2		
473	33: 13,4	27: 10,8	22: 8,6	17: 6,3	14: 4,7	11: 3,2		
487	33: 10,3	28: 8,8	23: 6,6	18: 4,6	13: 2,2			
489	41: 14,2	36: 12,3	31: 10,4	26: 7,8	21: 5,4	16: 3,5		
705	45: 15,0	40: 13,3	35: 11,1	30: 8,9	22: 6,0	18: 4,3	14: 3,0	
707	49: 19,0	46: 18,0	41: 15,9	36: 14,2	27: 9,9	18: 6,1	15: 4,5	12: 2,9
708	45: 15,2	40: 13,8	35: 12,0	30: 10,0	25: 8,4	19: 5,7	16: 4,5	13: 3,3
710	46: 16,3	41: 14,5	36: 12,2	21: 5,9	18: 4,9	15: 3,5		
711	46: 15,2	41: 13,5	36: 11,2	23: 5,7	20: 4,6	17: 3,4		
734	33: 12,6	28: 10,4	23: 7,9	18: 5,3	15: 3,6	12: 2,3		
	2. *Sådder.* Sown stands.							
33(36—38)	50: 15,7	46: 14,3	38: 11,5	27: 7,2	22: 5,5	17: 4,4		
33(14)	50: 13,9	45: 12,8	38: 10,4	27: 6,4	22: 5,0	17: 3,3		
405 A	39: 12,2	34: 10,8	29: 9,0	24: 7,3	19: 5,2	14: 3,5		
427	45: 14,9	40: 13,4	33: 10,5	23: 6,3				
451	38: 13,1	33: 10,7	28: 8,7	24: 7,8	20: 5,7	16: 3,9		
453	35: 12,6	30: 10,8	25: 8,6	20: 6,3	15: 4,1			
454	45: 16,8	40: 15,0	35: 13,0	28: 10,7	20: 7,1			
455	49: 16,2	44: 14,3	39: 12,3	33: 9,8	23: 5,7			
459	66: 18,3	61: 17,1	41: 12,9	26: 8,3				
460	78: 17,0	73: 16,3	68: 15,4	46: 11,6	32: 7,4			
485	48: 16,9	43: 15,0	37: 12,5	30: 9,9	22: 6,7	14: 2,9		
486	52: 17,0	47: 15,7	42: 13,9	20: 4,9	17: 3,6	14: 2,5		
488	33: 10,6	28: 9,2	23: 6,8	18; 4,6	13: 2,1			
495	38: 16,0	33: 13,8	28: 11,4	23: 9,0	18: 6,1	12: 3,3		
496	47: 19,5	37: 16,3	24: 10,4	19: 7,9	14: 5,4	10: 2,9		
701	50: 16,7	45: 15,1	39: 12,8	30: 8,7	22: 5,8	18: 4,4	14: 2,8	
717	41: 15,0	36: 13,2	31: 11,1	25: 8,9	19: 5,9	13: 3,6		
718	42: 15,3	37: 13,1	32: 10,9	26: 8,1	20: 5,6	14: 3,4		
719	36: 14,3	31: 11,9	26: 9,7	21: 7,6	16: 4,7	12: 2,8		
725	44: 14,6	39: 13,0	31: 10,3	26: 8,0	21: 5,9	16: 4,1		
732	49: 16,0	44: 14,2	39: 12,2	22: 5,8	18: 4,3	15: 3,1		
733	55: 18,2	50: 16,8	44: 14,8	29: 9,4	25: 7,5	21: 5,3		
739	45: 15,9	40: 13,7	35: 11,5	28: 8,6	20: 5,1	17: 3,8	14: 2,6	
746	44: 14,7	39: 13,2	32: 10,5	25: 7,7	18: 4,2	12: 2,6		
762	50: 18,9	45: 17,1	40: 15,1	33: 11,8	25: 8,4	18: 5,6		
767	46: 13,2	41: 11,4	36: 9,1	31: 7,4	26: 5,3	19: 3,2		
781	43: 15,5	38: 13,6	34: 12,0	28: 9,8	22: 7,0	16: 4,3		
782	52: 17,9	47: 16,7	41: 15,0	33: 12,4	25: 9,2	17: 6,2		
805	60: 17,4	55: 15,9	50: 14,3	41: 11,3	32: 8,2	23: 4,6		
806	46: 15,0	41: 13,7	36: 11,9	29: 9,1	22: 6,2	15: 3,7		
812	42: 16,0	37: 14,3	32: 11,9	27: 10,5	22: 7,1	17: 4,7		
815	43: 16,4	37: 14,8	30: 12,0	24: 9,1	18: 6,2	13: 3,3		
	b. Gran. Spruce.							
	Planteringar. Plantations.							
412:I	37: 12,3	32: 10,4	27: 8,4	22: 5,7	17: 4,0			
412:II	37: 13,6	32: 10,6	27: 8,2	22: 5,3	17: 3,1			
412:III	37: 11,6	32: 8,9	27: 7,2	22: 5,0	17: 3,2			
706	50: 16,9	47: 15,6	42: 13,8	37: 11,7	30: 8,7	23: 6,1	19: 4,6	
761	40: 16,5	37: 15,2	20: 5,7	17: 4,2				

Tabell IV. Material C. Ålder och övre höjd på provytorna.
Material C. Age and height of dominant trees on the sample plots.

Yta nr Plot No.	Övre höjd m vid ålder Height of dominant trees at age																Ålder Age	Övre höjd Height of dominant trees
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85		
									a. Tall. Pine.									
497	2,2	5,0	7,3	9,5	11,2	12,7	14,8	16,4	17,6	18,8	19,9	21,0					66	21,2
500		4,5	6,3	8,0	9,2	10,8	11,9	12,7	13,7	14,6	15,3	15,9	16,5	17,1			77	17,3
720	2,2	4,6	6,4	8,1	10,0	11,4	12,4	13,7	15,6	17,4	18,9	20,2	21,6	22,5	23,8	24,8		
721		4,8	7,9	10,6	13,0	15,1	17,0	18,9	20,6	22,4	23,9	25,0	25,9	26,3				
722	2,7	5,1	7,4	9,5	11,4	13,1	14,7	16,6	18,5	20,0	20,8	21,7	22,7					
723	2,4	4,7	7,5	9,9	11,9	13,7	15,5	17,3	18,6	19,5	20,5	21,4						
726	3,1	5,1	7,4	9,3	10,6	11,7	13,1	14,1	15,2	16,4	17,5	17,9	18,5	19,2	19,6		82	19,8
727	2,6	4,9	7,3	9,4	10,9	12,6	13,7	14,8	15,7	16,7	17,6	18,5	19,1	19,6	20,4		84	21,1
728	3,6	6,5	8,6	10,8	12,7	14,5	16,3	17,7	19,1	20,2	21,2	22,2					67	22,7
749	2,7	5,4	7,4	9,6	11,3	12,5	14,1	15,6	16,6	17,3	18,2	19,5	20,8					
									b. Gran. Spruce.									
498		3,2	4,6	6,1	7,3	8,3	9,4	11,0	12,7	14,5	16,2	17,7					69	18,7
499				8,7	10,4	12,7	15,1	16,2	17,6	19,3	21,1	22,8	24,0	25,2	26,3		84	26,9
729			6,4	9,5	11,8	14,2	16,6	18,4	20,4	22,5	24,5	26,1	28,1	30,6	33,0			
747		3,5	6,0	8,0	10,1	12,0	13,8	15,8	17,3	18,6	19,9	21,0	22,4				72	22,9
748				2,6	4,6	6,8	9,2	11,8	14,0	16,3	18,0	19,9	21,5	23,3	25,4		81	25,6
750		2,7	5,2	7,6	9,8	11,7	12,9	14,3	15,9	17,4	18,8	20,1	21,7	22,7			77	23,1

Tabell V. Värden på konstanterna och inflexionspunkten (x_i) i funktionerna $y = a \cdot e^{-b/x^n}$ och $y = c \cdot x^d$ för olika $Å_{1,3}$- och h_{100}-värden.

Values of the constants and the point of inflexion (x_i) in the functions $y = a \cdot e^{-b/x^n}$ and $y = c \cdot x^d$ for different $Å_{1,3}$- and h_{100}-values.

	Tall Pine						*Gran* Spruce					
$Å_{1,3}$	7,0		9,5		12,5		9,0		12,5		16,5	
n	0,63		0,70		0,78		0,69		0,78		0,89	
b	14,648		20,271		28,834		19,037		28,834		43,331	
d	1,63		1,70		1,78		1,69		1,78		1,89	
x_i	15,67		20,73		25,84		19,53		25,84		29,62	
h_{100}	a	c	a	c	a	c	a	c	a	c	a	c
12	26,84	0,02275	26,89	0,01371	26,55	0,008302	26,54	0,01510	26,55	0,008302	24,63	0,004874
13	29,08	0,02465	29,14	0,01485	28,76	0,008993	28,75	0,01636	28,76	0,008993	26,68	0,005280
14	31,31	0,02654	31,38	0,01599	30,98	0,009687	30,96	0,01761	30,98	0,009687	28,74	0,005688
15	33,55	0,02844	33,62	0,01714	33,19	0,01038	33,17	0,01887	33,19	0,01038	30,79	0,006093
16	35,79	0,03034	35,86	0,01828	35,40	0,01107	35,38	0,02013	35,40	0,01107	32,84	0,006499
17	38,02	0,03223	38,10	0,01942	37,61	0,01176	37,59	0,02138	37,61	0,01176	34,89	0,006905
18	40,26	0,03413	40,34	0,02056	39,82	0,01245	39,80	0,02264	39,82	0,01245	36,95	0,007312
19	42,50	0,03603	42,58	0,02170	42,04	0,01315	42,01	0,02390	42,04	0,01315	39,00	0,007718
20	44,73	0,03792	44,82	0,02284	44,25	0,01384	44,23	0,02516	44,25	0,01384	41,05	0,008124
21	46,97	0,03982	47,07	0,02399	46,46	0,01453	46,44	0,02642	46,46	0,01453	43,10	0,008529
22	49,21	0,04172	49,31	0,02513	48,68	0,01522	48,65	0,02768	48,68	0,01522	45,16	0,008937
23	51,44	0,04361	51,55	0,02628	50,89	0,01591	50,86	0,02893	50,89	0,01591	47,21	0,009343
24	53,68	0,04550	53,79	0,02742	53,10	0,01660	53,07	0,03019	53,10	0,01660	49,26	0,009749
25	55,92	0,04740	56,03	0,02856	55,31	0,01730	55,28	0,03145	55,31	0,01730	51,32	0,01016
26	58,15	0,04929	58,27	0,02970	57,52	0,01799	57,49	0,03271	57,52	0,01799	53,37	0,01056
27	60,39	0,05119	60,51	0,03084	59,74	0,01868	59,71	0,03397	59,74	0,01868	55,42	0,01097
28	62,62	0,05308	62,75	0,03198	61,95	0,01937	61,92	0,03523	61,95	0,01937	57,47	0,01137
29	64,86	0,05498	64,99	0,03313	64,16	0,02006	64,13	0,03648	64,16	0,02006	59,53	0,01178
30	67,10	0,05688	67,24	0,03427	66,38	0,02076	66,34	0,03774	66,38	0,02076	61,58	0,01219
31	69,33	0,05877	69,48	0,03541	68,59	0,02145	68,55	0,03900	68,59	0,02145	63,63	0,01259
32	71,57	0,06067	71,72	0,03656	70,80	0,02214	70,76	0,04026	70,80	0,02214	65,68	0,01300
33	73,81	0,06257					72,97	0,04151				
34	76,04	0,06446					75,18	0,04277				
35	78,28	0,06636					77,40	0,04403				
36	80,52	0,06826					79,61	0,04529				

Tabell VI. Höjdutvecklingstabell för kulturbestånd i Norrland. Övre höjden över beståndsåldern.

Height growth table for cultivated stands in Northern Sweden. Height of dominant trees over age of stand.

h_{100}	Övre höjd i meter vid beståndsålder Height of dominant trees in metres at ages of stand																								
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125
	a. Tall, $Å_{1,3}$ = 5,5—8,4 år Pine, $A_{1,3}$ = 5.5—8.4 years																								
16	0,4	1,3	2,5	3,9	5,2	6,4	7,5	8,5	9,4	10,3	11,1	11,8	12,4	13,1	13,6	14,2	14,7	15,1	15,6	16,0	16,4	16,8	17,1	17,5	17,8
17	0,4	1,4	2,7	4,1	5,5	6,8	8,0	9,1	10,0	10,9	11,8	12,5	13,2	13,9	14,5	15,1	15,6	16,1	16,6	17,0	17,4	17,8	18,2	18,5	18,9
18	0,5	1,5	2,8	4,4	5,9	7,2	8,5	9,6	10,6	11,6	12,5	13,3	14,0	14,7	15,3	15,9	16,5	17,0	17,5	18,0	18,4	18,9	19,3	19,6	20,0
19	0,5	1,5	3,0	4,6	6,2	7,6	8,9	10,1	11,2	12,2	13,1	14,0	14,8	15,5	16,2	16,8	17,4	18,0	18,5	19,0	19,5	19,9	20,3	20,7	21,1
20	0,5	1,6	3,1	4,9	6,5	8,0	9,4	10,7	11,8	12,9	13,8	14,7	15,6	16,3	17,0	17,7	18,3	18,9	19,5	20,0	20,5	21,0	21,4	21,8	22,2
21	0,5	1,7	3,3	5,1	6,8	8,4	9,9	11,2	12,4	13,5	14,5	15,5	16,3	17,1	17,9	18,6	19,3	19,9	20,4	21,0	21,5	22,0	22,5	22,9	23,3
22	0,6	1,8	3,4	5,3	7,2	8,8	10,3	11,7	13,0	14,2	15,2	16,2	17,1	18,0	18,7	19,5	20,2	20,8	21,4	22,0	22,5	23,1	23,5	24,0	24,5
23	0,6	1,9	3,6	5,6	7,5	9,2	10,8	12,3	13,6	14,8	15,9	16,9	17,9	18,8	19,6	20,4	21,1	21,8	22,4	23,0	23,6	24,1	24,6	25,1	25,6
24	0,6	1,9	3,8	5,8	7,8	9,6	11,3	12,8	14,2	15,4	16,6	17,7	18,7	19,6	20,4	21,3	22,0	22,7	23,4	24,0	24,6	25,1	25,7	26,2	26,7
25	0,7	2,0	3,9	6,1	8,1	10,0	11,7	13,3	14,8	16,1	17,3	18,4	19,4	20,4	21,3	22,1	22,9	23,7	24,3	25,0	25,6	26,2	26,8	27,3	27,8
26	0,7	2,1	4,1	6,3	8,5	10,4	12,2	13,9	15,3	16,7	18,0	19,1	20,2	21,2	22,1	23,0	23,8	24,6	25,3	26,0	26,6	27,2	27,8	28,4	28,9
27	0,7	2,2	4,2	6,6	8,8	10,8	12,7	14,4	15,9	17,4	18,7	19,9	21,0	22,0	23,0	23,9	24,8	25,6	26,3	27,0	27,7	28,3	28,9	29,5	30,0
28	0,7	2,3	4,4	6,8	9,1	11,2	13,2	14,9	16,5	18,0	19,4	20,6	21,8	22,9	23,8	24,8	25,7	26,5	27,3	28,0	28,7	29,3	30,0	30,6	31,1
29	0,8	2,3	4,5	7,1	9,4	11,6	13,6	15,5	17,1	18,7	20,1	21,4	22,6	23,7	24,7	25,7	26,6	27,4	28,2	29,0	29,7	30,4	31,0	31,6	32,2
30	0,8	2,4	4,7	7,3	9,8	12,0	14,1	16,0	17,7	19,3	20,8	22,1	23,3	24,5	25,6	26,6	27,5	28,4	29,2	30,0	30,7	31,4	32,1	32,7	33,3
31	0,8	2,5	4,9	7,5	10,1	12,4	14,6	16,5	18,3	19,9	21,5	22,8	24,1	25,3	26,4	27,4	28,4	29,3	30,2	31,0	31,8	32,5	33,2	33,8	34,5
32	0,8	2,6	5,0	7,8	10,4	12,8	15,0	17,1	18,9	20,6	22,1	23,6	24,9	26,1	27,3	28,3	29,3	30,3	31,2	32,0	32,8	33,5	34,2	34,9	35,6
33	0,9	2,7	5,2	8,0	10,7	13,2	15,5	17,6	19,5	21,2	22,8	24,3	25,7	26,9	28,1	29,2	30,3	31,2	32,1	33,0	33,8	34,6	35,3	36,0	36,7
34	0,9	2,7	5,3	8,3	11,1	13,6	16,0	18,1	20,1	21,9	23,5	25,0	26,4	27,7	29,0	30,1	31,2	32,2	33,1	34,0	34,8	35,6	36,4	37,1	37,8
35	0,9	2,8	5,5	8,5	11,4	14,0	16,4	18,7	20,7	22,5	24,2	25,8	27,2	28,6	29,8	31,0	32,1	33,1	34,1	35,0	35,9	36,7	37,4	38,2	38,9
36	0,9	2,9	5,6	8,8	11,7	14,4	16,9	19,2	21,2	23,2	24,9	26,5	28,0	29,4	30,7	31,9	33,0	34,1	35,1	36,0	36,9	37,7	38,5	39,3	40,0
	b. Tall, $Å_{1,3}$ = 8,5—10,4 år Pine, $A_{1,3}$ = 8.5—10.4 years																								
16	0,3	0,9	1,8	3,0	4,3	5,5	6,7	7,7	8,7	9,7	10,5	11,3	12,0	12,7	13,4	14,0	14,5	15,0	15,5	16,0	16,4	16,9	17,3	17,6	18,0
17	0,3	1,0	1,9	3,2	4,5	5,8	7,1	8,2	9,3	10,3	11,2	12,0	12,8	13,5	14,2	14,8	15,4	16,0	16,5	17,0	17,5	17,9	18,3	18,7	19,1
18	0,3	1,0	2,1	3,3	4,8	6,2	7,5	8,7	9,8	10,9	11,8	12,7	13,6	14,3	15,0	15,7	16,3	16,9	17,5	18,0	18,5	19,0	19,4	19,8	20,2
19	0,3	1,1	2,2	3,5	5,1	6,5	7,9	9,2	10,4	11,5	12,5	13,4	14,3	15,1	15,9	16,6	17,2	17,9	18,4	19,0	19,5	20,0	20,5	20,9	21,4

20	0,4	1,1	2,3	3,7	5,3	6,9	8,3	9,7	10,9	12,1	13,2	14,1	15,1	15,9	16,7	17,4	18,1	18,8	19,4	20,0	20,5	21,1	21,6	22,0	22,5
21	0,4	1,2	2,4	3,9	5,6	7,2	8,8	10,2	11,5	12,7	13,8	14,8	15,8	16,7	17,5	18,3	19,1	19,7	20,4	21,0	21,6	22,1	22,6	23,1	23,6
22	0,4	1,3	2,5	4,1	5,9	7,6	9,2	10,7	12,0	13,3	14,5	15,6	16,6	17,5	18,4	19,2	20,0	20,7	21,4	22,0	22,6	23,2	23,7	24,2	24,7
23	0,4	1,3	2,6	4,3	6,1	7,9	9,6	11,1	12,6	13,9	15,1	16,3	17,3	18,3	19,2	20,1	20,9	21,6	22,3	23,0	23,6	24,2	24,8	25,3	25,9
24	0,4	1,4	2,7	4,5	6,4	8,3	10,0	11,6	13,1	14,5	15,8	17,0	18,1	19,1	20,0	20,9	21,8	22,6	23,3	24,0	24,7	25,3	25,9	26,4	27,0
25	0,4	1,4	2,9	4,6	6,7	8,6	10,4	12,1	13,7	15,1	16,4	17,7	18,8	19,9	20,9	21,8	22,7	23,5	24,3	25,0	25,7	26,3	27,0	27,5	28,1
26	0,5	1,5	3,0	4,8	6,9	8,9	10,8	12,6	14,2	15,7	17,1	18,4	19,6	20,7	21,7	22,7	23,6	24,4	25,2	26,0	26,7	27,4	28,0	28,6	29,2
27	0,5	1,5	3,1	5,0	7,2	9,3	11,3	13,1	14,7	16,3	17,8	19,1	20,3	21,5	22,6	23,6	24,5	25,4	26,2	27,0	27,7	28,4	29,1	29,7	30,3
28	0,5	1,6	3,2	5,2	7,5	9,6	11,7	13,6	15,3	16,9	18,4	19,8	21,1	22,3	23,4	24,4	25,4	26,3	27,2	28,0	28,8	29,5	30,2	30,8	31,5
29	0,5	1,7	3,3	5,4	7,7	10,0	12,1	14,0	15,8	17,5	19,1	20,5	21,8	23,1	24,2	25,3	26,3	27,3	28,2	29,0	29,8	30,5	31,3	31,9	32,6
30	0,5	1,7	3,4	5,6	8,0	10,3	12,5	14,5	16,4	18,1	19,7	21,2	22,6	23,9	25,1	26,2	27,2	28,2	29,1	30,0	30,8	31,6	32,3	33,0	33,7
31	0,5	1,8	3,5	5,8	8,3	10,7	12,9	15,0	16,9	18,7	20,4	21,9	23,3	24,7	25,9	27,0	28,1	29,1	30,1	31,0	31,8	32,7	33,4	34,1	34,8
32	0,6	1,8	3,7	6,0	8,5	11,0	13,3	15,5	17,5	19,3	21,0	22,6	24,1	25,5	26,7	27,9	29,0	30,1	31,1	32,0	32,9	33,7	34,5	35,3	36,0

c. Tall, Å $_{1,3}$ *= 10,5—14,4 år* Pine, $A_{1,3}$ = 10.5—14.4 years

14	0,2	0,6	1,2	2,0	3,0	4,1	5,1	6,1	7,1	7,9	8,7	9,5	10,2	10,9	11,5	12,0	12,6	13,1	13,6	14,0	14,4	14,8	15,2	15,6	15,9
15	0,2	0,6	1,3	2,1	3,2	4,4	5,5	6,5	7,6	8,5	9,4	10,2	10,9	11,6	12,3	12,9	13,5	14,0	14,5	15,0	15,5	15,9	16,3	16,7	17,0
16	0,2	0,7	1,4	2,3	3,4	4,6	5,8	7,0	8,1	9,0	10,0	10,8	11,7	12,4	13,1	13,8	14,4	14,9	15,5	16,0	16,5	16,9	17,4	17,8	18,2
17	0,2	0,7	1,5	2,4	3,6	4,9	6,2	7,4	8,6	9,6	10,6	11,5	12,4	13,2	13,9	14,6	15,3	15,9	16,5	17,0	17,5	18,0	18,5	18,9	19,3
18	0,2	0,8	1,5	2,6	3,8	5,2	6,6	7,9	9,1	10,2	11,2	12,2	13,1	13,9	14,7	15,5	16,2	16,8	17,4	18,0	18,5	19,0	19,5	20,0	20,4
19	0,2	0,8	1,6	2,7	4,0	5,5	6,9	8,3	9,6	10,7	11,9	12,9	13,8	14,7	15,6	16,3	17,1	17,7	18,4	19,0	19,6	20,1	20,6	21,1	21,6
20	0,2	0,8	1,7	2,9	4,3	5,8	7,3	8,7	10,1	11,3	12,5	13,6	14,6	15,5	16,4	17,2	18,0	18,7	19,4	20,0	20,6	21,2	21,7	22,2	22,7
21	0,3	0,9	1,8	3,0	4,5	6,1	7,7	9,2	10,6	11,9	13,1	14,2	15,3	16,3	17,2	18,1	18,9	19,6	20,3	21,0	21,6	22,2	22,8	23,3	23,8
22	0,3	0,9	1,9	3,1	4,7	6,4	8,0	9,6	11,1	12,4	13,7	14,9	16,0	17,1	18,0	18,9	19,8	20,6	21,3	22,0	22,7	23,3	23,9	24,4	25,0
23	0,3	1,0	2,0	3,3	4,9	6,7	8,4	10,0	11,6	13,0	14,4	15,6	16,8	17,8	18,8	19,8	20,7	21,5	22,3	23,0	23,7	24,3	25,0	25,6	26,1
24	0,3	1,0	2,1	3,4	5,1	7,0	8,8	10,5	12,1	13,6	15,0	16,3	17,5	18,6	19,7	20,6	21,6	22,4	23,2	24,0	24,7	25,4	26,1	26,7	27,2
25	0,3	1,0	2,1	3,6	5,3	7,3	9,1	10,9	12,6	14,1	15,6	16,9	18,2	19,4	20,5	21,5	22,5	23,4	24,2	25,0	25,8	26,5	27,1	27,8	28,4
26	0,3	1,1	2,2	3,7	5,5	7,5	9,5	11,3	13,1	14,7	16,2	17,6	18,9	20,1	21,3	22,4	23,4	24,3	25,2	26,0	26,8	27,5	28,2	28,9	29,5
27	0,3	1,1	2,3	3,9	5,7	7,8	9,9	11,8	13,6	15,3	16,8	18,3	19,7	20,9	22,1	23,2	24,3	25,2	26,1	27,0	27,8	28,6	29,3	30,0	30,7
28	0,3	1,2	2,4	4,0	6,0	8,1	10,2	12,2	14,1	15,8	17,5	19,0	20,4	21,7	22,9	24,1	25,2	26,2	27,1	28,0	28,8	29,6	30,4	31,1	31,8
29	0,4	1,2	2,5	4,2	6,2	8,4	10,6	12,7	14,6	16,4	18,1	19,7	21,1	22,5	23,7	24,9	26,0	27,1	28,1	29,0	29,9	30,7	31,5	32,2	32,9
30	0,4	1,3	2,6	4,3	6,4	8,7	11,0	13,1	15,1	17,0	18,7	20,3	21,9	23,3	24,6	25,8	27,0	28,0	29,0	30,0	30,9	31,8	32,6	33,3	34,1
31	0,4	1,3	2,7	4,4	6,6	9,0	11,3	13,5	15,6	17,5	19,3	21,0	22,6	24,0	25,4	26,7	27,8	29,0	30,0	31,0	31,9	32,8	33,7	34,4	35,2
32	0,4	1,3	2,7	4,6	6,8	9,3	11,7	14,0	16,1	18,1	20,0	21,7	23,3	24,8	26,2	27,5	28,7	29,9	31,0	32,0	33,0	33,9	34,7	35,6	36,3

Tabell VI, forts.

h_{100}	Övre höjd i meter vid beståndsålder Height of dominant trees in metres at ages of stand																								
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125
	d. Gran, $Å_{1,3}$ = 7,5—10,4 år Spruce, $A_{1,3}$ = 7.5—10.4 years																								
16	0,3	1,0	2,0	3,2	4,5	5,7	6,9	7,9	8,9	9,8	10,7	11,4	12,2	12,8	13,4	14,0	14,6	15,1	15,5	16,0	16,4	16,8	17,2	17,6	17,9
17	0,3	1,0	2,1	3,4	4,8	6,1	7,3	8,4	9,5	10,5	11,3	12,2	12,9	13,6	14,3	14,9	15,5	16,0	16,5	17,0	17,5	17,9	18,3	18,7	19,0
18	0,3	1,1	2,2	3,6	5,0	6,4	7,7	8,9	10,0	11,1	12,0	12,9	13,7	14,4	15,1	15,8	16,4	17,0	17,5	18,0	18,5	18,9	19,4	19,8	20,2
19	0,4	1,2	2,3	3,8	5,3	6,8	8,2	9,4	10,6	11,7	12,7	13,6	14,4	15,2	16,0	16,6	17,3	17,9	18,5	19,0	19,5	20,0	20,4	20,9	21,3
20	0,4	1,2	2,4	4,0	5,6	7,2	8,6	9,9	11,2	12,3	13,3	14,3	15,2	16,0	16,8	17,5	18,2	18,8	19,4	20,0	20,5	21,0	21,5	22,0	22,4
21	0,4	1,3	2,6	4,2	5,9	7,5	9,0	10,4	11,7	12,9	14,0	15,0	16,0	16,8	17,6	18,4	19,1	19,8	20,4	21,0	21,6	22,1	22,6	23,1	23,5
22	0,4	1,4	2,7	4,4	6,2	7,9	9,5	10,9	12,3	13,5	14,7	15,7	16,7	17,6	18,5	19,3	20,0	20,7	21,4	22,0	22,6	23,1	23,7	24,2	24,6
23	0,4	1,4	2,8	4,6	6,4	8,2	9,9	11,4	12,8	14,1	15,3	16,4	17,5	18,4	19,3	20,2	20,9	21,7	22,3	23,0	23,6	24,2	24,7	25,3	25,8
24	0,5	1,5	2,9	4,8	6,7	8,6	10,3	11,9	13,4	14,8	16,0	17,2	18,2	19,2	20,2	21,0	21,8	22,6	23,3	24,0	24,6	25,2	25,8	26,4	26,9
25	0,5	1,5	3,1	5,0	7,0	8,9	10,8	12,4	13,9	15,4	16,7	17,9	19,0	20,0	21,0	21,9	22,7	23,5	24,3	25,0	25,7	26,3	26,9	27,5	28,0
26	0,5	1,6	3,2	5,2	7,3	9,3	11,2	12,9	14,5	16,0	17,3	18,6	19,8	20,8	21,8	22,8	23,7	24,5	25,2	26,0	26,7	27,3	28,0	28,5	29,1
27	0,5	1,7	3,3	5,4	7,6	9,7	11,6	13,4	15,1	16,6	18,0	19,3	20,5	21,6	22,7	23,7	24,6	25,4	26,2	27,0	27,7	28,4	29,0	29,7	30,2
28	0,5	1,7	3,4	5,6	7,9	10,0	12,0	13,9	15,6	17,2	18,7	20,0	21,3	22,4	23,5	24,5	25,5	26,4	27,2	28,0	28,7	29,4	30,1	30,7	31,4
29	0,6	1,8	3,5	5,8	8,1	10,4	12,5	14,4	16,2	17,8	19,3	20,7	22,0	23,2	24,4	25,4	26,4	27,3	28,2	29,0	29,8	30,5	31,2	31,8	32,5
30	0,6	1,8	3,7	6,0	8,4	10,7	12,9	14,9	16,7	18,4	20,0	21,5	22,8	24,0	25,2	26,3	27,3	28,3	29,1	30,0	30,8	31,6	32,3	32,9	33,6
31	0,6	1,9	3,8	6,2	8,7	11,1	13,3	15,4	17,3	19,1	20,7	22,2	23,6	24,8	26,0	27,2	28,2	29,2	30,1	31,0	31,8	32,6	33,3	34,0	34,7
32	0,6	2,0	3,9	6,4	9,0	11,4	13,8	15,9	17,9	19,7	21,3	22,9	24,3	25,6	26,9	28,0	29,1	30,1	31,1	32,0	32,9	33,7	34,4	35,1	35,8
33	0,6	2,0	4,0	6,6	9,3	11,8	14,2	16,4	18,4	20,3	22,0	23,6	25,1	26,4	27,7	28,9	30,0	31,1	32,0	33,0	33,9	34,7	35,5	36,2	37,0
34	0,6	2,1	4,2	6,8	9,5	12,2	14,6	16,9	19,0	20,9	22,7	24,3	25,8	27,2	28,6	29,8	30,9	32,0	33,0	34,0	34,9	35,8	36,6	37,3	38,1
35	0,7	2,2	4,3	7,0	9,8	12,5	15,1	17,4	19,5	21,5	23,3	25,0	26,6	28,0	29,4	30,7	31,9	33,0	34,0	35,0	35,9	36,8	37,7	38,4	39,2
36	0,7	2,2	4,4	7,1	10,1	12,9	15,5	17,9	20,1	22,1	24,0	25,7	27,4	28,9	30,2	31,5	32,8	33,9	35,0	36,0	37,0	37,9	38,7	39,5	40,3
	e. Gran, $Å_{1,3}$ = 10,5—14,4 år Spruce, $A_{1,3}$ = 10.5—14.4 years																								
14	0,2	0,6	1,2	2,0	3,0	4,1	5,1	6,1	7,1	7,9	8,7	9,5	10,2	10,9	11,5	12,0	12,6	13,1	13,6	14,0	14,4	14,8	15,2	15,6	15,9
15	0,2	0,6	1,3	2,1	3,2	4,4	5,5	6,5	7,6	8,5	9,4	10,2	10,9	11,6	12,3	12,9	13,5	14,0	14,5	15,0	15,5	15,9	16,3	16,7	17,0
16	0,2	0,7	1,4	2,3	3,4	4,6	5,8	7,0	8,1	9,0	10,0	10,8	11,7	12,4	13,1	13,8	14,4	14,9	15,5	16,0	16,5	16,9	17,4	17,8	18,2
17	0,2	0,7	1,5	2,4	3,6	4,9	6,2	7,4	8,6	9,6	10,6	11,5	12,4	13,2	13,9	14,6	15,3	15,9	16,5	17,0	17,5	18,0	18,5	18,9	19,3
18	0,2	0,8	1,5	2,6	3,8	5,2	6,6	7,9	9,1	10,2	11,2	12,2	13,1	13,9	14,7	15,5	16,2	16,8	17,4	18,0	18,5	19,0	19,5	20,0	20,4
19	0,2	0,8	1,6	2,7	4,0	5,5	6,9	8,3	9,6	10,7	11,9	12,9	13,8	14,7	15,6	16,3	17,1	17,7	18,4	19,0	19,6	20,1	20,6	21,1	21,6

20	0,2	0,8	1,7	2,9	4,3	5,8	7,3	8,7	10,1	11,3	12,5	13,6	14,6	15,5	16,4	17,2	18,0	18,7	19,4	20,0	20,6	21,2	21,7	22,2	22,7
21	0,3	0,9	1,8	3,0	4,5	6,1	7,7	9,2	10,6	11,9	13,1	14,2	15,3	16,3	17,2	18,1	18,9	19,6	20,3	21,0	21,6	22,2	22,8	23,3	23,8
22	0,3	0,9	1,9	3,1	4,7	6,4	8,0	9,6	11,1	12,4	13,7	14,9	16,0	17,1	18,0	18,9	19,8	20,6	21,3	22,0	22,7	23,3	23,9	24,4	25,0
23	0,3	1,0	2,0	3,3	4,9	6,7	8,4	10,0	11,6	13,0	14,4	15,6	16,8	17,8	18,8	19,8	20,7	21,5	22,3	23,0	23,7	24,3	25,0	25,6	26,1
24	0,3	1,0	2,1	3,4	5,1	7,0	8,8	10,5	12,1	13,6	15,0	16,3	17,5	18,6	19,7	20,6	21,6	22,4	23,2	24,0	24,7	25,4	26,1	26,7	27,2
25	0,3	1,0	2,1	3,6	5,3	7,3	9,1	10,9	12,6	14,1	15,6	16,9	18,2	19,4	20,5	21,5	22,5	23,4	24,2	25,0	25,8	26,5	27,1	27,8	28,4
26	0,3	1,1	2,2	3,7	5,5	7,5	9,5	11,3	13,1	14,7	16,2	17,6	18,9	20,1	21,3	22,4	23,4	24,3	25,2	26,0	26,8	27,5	28,2	28,9	29,5
27	0,3	1,1	2,3	3,9	5,7	7,8	9,9	11,8	13,6	15,3	16,8	18,3	19,7	20,9	22,1	23,2	24,3	25,2	26,1	27,0	27,8	28,6	29,3	30,0	30,7
28	0,3	1,2	2,4	4,0	6,0	8,1	10,2	12,2	14,1	15,8	17,5	19,0	20,4	21,7	22,9	24,1	25,2	26,2	27,1	28,0	28,8	29,6	30,4	31,1	31,8
29	0,4	1,2	2,5	4,2	6,2	8,4	10,6	12,7	14,6	16,4	18,1	19,7	21,1	22,5	23,7	24,9	26,0	27,1	28,1	29,0	29,9	30,7	31,5	32,2	32,9
30	0,4	1,3	2,6	4,3	6,4	8,7	11,0	13,1	15,1	17,0	18,7	20,3	21,9	23,3	24,6	25,8	27,0	28,0	29,0	30,0	30,9	31,8	32,6	33,3	34,1
31	0,4	1,3	2,7	4,4	6,6	9,0	11,3	13,5	15,6	17,5	19,3	21,0	22,6	24,0	25,4	26,7	27,8	29,0	30,0	31,0	31,9	32,8	33,7	34,4	35,2
32	0,4	1,3	2,7	4,6	6,8	9,3	11,7	14,0	16,1	18,1	20,0	21,7	23,3	24,8	26,2	27,5	28,7	29,9	31,0	32,0	33,0	33,9	34,7	35,6	36,3

f. Gran, $Å_{1.3}$ = 14,5—18,4 år Spruce, $A_{1.3}$ = 14.5—18.4 years

12	0,1	0,4	0,8	1,4	2,1	3,0	3,9	4,8	5,7	6,5	7,2	7,9	8,6	9,2	9,7	10,2	10,7	11,2	11,6	12,0	12,4	12,7	13,1	13,4	13,7
13	0,1	0,4	0,9	1,5	2,3	3,3	4,3	5,3	6,2	7,0	7,8	8,6	9,3	9,9	10,5	11,1	11,6	12,1	12,6	13,0	13,4	13,8	14,1	14,5	14,8
14	0,1	0,4	0,9	1,6	2,5	3,5	4,6	5,7	6,6	7,6	8,5	9,3	10,0	10,7	11,3	12,0	12,5	13,0	13,5	14,0	14,4	14,8	15,2	15,6	15,9
15	0,1	0,5	1,0	1,8	2,7	3,8	4,9	6,1	7,1	8,1	9,1	9,9	10,7	11,5	12,2	12,8	13,4	14,0	14,5	15,0	15,5	15,9	16,3	16,7	17,1
16	0,1	0,5	1,1	1,9	2,9	4,0	5,3	6,5	7,6	8,7	9,7	10,6	11,4	12,2	13,0	13,7	14,3	14,9	15,5	16,0	16,5	17,0	17,4	17,8	18,2
17	0,1	0,5	1,2	2,0	3,0	4,3	5,6	6,9	8,1	9,2	10,3	11,2	12,1	13,0	13,8	14,5	15,2	15,8	16,4	17,0	17,5	18,0	18,5	18,9	19,3
18	0,2	0,6	1,2	2,1	3,2	4,5	5,9	7,3	8,5	9,7	10,9	11,9	12,9	13,8	14,6	15,4	16,1	16,8	17,4	18,0	18,6	19,1	19,6	20,0	20,5
19	0,2	0,6	1,3	2,2	3,4	4,8	6,3	7,7	9,0	10,3	11,5	12,6	13,6	14,5	15,4	16,2	17,0	17,7	18,4	19,0	19,6	20,1	20,7	21,2	21,6
20	0,2	0,6	1,4	2,3	3,6	5,0	6,6	8,1	9,5	10,8	12,1	13,2	14,3	15,3	16,2	17,1	17,9	18,6	19,3	20,0	20,6	21,2	21,8	22,3	22,8
21	0,2	0,7	1,4	2,5	3,7	5,3	6,9	8,5	10,0	11,4	12,7	13,9	15,0	16,1	17,0	17,9	18,8	19,6	20,3	21,0	21,6	22,3	22,8	23,4	23,9
22	0,2	0,7	1,5	2,6	3,9	5,5	7,2	8,9	10,4	11,9	13,3	14,5	15,7	16,8	17,8	18,8	19,7	20,5	21,3	22,0	22,7	23,3	23,9	24,5	25,0
23	0,2	0,7	1,6	2,7	4,1	5,8	7,6	9,3	10,9	12,4	13,9	15,2	16,4	17,6	18,6	19,6	20,6	21,4	22,2	23,0	23,7	24,4	25,0	25,6	26,2
24	0,2	0,8	1,6	2,8	4,3	6,0	7,9	9,7	11,4	13,0	14,5	15,9	17,2	18,3	19,5	20,5	21,5	22,4	23,2	24,0	24,7	25,4	26,1	26,7	27,3

Tabell VII. Höjdutvecklingstabell för kulturbestånd i Norrland. Övre höjden över antalet årsringar i brösthöjd.

Height growth table for cultivated stands in Northern Sweden. Height of dominant trees over the number of annual rings at breast height.

h_{100}	Övre höjd i meter vid nedanstående antal årsringar Height of dominant trees in metres with the number of annual rings shown below										
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
					a. Tall, Pine.						
16	3,4	5,8	8,0	10,0	11,6	13,0	14,2	15,4	16,4	17,2	18,0
20	3,9	7,0	9,8	12,3	14,3	16,0	17,6	18,9	20,1	21,1	22,1
24	4,3	8,1	11,5	14,5	16,9	19,1	20,9	22,5	23,9	25,3	26,4
28	4,7	9,1	13,1	16,5	19,4	22,0	24,2	26,1	27,8	29,3	30,7
32	5,4	10,6	15,2	19,0	22,3	25,1	27,5	29,6	31,6	33,2	34,7
36	6,1	12,0	17,2	21,5	25,1	28,3	31,0	33,2	35,2	37,0	38,6
					b. Gran, Spruce.						
12	2,8	4,7	6,4	7,8	9,0	10,1	11,1	12,0	12,7	13,4	13,9
16	3.2	5,6	8,0	10,0	11,6	13,1	14,4	15,6	16,6	17,4	18,2
20	3,7	6,8	9,6	12,2	14,3	16,1	17,7	19,1	20,3	21,4	22,4
24	4,1	7,7	11,2	14,2	16,8	19,0	21,0	22,7	24,2	25,5	26,7
28	4,6	8,9	12,8	16,4	19,4	22,0	24,2	26,2	28,0	29,4	30,9
32	4,9	9,8	14,4	18,5	22,0	25,0	27,5	29,8	31,8	33,6	35,2
36	5,7	11,4	16,6	21,0	24,8	28,1	31,0	33,3	35,4	37,4	39,1