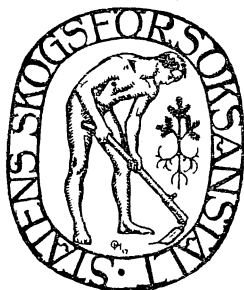


ANTALET PROVTRÄD OCH KUBIK-  
MASSANS NOGGRANNHET VID  
STAMRÄKNING AV SKOG

*THE NUMBER OF SAMPLE TREES AND THE ACCURACY OF THE CUBIC VOLUME  
IN FOREST ESTIMATION BY STEM ACCOUNTING*

AV

MANFRED NÄSLUND



---

MEDDELANDEN FRÅN STATENS SKOGSFÖRSÖKSANSTALT  
HÄFTE 34 · N:r 2

---

Centraltr., Esselte, Sthlm 44

344942

MEDDELANDEN

FRÅN

STATENS  
SKOGSFÖRSÖKSANSTALT

HÄFTE 34. 1944—45

MITTEILUNGEN AUS DER  
FORSTLICHEN VERSUCHS-  
ANSTALT SCHWEDENS

**34. HEFT**

REPORTS OF THE SWEDISH  
INSTITUTE OF EXPERIMENTAL  
FORESTRY

**No. 34**

BULLETIN DE L'INSTITUT D'EXPÉRIMENTATION  
FORESTIÈRE DE SUÈDE

**No 34**



REDAKTÖR:  
PROFESSOR MANFRED NÄSLUND

## INNEHÅLL:

	Sid.
FORSSLUND, KARL-HERMAN: Studier över det lägre djurlivet i nord- svensk skogsmark.....	1
Studien über die Tierwelt des nordschwedischen Waldbodens.....	265
NÄSLUND, MANFRED: Antalet provträd och kubikmassans noggrann- het vid stamräkning av skog .....	285
The Number of Sample Trees and the Accuracy of the Cubic Volume in Forest Estimation by Stem Accounting .....	307
PETRINI, SVEN: Tre försöksytor i aspskog .....	309
Three Sample Plots in Aspen Woods .....	325
PETRINI, SVEN: Om granrötans inverkan på avverkningens rotvärde	327
Über den Einfluss der Wurzelfäule der Fichte auf den Abtriebs- ertrag.....	340
FORSSLUND, KARL-HERMAN: Sammanfattande översikt över vid mark- faunaundersökningar i Västerbotten påträffade djurformer...	341
Zusammenfassende Übersicht über bei Waldbodenfaunauntersuchungen in Västerbotten (Nordschweden) angetroffene Tiere .....	363
FORSSLUND, KARL-HERMAN: Något om röda tallstekelns ( <i>Diprion</i> <i>sertifer Geoffr.</i> ) skadegörelse .....	365
Einiges über die Schädigungen der roten Kiefernbuschhornblatt- wespe ( <i>Diprion sertifer Geoffr.</i> ) .....	389
RENNERFELT, ERIK: Inverkan av talkärnvedens fenolsubstanser på några blåytesvampars tillväxt jämte ett försök till kvan- titativ mätning av blånadens intensitet .....	391
The Influence of the Pinosylvine Compounds on the Growth of Certain Blueing Fungi, with an Attempt at the Measurement of the Intensity of Blueing .....	413
Redogörelser för verksamheten vid statens skogsförsöksanstalt under åren 1941—1944 (Berichte über die Tätigkeit der Forst- lichen Versuchsanstalt Schwedens in den Jahren 1941—1944; Re- ports on the Work of the Swedish Institute of Experimental Forestry in 1941—1944) .....	417

	Sid.
WIKSTEN, ÅKE: Metodik vid mätning av årsringens vårved och höstved .....	45 <sup>I</sup>
A Method of Measuring Spring Wood and Summer Wood in the Annual Ring .....	493
BJÖRKMAN, ERIK: Studier över ljusets betydelse för föryngringens höjdtillväxt på norrländska tallhedar.....	497
On the Influence of Light on the Height Growth of Pine Plants on Pine-Heaths in Norrland .....	54 <sup>I</sup>
ROMELL, LARS-GUNNAR och MALMSTRÖM, CARL: Henrik Hesselmans tallhedsförsök åren 1922—42... ..	543
The Ecology of Lichen-Pine Forest Experiments (1922—42) by the late Dr H. Hesselman .....	616

---



## ANTALET PROVTRÄD OCH KUBIK- MASSANS NOGGRANNHET VID STAMRÄKNING AV SKOG.

### Inledning.

Uppskattning av skog utföres antingen i form av stamräkning eller taxering. Stamräkning användes för provytor och stämplingsposter samt vid andra uppskattningar, som kräva stor noggrannhet. Dessutom kommer stamräkning ofta i fråga vid värdering av småskogar.

Vid stamräkningen uppräknas samtliga träd och redovisas (prickas) i klasser med avseende på brösthöjdsdiametern, vilka vanligen äro av 2,5 eller 5 cms vidd. Trädens genomsnittliga kubikmassa i dessa klasser (kuberingsstal) erhålles med stöd av observationer över den exakta brösthöjdsdiametern, höjden och formen å ett antal provträd, vilket ofta uttages som en kvot av totala stamantalet i diameterklasserna.

Avsikten med föreliggande undersökning är att ge en uppfattning om det antal provträd, som erfordras vid uppskattning av provytor, bestånd och stämplingsposter för att felet i kubikmassan med stor sannolikhet ej skall överskrida viss storlek, när hänsyn enbart tages till den osäkerhet, som härleder från bristande representativa egenskaper hos provträden. Härvid förutsattes, att stamräkningen sker med användande av 2,5 cms diameterklasser, och att provträden uttagas genom kvoträkning eller annan objektiv metod. För att med minsta kostnad uppnå eftersträvad noggrannhet hos den uppskattade kubikmassan måste provträden fördelas över diameterklasserna på ett effektivt sätt. Det är undersökningens uppgift att även belysa denna fråga.

Vid undersökningen har bearbetats ett omfattande provstamsmaterial, som insamlats och utnyttjats för olika undersökningar vid Statens skogsförsöksanstalt. Föreliggande bearbetning har understötts genom anslag ur Fonden för skogsvetenskaplig forskning, till vars Styrelse jag ber att få uttala ett värdsamt tack.

## KAP. I. RIKTLINJER FÖR UNDERSÖKNINGEN.

Den osäkerhet, som vidlåder uppskattningen av kubikmassan i ett bestånd, härleder dels från felkällor vid stamräkningen och uppskattningen av de enskilda provträden, dels från bristande representativa egenskaper hos provträden. Vi skola här endast studera den sistnämnda felkällan. Denna minskas vid ökning av provträdsantalet och bortfaller vid individuell uppskattning av samtliga träd.

Vid uppskattningen av det enskilda provträdet kubikmassa är noggrannheten beroende på den använda metoden och de utförda observationerna (diameter, höjd etc.). Mellan i praktiken tillämpade förfaringssätt vid uppskattning av ståndsskog föreligga betydande skillnader med avseende på tillförlitligheten. Det har därför ansetts lämpligt att grunda denna undersökning på fällda, enmeterssektionerade provstammar, varvid det enskilda provträdet kubikmassa approximativt kan betraktas som riktig (NÄSLUND 1936).

Beträffande uppskattningen göra vi följande allmänna förutsättningar för medelfelets härledning. Samtliga träd med en brösthöjdsdiameter av 10 cm och däröver klavas och prickas i klasser med 2,5 cms vidd (10,0—12,4, 12,5—14,9, 15,0—17,4 etc.), vilka benämnas efter sin lägsta gräns och i det följande betecknas med resp. 10-, 12,5-, 15- etc. I det efterföljande beräknade provträdsantal och medelfel gälla sålunda virkesförrådet från 10 cm.

Den valda minimidiametern för stamräkningen förklaras därav, att undersökningen huvudsakligen begränsats till medelålders och äldre bestånd. Provstamsmaterialet i de klenare diameterklasserna har därför varit av så ringa omfattning, att medelfelsberäkningarna ej kunnat utsträckas till dessa. För det praktiska taxeringsarbetet torde också denna gräns tillfredsställa de vanligaste behoven.

I diameterklasserna uttagas objektiva provträd enligt kvoträkning (vart  $n$ :te träd). Provträdens kubikmassa uppskattas genom enmeterssektionering och betraktas som riktig (jfr ovan). Beståndets kubikmassa erhålles slutligen genom att diameterklassvis multiplicera stamantalet enligt stamräkningen med provträdens genomsnittliga kubikmassa (diameterklassens kuberingstal). Härvid förutsättes således, att provträden även skola representera diameterfördelningen. Någon särskild härledning av klassmitten med stöd av stamräkningen utföres sålunda ej (jfr LANGSÆTER 1929).

Vid härledningen av medelfelet å beståndets kubikmassa med avseende på ett visst trädslag, är det klarläggande att tänka sig denna kubikmassa ( $Q$ ) uppdelad i två delar: provträden och de återstående träden, vilkas kubikmassor betecknas med resp.  $V$  och  $W$ . I övrigt införas följande beteckningar. För  $i$ :te diameterklassen är:

$p_i$  = antalet provträd

$v_i$  = provträdens sammanlagda kubikmassa

$n_i$  = totala stamantalet minskat med antalet provträd

$w_i$  = totala kubikmassan minskad med provträdens kubikmassa.

Vi få sålunda följande uttryck för kubikmassan:

$$Q = V + W, \dots\dots\dots (I)$$

där  $V = v_1 + v_2 + v_3, \dots\dots\dots (2)$

och  $W = w_1 + w_2 + w_3, \dots\dots\dots (3)$

eller  $W = n_1 \frac{v_1}{p_1} + n_2 \frac{v_2}{p_2} + n_3 \frac{v_3}{p_3} \dots\dots\dots (4)$

Provträdens kubikmassa ( $V$ ) kunna vi här betrakta som felfri. De återstående trädens kubikmassa ( $W$ ), som beräknats med ledning av provträdens kuberingsstal  $\left(\frac{v_i}{p_i}\right)$ , är på grund av provträdens bristande representativa egenskaper behäftad med ett medelfel ( $\epsilon_w$ ), som kan uppskattas enligt formeln:

$$\epsilon_w = \sqrt{n_1^2 \frac{\sigma_1^2}{p_1} + n_2^2 \frac{\sigma_2^2}{p_2} + n_3^2 \frac{\sigma_3^2}{p_3} \dots\dots\dots} \quad (5)$$

där  $\sigma_i$  betecknar medelavvikelsen med avseende på provträdens kubikmassa inom  $i$ :te diameterklassen. Medelavvikelsen beräknas enligt formeln:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - M)^2}{p - 1}} \dots\dots\dots (6)$$

där  $x$  är det enskilda trädets kubikmassa,  $M$  det aritmetiska medeltalet av kubikmassan  $\left(\frac{v}{p}\right)$  och  $p$  antalet provträd i diameterklassen.

Vid bearbetningen gäller det sålunda i första hand att studera kubikmassans medelavvikelse i diameterklasserna.

## KAP. II. BESKRIVNING AV MATERIALET.

Materialet utgöres av fällda provstammar, som insamlats för olika ändamål. Provstammarna ha sålunda tagits från provytor för gallringsförsök och olika specialundersökningar, från bestånd på försöksparkerna samt från två större stämplingstrakter. Vi skilja därför i det efterföljande på prov-



Tab. 1. Beskrivning  
Grundytan och huggningsprocenten

Provyta, bestånd eller trakt nr	Areal ha	Belägenhet	
		Skog	Län
Provyta 14: II.....	0,18	Krp. Omberg	Östergötlands
» 53: I.....	0,25	» Dalby	Malmöhus
» 54: II.....	0,25	» »	»
» 154: II.....	0,25	» Skarhult	»
» F 26.....	0,18	» Vallen	Västernorrlands
» F 27.....	0,48	» Ön	»
» F 30.....	0,83	Göstrings häradsallmanning	Östergötlands
» F 31.....	0,87	» »	»
» F 32.....	0,25	Krp. Abborrträskliden	Västerbottens
» F 33.....	0,50	Norr-Edsta	Västernorrlands
» Sf 8: III...	0,70	Siljansfors försökspark	Kopparbergs
» Sf 18: II...	0,70	» »	»
» Sf 21: II...	0,17	» »	»
» T 32: II...	0,25	Tönnersjöhedens försökspark	Hallands
Bestånd 21.....	5,6	Siljansfors försökspark	Kopparbergs
» 35.....	8,1	» »	»
» 40.....	15,6	» »	»
» 48.....	13,0	» »	»
» 126.....	6,3	» »	»
» 172.....	6,4	» »	»
» 180.....	9,8	» »	»
» 184.....	9,9	» »	»
» 201.....	11,6	» »	»
» 9.....	6,8	Svartbergets försökspark	Västerbottens
» 14.....	23,8	» »	»
» 37.....	10,9	Kulbäckslidens försökspark	»
Trakt 1929.....	148	Svartbergets försökspark	»
» 1931.....	110	» »	»

\* Det kvarvarande virkesförrådet är ej stamräknat.

\*\* Överståndare.

ytor, bestånd och trakter. Över materialet lämnas en beskrivning i tab. I, s. 288—289.

För provvytorna nr 154: II, F 26, F 27, F 32 och F 33 samt bestånd nr 40 äro provstammarna uttagna objektivt bland beståndets stammar vid undersökningstillfället. Dessa provträäd äro representativa för beståndet omedelbart före en huggning. Någon sådan har emellertid ej utförts, utan provstammarna äro fälda för vissa specialundersökningar. I övriga fall ha provträden uttagits objektivt bland de vid huggningen avverkade träden.

## ANTALET PROVTRÄD OCH KUBIKMASSANS NOGGRANNHET 289

av materialet.

avse samtliga trädslag.

Bestandsform	Ålder år	Bonitet enligt Jonson	Grundytan på bark före huggn. m <sup>2</sup> /ha	Huggnings- procent		Bearbetningen avser
				stam- antal	grund- yta	
Granskog.....	65	II	51,6	37	30	det avverkade virket
» .....	55	I	39,6	28	22	» » »
» .....	60	I	58,9	20	13	» » »
» .....	70	I	36,2	0	0	beståndet före huggningen
Tallskog .....	115	IV	39,9	0	0	» » »
» .....	90	III	29,9	0	0	» » »
» .....	55	III—IV	33,8	48	36	det avverkade virket
» .....	105	III—IV	33,3	43	33	» » »
» .....	155	V	26,3	0	0	beståndet före huggningen
Granskog.....	115	III—IV	28,1	0	0	» » »
Tallskog.....	185	VI	14,7	34	32	det avverkade virket
Barrblandskog	130	III	25,8	53	43	» » »
» .....	80	IV	35,7	40	28	» » »
Granskog.....	55	II	41,8	41	28	» » »
Barrblandskog	140—185	V	21,7	46	49	» » »
» .....	100	IV	18,1	36	42	» » »
» .....	55	V	21,2	0	0	beståndet före huggningen
» .....	100—155	III	20,9	36	36	det avverkade virket
» .....	105	IV	20,5	29	32	» » »
Tallskog.....	150	VI	13,4	49	49	» » »
» .....	165	V	20,0	46	41	» » »
Barrblandskog	55	V	14,3	40	36	» » »
» .....	50—200	II—III	25,0	8	11	» » »
» .....	110	V—VII	—*	—	—	» » »
» .....	{ 90 175—400** }	V	22,8	11	34	» » »
» .....	220	V	—*	—	—	» » »
» .....	{ 60—200 200—400** }	VI	—*	—	—	» » »
» .....	{ 90 175—400** }	VI	—*	—	—	» » »

Provstammarna äro enmeterssektionerade, varvid diametern mätts genom korsklavning och angivits i mm med avrundning nedåt. Kubikmassan har härletts på vanligt sätt (jfr NÄSLUND 1936, s. 60). Och den här utförda bearbetningen gäller kubikmassan på bark.

Tabell 1 visar, att materialet företer en betydande spridning med avseende på där angivna beskrivande faktorer. Övervägande delen av materialet har dock hämtats från äldre bestånd, där ett rationellt uttagande av provträden har den största betydelsen.

För bestånd 9 samt trakterna 1929 och 1931 saknas uppgifter om grundyta före gallringen samt huggningsprocent, emedan stamräkningen endast omfattat det utstämplade virket.

Trakterna 1929 och 1931 äro två större stämplingstrakter med äldre skog, som utgöres av såväl rena tall- och granbestånd som barrblandskog. Stämplingen har haft karaktären av föryngringshuggning med kalavverkning av vissa bestånd och stark utglesning av andra delar samt i mindre utsträckning uttagande av överståndare i ungskog.

### KAP. III. KUBIKMASSANS MEDELAVVIKELSE I DIAMETERKLASSERNA.

För de enskilda provytorna, bestånden och trakterna har kubikmassans medelavvikelse i diameterklasser med 2,5 cms vidd ( $\sigma$ ) beräknats enligt formel (6) samt uttryckts i procent av kubikmassans aritmetiska medeltal i klassen (relativ medelavvikelse). Beräkningen har beträffande barrblandskog utförts för huvudträdslaget och i några fall, där provstamsmaterialet varit rikligt, för både tall och gran var för sig.

I fig. 1 visas ett exempel på medelavvikelsens beroende av diameterklassen, varvid angivits såväl den absoluta som relativa medelavvikelsen. Den relativa medelavvikelsen sjunker och den absoluta stiger med stigande diameterklass. I syfte att härleda medelserier för medelavvikelsen i diameterklasserna har denna utjämnats grafiskt över diametern. Härvid har det ansetts fördelaktigt att använda den relativa medelavvikelsen. Den utjämnade medelavvikelsen återges i tab. 2 och 3.

I dessa tabeller avser huggningsprocenten det trädslag, för vilket medelavvikelsen härletts, och gäller virkesförrådet från 10 cms brösthöjdsdiameter på bark och däröver. Det totala antalet provstammar, som ligger till grund för medelavvikelsernas beräkning för de olika provytorna, har även angivits. Det bearbetade provstamsmaterialet omfattar sammanlagt 1189 enmeterssektionerade tallstammar och 1451 granstammar. Vi erinra om att medelavvikelsen för provytorna 154: II, F 26, F 27, F 32 och F 33 samt bestånd 40 avser beståndet före huggningen och i övriga fall det vid huggningen avverkade virket.

Materialet är av för ringa omfattning för att tillåta härledning av ett empiriskt samband mellan medelavvikelsen och uttryck för beståndets och ståndortens egenskaper. Tab. 2 och 3 avse därför endast att visa exempel på kubikmassans medelavvikelse för det avverkade virket och i mindre omfattning för beståndet före huggningen hos provtytor, bestånd och trakter av

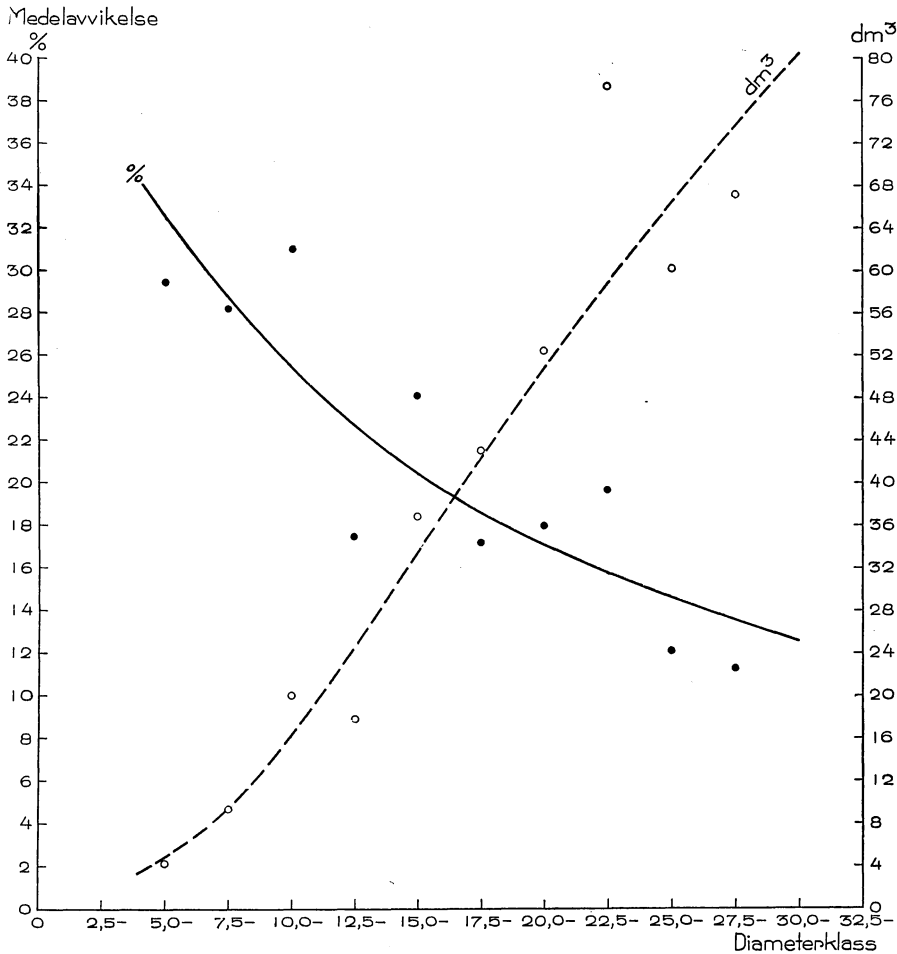


Fig. 1. Exempel på den absoluta och relativa medelavvikelsens beroende av diameterklassen. Gran i bestånd 201.

i det föregående beskriven typ. Av tabellerna framgår, att den relativa medelavvikelsen genomgående avtager med stigande diameter, men storleken av detta avtagande varierar betydligt. I diameterklassen 20- varierar medelavvikelsen mellan 11,3—19,4 procent för tall och för gran äro motsvarande siffror 9,6—19,2 procent.

Vi erinra om att medelavvikelsen hänför sig till diameterklasser av 2,5 cms vidd. För vidare klasser blir givetvis medelavvikelsen större, emedan det enskilda trädets kubikmassa i genomsnitt stiger med stigande brösthöjdsdiameter.

Tab. 2. Kubikmassans medelavvikelse

Provyta, bestånd eller trakt nr	Areal ha	Ålder år	Bonitet enligt Jonson	Huggnings- procent		Antal prov- stam- mar
				stam- antal	grund- yta	
Provyta F 26.....	0,18	115	IV	0	0	49
» F 27.....	0,48	90	III	0	0	50
» F 30.....	0,83	55	III—IV	48	36	126
» F 31.....	0,87	105	III—IV	43	33	96
» F 32.....	0,25	155	V	0	0	85
» Sf 8: III.....	0,70	185	VI	34	32	101
Bestånd 14.....	23,8	{ 90 175—400** }	V	25	48	111
» 21.....	5,6	140—185	V	44	48	57
» 40.....	15,6	55	V	0	0	84
» 172.....	6,4	150	VI	49	49	71
» 180.....	9,8	165	V	46	41	88
» 184.....	9,9	55	V	38	31	71
Trakt 1929.....	148	{ 60—200 200—400** }	VI	—*	—	114
» 1931.....	110	{ 90 175—400** }	VI	—*	—	86

Tab. 3. Kubikmassans medelavvikelse

Provyta, bestånd eller trakt nr	Areal ha	Ålder år	Bonitet enligt Jonson	Huggnings- procent		Antal prov- stam- mar
				stam- antal	grund- yta	
Provyta 14: II.....	0,18	65	II	37	30	70
» 53: I.....	0,25	55	I	28	22	69
» 54: II.....	0,25	60	I	20	13	55
» 154: II.....	0,25	70	I	0	0	101
» F 33.....	0,50	115	III—IV	0	0	49
» Sf 18: II.....	0,70	130	III	66	62	104
» Sf 21: II.....	0,17	80	IV	41	29	64
» T 32: II.....	0,25	55	II	41	28	78
Bestånd 9.....	6,8	110	V—VII	—*	—	72
» 14.....	23,8	{ 90 175—400** }	V	7	25	86
» 35.....	8,1	100	IV	38	52	71
» 37.....	10,9	220	V	—*	—	98
» 48.....	13,0	100—155	III	38	40	101
» 126.....	6,3	105	IV	31	36	94
» 201.....	11,6	50—200	II—III	8	10	114
Trakt 1929.....	148	{ 60—200 200—400** }	VI	—*	—	117
» 1931.....	110	{ 90 175—400** }	VI	—*	—	108

\* Det kvarvarande virkesförrådet är ej stamräknat.  
\*\* Överståndare,

ÄNTALET PROVTRÄD OCH KUBIKMASSANS NOGGRANNHET 293

i diameterklasserna. Tall.

Medelavvikelse i procent														
10-	12,5-	15-	17,5-	20-	22,5-	25-	27,5-	30-	32,5-	35-	37,5-	40-	42,5-	45-
23,1	19,6	16,7	14,2	12,0	10,4	8,9	7,7	6,6	5,7					
		11,9	11,7	11,5	11,2	11,0	10,8	10,6	10,3	10,1	9,9	9,6		
15,5	15,3	15,0	14,7	14,5	14,2	14,0	13,7							
17,6	16,3	14,9	13,7	12,5	11,5	10,5	9,6	8,8	8,1	7,5				
16,9	15,7	14,6	13,6	12,8	12,2	11,7	11,3	—	—	—	10,4			
15,7	14,3	13,1	12,1	11,3	10,7	10,3	10,1	9,9	9,8	9,7				
21,8	20,8	19,8	18,8	17,8	16,8	15,8	14,8	13,8	12,8	11,8	10,8	9,8	8,8	7,8
25,7	19,7	16,3	13,9	12,1	10,8	9,7	8,8	8,1	7,5	7,1	6,7	6,3		
21,8	19,4	17,4	15,7	14,2	13,0	12,0	11,1	10,3	9,6					
24,3	21,9	19,9	18,2	16,6	15,3	14,1	12,9	12,0	11,1	10,3				
20,6	19,3	18,3	17,4	16,7	16,2	15,8	15,5	15,2	15,1	14,9	14,8			
24,3	20,2	16,5	13,5	11,1	9,3	7,9	6,8	6,1	5,8					
32,7	28,9	25,4	22,3	19,4	16,9	14,7	12,9	11,4	10,1	9,1	8,4	7,7	7,2	6,7
25,3	22,5	20,3	18,3	16,8	15,7	14,8	14,2	13,7	13,2	12,8	12,5	12,2	12,0	11,8

i diameterklasserna. Gran.

Medelavvikelse i procent														
10-	12,5-	15-	17,5-	20-	22,5-	25-	27,5-	30-	32,5-	35-	37,5-	40-	42,5-	45-
13,1	12,6	12,2	11,8	11,4	10,9	10,5	10,1	—	—	8,8	8,4			
22,9	18,4	14,5	11,7	9,6	8,2	7,2	6,5							
14,7	13,8	12,9	12,1	11,2	10,3									
		10,8	10,7	10,6	10,4	10,3	10,2	10,1	9,9	9,8	9,7			
19,7	18,0	16,4	14,9	13,6	12,4	11,3	10,5	9,7	9,0	8,4	7,8	—	6,9	
20,3	18,4	16,4	14,4	12,5	10,7	8,9	7,2	5,7	4,3	3,1				
20,3	19,1	17,9	16,9	16,0	15,2	14,6	14,0							
16,6	14,7	13,2	12,1	11,1	10,3	9,7	9,2	8,7	8,3					
19,6	17,5	15,5	13,5	11,5	9,5	7,5	5,5							
30,7	26,7	23,0	19,7	16,7	14,2	12,1	10,4	9,0	8,0	7,3	6,8			
26,8	23,5	20,4	17,7	15,3	13,2	11,6	10,2	8,9	7,9					
22,8	20,1	17,7	15,7	14,1	13,1	12,5	12,1	11,9	11,8	11,7	11,7			
26,0	20,3	16,5	13,9	12,0	10,6	9,6	8,9	8,3	7,9					
25,9	21,1	17,7	15,3	13,3	11,7	10,4	9,3	8,3	7,5	—	6,2			
25,2	22,7	20,4	18,6	17,1	15,7	14,6	13,6	12,7	11,9					
29,1	26,1	23,5	21,2	19,2	17,4	15,9	14,7	13,7	12,9	12,1	11,6	11,2		
25,6	23,2	20,8	18,3	15,9	13,9	12,2	10,7	9,6	8,6	7,9	7,3	6,9	6,7	6,6

På grund av materialets begränsning äro vi hänvisade till att endast diskussionsvis jämföra medelavvikelsen för beståndet före huggningen och för det avverkade virket. Medelavvikelsen för beståndet före huggningen är i princip större än för det avverkade virket, emedan det senare i regel utgör en mer eller mindre extrem del av beståndet. Endast om huggningen är fullt likformig blir medelavvikelsen lika i de båda fallen. För i praktiken vanliga huggningsformer i medelålders och äldre skog torde skillnaden i medelav-

Tab. 4. Medelserier för kubikmassans medelavvikelse i diameterklasserna. Serierna gälla för det avverkade virket.

Grupp	Antal	Enhet	Medelavvikelse i procent och relativa tal									
			10-	12,5-	15-	17,5-	20-	22,5-	25-	27,5-	30-	32,5-
Tall												
Provytor	3	procent	16,3	15,3	14,3	13,5	12,8	12,1	11,6	11,1	10,7	10,4
»	»	rel. tal	1,27	1,20	1,12	1,05	1,00	0,95	0,91	0,87	0,84	0,81
Bestånd	5	procent	23,3	20,4	18,4	16,4	14,9	13,7	12,7	11,8	11,0	10,5
»	»	rel. tal	1,56	1,37	1,22	1,10	1,00	0,92	0,85	0,79	0,74	0,70
Trakter	2	procent	29,0	25,7	22,8	20,3	18,1	16,3	14,8	13,6	12,6	11,6
»	»	rel. tal	1,60	1,42	1,26	1,12	1,00	0,90	0,82	0,75	0,70	0,64
Gran												
Provytor	6	procent	18,0	16,2	14,5	13,2	12,0	10,9	10,0	9,2	8,5	7,8
»	»	rel. tal	1,50	1,35	1,21	1,10	1,00	0,91	0,83	0,77	0,71	0,65
Bestånd	7	procent	25,3	21,7	18,7	16,3	14,3	12,6	11,2	10,0	8,9	8,1
»	»	rel. tal	1,77	1,52	1,31	1,14	1,00	0,88	0,78	0,70	0,62	0,57
Trakter	2	procent	27,4	24,6	22,2	19,8	17,6	15,6	14,0	12,7	11,6	10,8
»	»	rel. tal	1,56	1,40	1,26	1,12	1,00	0,89	0,80	0,72	0,66	0,61

vikelse mellan beståndet före huggningen och det avverkade virket dock ej vara betydande. Resultaten i tab. 2 och 3 stöda denna uppfattning. Här redovisas huggningsformen av stamantalets och grundytans huggningsprocenter.

Aritmetiska medeltalet av medelavvikelsen i diameterklasserna har uträknats för följande materialgrupper: provytor, bestånd och trakter. Härvid ha provytorna 154: II, F 26, F 27, F 32 och F 33 samt bestånd 40 uteslutits, varför de erhållna medelserierna hänföra sig till det avverkade virket.

Resultatet framgår av tab. 4 samt har grafiskt återgivits i fig. 2 och 3. Medelserien ligger lägst för provytorna och högst för trakterna. För de grövre diameterklasserna är medelavvikelsen genomgående större för tallen än för granen, och för de lägre klas-

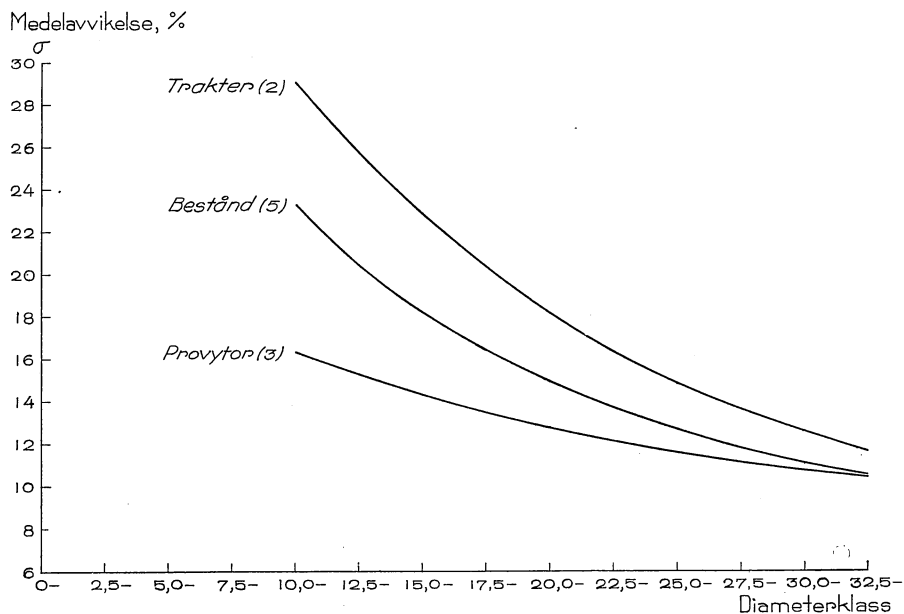


Fig. 2. Sambandet mellan relativ medelavvikelse och diameterklass. Tall.

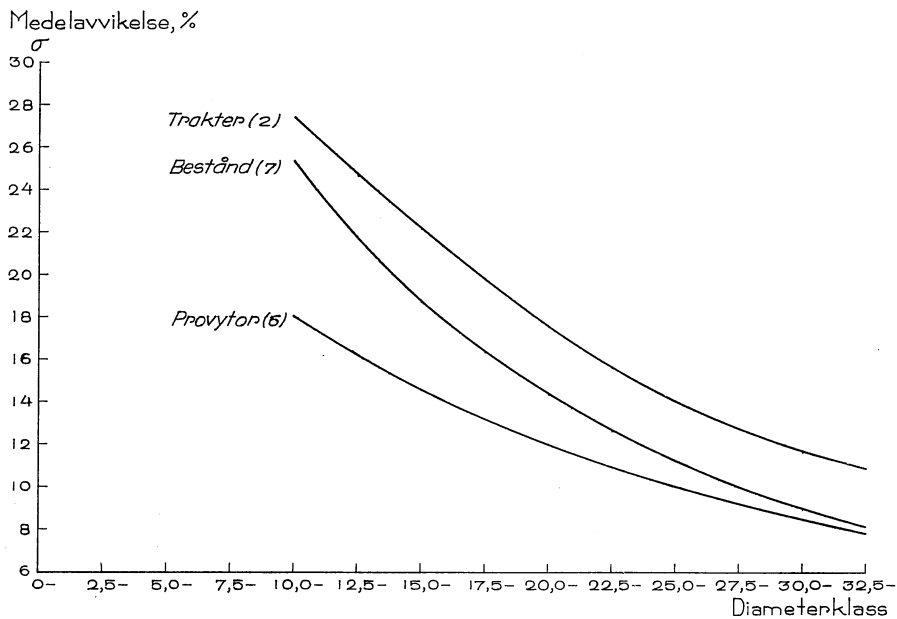


Fig. 3. Sambandet mellan relativ medelavvikelse och diameterklass. Gran.



serna är skillnaden mindre samt går i olika riktning. Vid jämförelser med tab. 2 och 3 framgår att spridningen kring medelserierna är betydande.

I tab. 4 har även relativa tal uträknats för de olika serierna, varvid medelavvikelsen i diameterklass 20- satts lika med 1,0. Relativtalen för diameterklasserna 10- och 32,5- återges i nedanstående sammanställning.

	Tall	Gran
Provytor: .....	1,27—0,81	1,50—0,65
Bestånd: .....	1,56—0,70	1,77—0,57
Trakter: .....	1,60—0,64	1,56—0,61

Vid behandlingen av frågan om provträdens rationella fördelning på diameterklasserna återkomma vi till dessa relativtal.

#### KAP. IV. ANTAL PROVTRÄD FÖR ETT MEDEFEL AV VISS STORLEK PÅ KUBIKMASSAN I BESTÅNDET.

Med stöd av medelavvikelsen i diameterklasserna ( $\sigma$ ) kunna vi nu enligt formel (5) beräkna medelfelet å kubikmassan i beståndet ( $\epsilon_w$ ) för de provträdsantal ( $P = \sum p$ ), som föreligga i materialet (tab. 2 och 3, s. 292). Dessa provträd ha uttagits genom kvoträkning med användande av samma kvot i alla diameterklasser (konstant provträdiskvot).

Övergå vi till relativt medelfel ( $\bar{\epsilon}_w$ ) och relativ medelavvikelse ( $\bar{\sigma}$ ), erhålles följande ekvation för medelfelet på kubikmassan, vari använda beteckningar ha samma betydelse, som i formlerna 1—6, s. 287.

$$\left(\frac{\bar{\epsilon}_w \cdot W}{100}\right)^2 = \left(\frac{w_1 \bar{\sigma}_1}{100}\right)^2 \frac{1}{p_1} + \left(\frac{w_2 \bar{\sigma}_2}{100}\right)^2 \frac{1}{p_2} + \left(\frac{w_3 \bar{\sigma}_3}{100}\right)^2 \frac{1}{p_3}, \dots \quad (7)$$

$$\text{där } p_1 + p_2 + p_3 + \dots = P$$

Varav:

$$\bar{\epsilon}_w^2 = \left(\frac{w_1 \bar{\sigma}_1}{W}\right)^2 \frac{1}{p_1} + \left(\frac{w_2 \bar{\sigma}_2}{W}\right)^2 \frac{1}{p_2} + \left(\frac{w_3 \bar{\sigma}_3}{W}\right)^2 \frac{1}{p_3} \dots \quad (8)$$

Med ledning av det beräknade relativa medelfelet vid i materialet förekommande provträdsantal kunna vi sedan uppskatta det erforderliga, totala provträdsantalet ( $P$ ) för ett visst relativt medelfel å kubikmassan i beståndet enligt formeln:

$$\frac{\bar{\epsilon}_w'}{\bar{\epsilon}_w''} = \sqrt{\frac{P''}{P'}}, \dots \quad (9)$$

där  $\bar{\varepsilon}_W'$ , är det nyss beräknade medelfelet vid provträdsantalet  $P'$  och  $P''$  det sökta provträdsantalet för medelfelet  $\bar{\varepsilon}_W''$ . Härvid förutsättes, att provträden uttagas med konstant kvot.

För i materialet ingående provytor, bestånd och trakter, vilka beskrivas i tab. 1, s. 288, har enligt formlerna (8) och (9) beräknats det provträdsantal ( $P$ ), som erfordras för ett medelfel av resp. 1, 2 och 3 procent på kubikmassan från 10 cm och däröver. Kalkylen gäller beståndet före huggningen eller det avverkade virket (tab. 1, s. 288) och har utförts för tall och gran var för sig. Resultatet framgår av tab. 5 och 6 s. 298.

Vi erinra om att medelfelet endast avser den osäkerhet, som härleder från provträdens bristande representativa egenskaper, och att medelfelet ( $\bar{\varepsilon}_W$ ) gäller kubikmassan av de träd, som återstå ( $W$ ), sedan provträdens kubikmassa ( $V$ ) frändragits ( $W = Q - V$ ).

Detta relativa medelfel ( $\bar{\varepsilon}_W$ ) är endast beroende av medelavvikelsen ( $\bar{\sigma}$ ) och kubikmassans fördelning på diameterklasserna ( $\frac{w}{\bar{W}}$ ) samt provträdsantalet (jfr formel 8) och kan sålunda härledas oberoende av förhållandet mellan provträdens kubikmassa ( $V$ ) och den totala kubikmassan ( $W + V$ ). Provträdens kubikmassa kunna vi här betrakta som felfri (jfr s. 286), varför det relativa felet hos totala kubikmassan ( $\bar{\varepsilon}_Q$ ) blir mindre och kan uppskattas enligt följande formel:

$$\bar{\varepsilon}_Q = \bar{\varepsilon}_W \cdot \frac{W}{W + V} \dots \dots \dots (10)$$

Ett i tab. 5 eller 6 angivet medelfel ( $\bar{\varepsilon}_W$ ) av t. ex. 2 procent reduceras således till 1,8 procent ( $\bar{\varepsilon}_Q$ ), om provträdens kubikmassa utgör 1/10 av totala kubikmassan.

Reduktionens storlek ( $\frac{W}{W + V}$ ) för olika kvoter ( $\frac{V}{W + V}$ ) återges i nedanstående sammanställning:

Kvot:	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{50}$
Reduktionsfaktor:	0,500	0,667	0,800	0,900	0,933	0,950	0,967	0,975	0,980

Härav framgår, att de i tab. 5 och 6 angivna medelfelen ( $\bar{\varepsilon}_W$ ) för låga provträdskvoter approximativt kunna överföras att gälla den totala kubikmassan ( $W + V$ ). Men för de provträdskvoter, som vanligen användas vid uppskattning av provytor, måste en betydande reduktion göras.

Tab. 5 och 6 visa, att det beräknade provträdsantalet för ett visst medelfel å kubikmassan varierar inom ganska vida gränser för de olika materialgrupperna (provytor, bestånd och trakter). Variationsvidden framgår närmare av nedanstående sammanställning, där det minsta och största beräknade provträdsantalet anges för ett medelfel av resp. 1, 2 och 3 procent.

Tab. 5. Erforderligt antal provträd för ett medelfel av 1, 2 och 3 procent på kubikmassan i beståndet. Tall.

Provyta, bestånd eller trakt nr	Medel- dia- meter, cm	Kubikmassans procentuella fördelning på diameterklasser								Procent av kubik- massan under medel- diam.	Medelav- vikelsens variations- vidd, σ i %	Antal provträd för ett medelfel av		
		10—	15—	20—	25—	30—	35—	40—	45—			1 %	2 %	3 %
Provyta F 26.....	19,6	7,5	24,3	37,9	28,8	1,5				29,0	23,1— 5,7	152	38	17
» F 27.....	26,6	—	3,8	22,9	33,3	29,6	9,4	1,0		38,2	11,9— 9,6	130	33	14
» F 30.....	14,2	50,4	38,6	10,5	0,5					40,2	15,5—13,7	276	69	31
» F 31.....	21,5	1,4	21,4	44,1	30,2	2,0	0,9			37,8	17,6— 7,5	149	37	17
» F 32.....	17,6	17,9	38,0	29,0	9,3	—	5,8			36,1	16,9—10,4	215	54	24
» Sf 8: III.	22,7	0,3	21,1	29,8	27,5	19,1	2,2			40,9	15,7— 9,7	134	34	15
Bestånd 14.....	27,6	1,6	4,4	7,7	19,4	23,9	22,9	12,6	7,5	23,0	21,8— 7,8	201	50	22
» 21.....	21,0	6,5	18,1	21,3	28,5	18,3	5,9	1,4		28,6	25,7— 6,3	138	34	15
» 40.....	15,6	25,8	24,8	22,5	16,7	10,2				28,5	21,8— 9,6	334	84	37
» 172.....	19,6	8,5	17,9	25,8	27,4	16,8	3,6			24,8	24,3—10,3	306	77	34
» 180.....	19,2	9,2	24,2	27,5	19,9	13,2	6,0			29,4	20,6—14,8	404	101	45
» 184.....	16,5	20,0	26,9	23,8	18,8	10,5				28,3	24,3— 5,8	187	47	21
Trakt 1929.....	24,5	1,7	7,7	17,6	23,8	25,2	15,6	6,5	1,9	25,0	32,7— 6,7	205	51	23
» 1931.....	27,8	1,3	4,5	9,0	13,9	23,9	23,7	14,9	8,8	22,1	25,3—11,8	248	62	28

Tab. 6. Erforderligt antal provträd för ett medelfel av 1, 2 och 3 procent på kubikmassan i beståndet. Gran.

Provyta, bestånd eller trakt nr	Medel- dia- meter, cm	Kubikmassans procentuella fördelning på diameterklasser								Procent av kubik- massan under medel- diam.	Medelav- vikelsens variations- vidd, σ i %	Antal provträd för ett medelfel av		
		10—	15—	20—	25—	30—	35—	40—	45—			1 %	2 %	3 %
Provyta 14: II....	19,9	3,5	37,3	37,4	18,3	—	3,5			39,9	13,1— 8,4	145	36	16
» 53: I.....	18,5	8,2	35,7	48,2	7,9					32,4	22,9— 6,5	128	32	14
» 54: II....	17,9	5,2	61,1	33,7						39,8	14,7—10,3	154	38	17
» 154: II....	27,2	—	2,6	17,5	39,0	35,1	15,8			38,8	10,8— 9,7	114	28	13
» F 33.....	22,7	2,7	8,0	19,0	30,4	29,2	9,4	1,3		19,9	19,7— 6,9	159	40	18
» Sf 18: II..	19,7	8,0	17,7	35,2	26,1	11,7	1,3			24,4	20,3— 3,1	140	35	16
» Sf 21: II..	15,0	37,0	30,1	25,3	7,6					36,9	20,3—14,0	389	97	43
» T 32: II..	16,4	18,7	53,1	21,3	4,2	2,7				35,3	16,6— 8,3	179	45	20
Bestånd 9.....	17,3	13,5	39,7	40,3	6,5					29,4	19,6— 5,5	183	46	20
» 14.....	20,7	5,8	20,0	24,9	23,2	17,2	8,9			28,9	30,7— 6,8	225	56	25
» 35.....	18,6	9,7	21,3	31,8	26,1	11,1				24,2	26,8— 7,9	262	65	29
» 37.....	20,8	4,5	14,0	28,3	26,8	19,3	7,1			22,9	22,8—11,7	258	65	29
» 48.....	17,4	15,3	21,7	31,8	23,7	7,5				24,4	26,0— 7,9	210	52	23
» 126.....	17,2	17,2	24,8	25,1	22,3	8,3	2,3			28,7	25,9— 6,2	240	60	27
» 201.....	19,1	9,4	25,4	26,3	20,2	18,7				28,7	25,2—11,9	344	86	38
Trakt 1929.....	18,2	11,0	21,6	28,6	21,4	11,1	4,8	1,5		24,1	29,1—11,2	480	120	53
» 1931.....	21,7	4,6	15,3	24,1	22,9	18,1	10,0	3,2	1,8	27,7	25,6— 6,6	195	49	22

		Minsta och största provträdsantal för ett medelfel av:		
		1 %	2 %	3 %
<i>Tall:</i>	Provytor.....	130—276	33—69	14—31
	Bestånd.....	138—404	34—101	15—45
	Trakter.....	205—248	51—62	23—28
<i>Gran:</i>	Provytor.....	114—389	28—97	13—43
	Bestånd.....	183—344	46—86	20—38
	Trakter.....	195—480	49—120	22—53

Ju större den relativa medelavvikelsen är i diameterklasserna ( $\bar{\sigma}_i$ ), d.v.s. spridningen hos det enskilda trädets kubikmassa, och ju större del av kubikmassan, som finnes i de lägre diameterklasserna, där medelavvikelsen är störst (jfrs. 291), desto större blir det erforderliga provstamsantalet för ett visst medelfel. Medelavvikelsens variation inom de olika materialgrupperna har tidigare redovisats i tab. 2 och 3, s. 292. För stigande medelfel avtar provträdsantalet efter en välkänd sats.

Materialet är av för ringa omfattning för att tillåta härledning av erfarenhetstal för provträdsantalet. Tab. 5 och 6 avse därför endast, att för provytor, bestånd och trakter av i materialet företrädd typ (jfr tab. 1, s. 288) ge exempel på det antal provträd, som under här gjorda förutsättningar erfordras vid uppskattningen av kubikmassan i beståndet.

De bearbetade stamräkningarna gälla övervägande det avverkade virket i beståndet och i mindre omfattning beståndet före huggningen (se tab. 1, s. 288). Under förutsättning att kubikmassans fördelning på diameterklasserna är likartad, torde det för i praktiken vanliga huggningar i medelålders och äldre skog ej föreligga någon avsevärd skillnad mellan det behövliga provträdsantalet för beståndet före huggningen och för det avverkade virket (se s. 294). Kubikmassans fördelning på diameterklasserna framgår av tab. 5 och 6.

De beräknade provträdsantalen i tab. 5 och tab. 6 förutsätta, som tidigare nämnts, att träden vid stamräkningen prickas i diameterklasser av 2,5 cms vidd, vilket är en vanlig klassvidd vid uppskattning av stämpningsposter i praktiken. Minskas klassvidden, minskas även medelavvikelsen i diameterklasserna (jfr s. 291), varigenom det erforderliga provträdsantalet för ett visst medelfel blir lägre. Vid en minskning av klassvidden ökar emellertid arbetet vid stamräkning.

De beräknade medelfelen ( $\bar{\epsilon}_w$ ) gälla den osäkerhet i kubikmassan, som här-

leder från provträdens bristande representativa egenskaper (representationsfel). Härvid förutsättes, att de enskilda provträdens kubikmassa är felfritt uppskattad (jfr s. 287). Vid taxeringar i praktiken tillkommer därför ett medelfel, som härrör från uppskattningen av provträden (uppskattningsfel). Beteckna vi uppskattningsfelet uttryckt i procent av provträdens kubikmassa med  $\bar{\epsilon}_U$ , så erhålles det totala, från provträden härledande medelfelet å kubikmassan i beståndet (W) angivet i procent ( $\bar{\epsilon}_T$ ) av formeln:

$$\bar{\epsilon}_T = \sqrt{\bar{\epsilon}_W^2 + \bar{\epsilon}_U^2} \dots\dots\dots (11)$$

Antaga vi, att uppskattningsfelet är 2 procent vid det antal provträd, som erfordras för ett representationsfel av 2 procent, blir sålunda det totala medelfelet i kubikmassan 2,8 procent. Medelfelet vid uppskattningen av provträden avtager vid stigande provträdsantal men ej i samma grad som representationsfelet (jfr NÄSLUND 1940). Vid uppskattningen av provträden i praktiken tillkomma ofta även systematiska fel.

Uppskattningsfelens storlek bero i hög grad på den använda metodiken samt på noggrannheten vid mätningarnas utförande. Denna fråga faller dock utom ramen för föreliggande uppsats.

I en tidigare avhandling har författaren behandlat frågan om huru många provträd, som erfordras för att medelfelet i kubikmassan skall uppgå till resp. 1, 2 och 3 procent, när hänsyn enbart tages till höjdkurvans osäkerhet. Härvid utfördes kuberingen med användande av diameterklasser av 1 cms vidd, för vilka höjden bestämdes med hjälp av provträdens numeriskt utjämnade höjdkurva, varvid klassens medeldiameter och formtal betraktades som kända (NÄSLUND 1929). Under dessa förutsättningar är det erforderliga provträdsantalet avsevärt mindre än för den här behandlade frågeställningen. I det förra fallet beror osäkerheten på höjdens variation för en viss diameter och i det senare fallet på variationen av det enskilda trädets kubikmassa inom en 2,5 cms diameterklass. Den sistnämnda variationen är givetvis betydligt större.

## KAP. V. PROVTRÄDENS FÖRDELNING.

Vid i det föregående utförda medelfelsberäkningar har förutsatts, att provträden uttagits efter samma kvot i alla diameterklasser. För den praktiska tillämpningen är detta en enkel, objektiv metod, som ej gör anspråk på att fördela provträden över diameterklasserna på effektivaste sätt. I praktiken kan en teoretiskt riktig fördelning av provträden endast få karaktären av ett steg i rätt riktning på grund av bristande kännedom i förväg om upp-

skattningsobjektet. Under sådana förhållanden har det ansetts lämpligt att grunda medelfelsberäkningarna på ovannämnda metod, varigenom en underskattning av medelfelet ej riskeras. I det efterföljande skola vi teoretiskt behandla frågan om provträdens fördelning på diameterklasserna.

Vi eftersträva en rationell fördelning av provträden. Innebörden av benämningen rationell är givetvis beroende på uppskattningens syfte. Här förutsättes en rationell provträdsfördelning innebära, att provträden skola fördelas så, att den erforderliga noggrannheten å kubikmassan över en viss minimidimension uppnås med minsta möjliga antal provträd. Med denna definition är den uppställda frågeställningen en rent matematisk uppgift, som kan lösas på följande sätt (jfr TISCHENDORF 1927). Härvid använda beteckningar ha samma betydelse som i formlerna 1—6, s. 287.

Medelfelet på kubikmassan är enligt formel (5):

$$\varepsilon_W^2 = n_1^2 \frac{\sigma_1^2}{p_1} + n_2^2 \frac{\sigma_2^2}{p_2} + n_3^2 \frac{\sigma_3^2}{p_3} + \dots$$

Provträden skola fördelas så, att  $\varepsilon_W^2$  blir ett minimum.

$$\varepsilon_W^2 = \min.$$

Sätt:

$$p_1 + p_2 + p_3 + \dots = P$$

Alltså:  $k^2 p_1 + k^2 p_2 + k^2 p_3 \dots - k^2 P = 0$

$$\varepsilon_W^2 = n_1^2 \frac{\sigma_1^2}{p_1} + k^2 p_1 + n_2^2 \frac{\sigma_2^2}{p_2} + k^2 p_2 + n_3^2 \frac{\sigma_3^2}{p_3} + k^2 p_3 + \dots - k^2 P;$$

Sätt:

$$\varepsilon_W^2 = S$$

$$\frac{\delta S}{\delta p_1} = -n_1^2 \frac{\sigma_1^2}{p_1^2} + k^2,$$

$$\frac{\delta S}{\delta p_2} = -n_2^2 \frac{\sigma_2^2}{p_2^2} + k^2;$$

$$\frac{\delta S}{\delta p_3} = -n_3^2 \frac{\sigma_3^2}{p_3^2} + k^2;$$

---


$$k = \frac{n_1 \sigma_1}{p_1} = \frac{n_2 \sigma_2}{p_2} = \frac{n_3 \sigma_3}{p_3} = \dots$$

$$p_1 = \frac{n_1 \sigma_1}{k}; \quad p_2 = \frac{n_2 \sigma_2}{k}; \quad p_3 = \frac{n_3 \sigma_3}{k};$$

$$\frac{n_1\sigma_1}{k} + \frac{n_2\sigma_2}{k} + \frac{n_3\sigma_3}{k} + \dots = P;$$

$$k = \frac{\Sigma n\sigma}{P}$$

$$p_1 = \frac{n_1\sigma_1}{\Sigma n\sigma} P; \quad p_2 = \frac{n_2\sigma_2}{\Sigma n\sigma} P; \quad p_3 = \frac{n_3\sigma_3}{\Sigma n\sigma} P;$$

$$p_1 : p_2 : p_3 \dots = n_1\sigma_1 : n_2\sigma_2 : n_3\sigma_3 \dots \dots \dots (I_2)$$

D. v. s. provträdsantalet i diameterklasserna förhåller sig som produkten av klassens stamantal och absoluta medelavvikelse,  $\sigma$  (jfr TISCHENDORF 1927).

Övergå vi till relativ medelavvikelse ( $\bar{\sigma}$ ), erhålles följande uttryck:

$$\sigma_i = \frac{v_i \bar{\sigma}_i}{p_i 100}$$

Men  $\frac{v_i}{p_i}$  är approximativt lika med  $\frac{w_i}{n_i}$

$$\text{Alltså:} \quad \sigma_i = \frac{w_i \bar{\sigma}_i}{n_i 100}$$

Ur formel (I<sub>2</sub>) erhålles:

$$p_1 : p_2 : p_3 \dots = w_1 \bar{\sigma}_1 : w_2 \bar{\sigma}_2 : w_3 \bar{\sigma}_3 \dots \dots \dots (I_3)$$

Ovannämnda sats kan sålunda även formuleras på följande sätt. Provträdsantalet i diameterklasserna förhåller sig som produkten av klassens kubikmassa och relativa medelavvikelse ( $w_i \bar{\sigma}_i$ ).

Under förutsättning att provstammarnas kubikmassa i diameterklasserna ( $v_i$ ) endast utgör en obetydlig del av totala kubikmassan i klasserna ( $w_i + v_i$ ), kunna vi approximativt sätta:

$$p_1 : p_2 : p_3 \dots = (w_1 + v_1) \bar{\sigma}_1 : (w_2 + v_2) \bar{\sigma}_2 : (w_3 + v_3) \bar{\sigma}_3 \dots \dots (I_4)$$

D. v. s. provträdsantalet i diameterklasserna förhåller sig som produkten av klassens totala kubikmassa och relativa medelavvikelse. Denna fördelningsregel kan i princip läggas till grund för provträdens fördelning vid uppskattning i praktiken av stora bestånd eller trakter, för vilka ovannämnda approximation är berättigad. Enligt denna metod för provträdens uttagande blir provträdskvoten variabel.

Vid den praktiska tillämpningen måste man i regel nöja sig med några få grupper av diameterklasser, för vilka kubikmassans fördelning uppskattas

Tab. 7. Provträdens procentuella fördelning på diameterklasser enligt konstant provträdiskvot (a) och enligt variabel provträdiskvot (b). Tall.

Bestånd eller trakt nr	Metod	Provträdens procentuella fördelning på diameterklasser														
		10,0-	12,5-	15,0-	17,5-	20,0-	22,5-	25,0-	27,5-	30,0-	32,5-	35,0-	37,5-	40,0-	42,5-	45,0-
Bestånd 14	a	2,9	7,4	7,4	7,3	5,9	7,3	10,3	10,3	8,8	10,3	7,3	5,9	4,4	1,5	3,0
	b	0,7	1,9	3,0	3,6	4,1	6,1	10,8	12,0	10,9	13,4	10,6	9,3	6,9	2,3	4,5
21	a	7,3	13,4	15,4	14,3	11,4	9,8	10,2	7,7	5,6	2,5	1,6	0,4	0,4	—	—
	b	4,0	8,4	11,8	12,6	11,1	10,8	12,8	10,9	8,9	4,1	3,0	0,8	0,8	—	—
40	a	38,4	19,6	13,3	10,5	7,0	4,2	2,8	2,1	1,4	0,7	—	—	—	—	—
	b	20,5	14,1	12,6	13,8	11,5	8,4	6,7	5,8	4,3	2,3	—	—	—	—	—
172	a	13,1	17,1	14,0	13,1	10,6	10,5	6,5	8,1	4,0	2,0	1,0	—	—	—	—
	b	4,0	8,5	10,2	11,8	12,1	14,5	10,2	13,6	8,2	4,5	2,4	—	—	—	—
180	a	9,1	17,6	19,1	15,0	13,9	9,2	6,2	4,0	2,9	1,5	0,8	0,7	—	—	—
	b	2,7	8,1	12,8	13,2	14,5	12,7	9,5	9,2	7,6	4,4	2,5	2,8	—	—	—
184	a	31,7	15,9	17,5	11,9	8,7	5,6	3,2	3,1	0,8	1,6	—	—	—	—	—
	b	21,1	13,7	17,5	13,6	10,9	7,9	5,1	5,5	1,5	3,3	—	—	—	—	—
Trakt 1929	a	3,8	6,6	9,3	11,5	12,0	12,6	10,4	9,8	8,2	6,5	4,4	2,2	1,7	0,5	0,5
	b	1,3	2,6	4,9	8,5	10,4	13,0	11,5	12,7	10,7	9,4	6,9	3,4	2,7	0,9	0,9
1931	a	1,6	6,4	7,0	8,0	9,1	8,5	8,6	8,5	9,1	10,2	7,5	5,9	3,7	2,7	3,2
	b	0,4	1,8	2,5	3,8	5,0	5,6	6,9	7,7	9,8	13,7	11,5	10,4	7,3	5,8	7,6



Tab. 8. Provträdens procentuella fördelning på diameterklasser enligt konstant provträdeskvot (a) och enligt variabel provträdeskvot (b). Gran.

Bestånd eller trakt nr	Metod	Provträdens procentuella fördelning på diameterklasser														
		10,0-	12,5-	15,0-	17,5-	20,0-	22,5-	25,0-	27,5-	30,0-	32,5-	35,0-	37,5-	40,0-	42,5-	45,0-
Bestånd 9	a	13,2	17,8	23,2	20,2	14,0	9,3	1,5	0,8	—	—	—	—	—	—	—
	b	6,3	12,7	20,9	23,5	19,5	13,7	2,4	1,0	—	—	—	—	—	—	—
14	a	1,3	18,4	18,4	15,8	11,9	11,8	6,6	6,6	2,6	4,0	1,3	1,3	—	—	—
	b	0,6	10,3	13,9	15,7	13,2	13,6	8,7	9,4	3,9	6,1	2,1	2,3	—	—	—
35	a	16,7	17,3	14,2	13,6	12,9	9,9	6,8	4,9	2,5	1,2	—	—	—	—	—
	b	5,8	10,4	12,7	14,4	16,7	14,0	11,8	7,7	4,3	2,2	—	—	—	—	—
37	a	9,4	11,9	12,7	14,0	14,3	13,2	8,9	6,4	4,3	3,0	1,1	0,8	—	—	—
	b	2,6	4,4	7,1	10,0	14,3	14,1	13,6	10,8	9,2	7,7	3,3	2,8	—	—	—
48	a	24,0	19,0	14,0	12,5	11,5	8,0	5,5	3,5	1,0	1,0	—	—	—	—	—
	b	11,0	15,1	11,9	12,9	15,0	12,5	9,7	7,1	2,2	2,4	—	—	—	—	—
126	a	24,4	21,5	16,6	10,7	8,3	6,8	4,9	3,9	1,5	0,9	—	0,5	—	—	—
	b	12,4	15,5	16,2	12,7	11,4	10,6	8,4	7,1	2,8	1,9	—	1,0	—	—	—
201	a	13,1	16,4	14,8	18,0	13,1	8,2	4,9	4,9	3,3	3,3	—	—	—	—	—
	b	4,8	8,6	10,4	19,0	14,8	11,4	8,1	9,0	6,6	7,2	—	—	—	—	—
Trakt 1929	a	15,6	20,3	17,6	13,8	11,2	8,3	5,4	3,4	2,1	1,0	0,8	0,2	0,3	—	—
	b	5,4	10,6	12,5	13,5	14,8	13,5	10,5	7,2	5,1	2,9	2,3	0,8	0,9	—	—
1931	a	2,3	14,3	15,8	14,3	13,5	11,6	9,3	6,9	4,6	3,1	1,6	1,5	0,4	0,4	0,4
	b	0,9	7,5	10,4	12,3	14,0	13,6	10,8	9,4	7,0	5,7	2,8	3,0	0,8	0,9	0,9

Tab. 9. Provträdens antal och fördelning vid 2 procents medelfel å kubikmassan och olika metoder för deras uttagande.

a = konstant provträdskvot  
b = variabel »

Trakt nr	Trädslag	Metod	Totala provträdantalet	Provträdens fördelning på diameterklasser														
				10,0-	12,5-	15,0-	17,5-	20,0-	22,5-	25,0-	27,5-	30,0-	32,5-	35,0-	37,5-	40,0-	42,5-	45,0-
Trakt 1929	Tall	a	51	2	3	5	6	7	7	5	5	4	3	2	1	1	—	—
		b	45	1	1	2	3	5	6	5	6	5	4	3	2	1	1	—
	Gran	a	120	19	24	21	17	13	10	7	4	3	1	1	—	—	—	—
		b	86	5	9	11	12	12	12	9	6	4	2	2	1	1	—	—
Trakt 1931	Tall	a	62	1	4	4	5	6	5	5	5	6	6	5	4	2	2	2
		b	47	—	1	1	2	2	2	3	4	5	6	6	5	3	3	4
	Gran	a	49	1	7	7	7	7	6	5	3	2	2	1	1	—	—	—
		b	42	—	3	4	5	6	6	5	4	3	3	1	1	1	—	—

okulärt med ledning av förhandskänedom om uppskattningsobjektet och relativtals för medelavvikelsen bestämmas med stöd av erfarenhetstal. I det senare fallet torde de här framlagda relativtalen kunna vara till viss ledning (tab. 4, s. 294). Även om denna metod i praktiken endast kan få karaktären av ett steg i rätt riktning, bör man givetvis vid provträdens fördelning sträva efter att så långt möjligt taga hänsyn till den teoretiskt riktiga grund, varpå metoden vilar.

Vi skola närmare belysa skillnaden mellan provträdens fördelning enligt konstant kvot och enligt ovannämnda regel (formel 14). Den senare metoden benämna vi i det efterföljande variabel provträderskvot. För i materialet ingående bestånd och trakter återges i tab. 7 och 8, huru provträdsantalets procentuella fördelning på diameterklasser utfaller enligt såväl konstant provträderskvot (*a*) som variabel kvot (*b*). Vid den förra metoden bli de lägre diameterklasserna överrepresenterade och de högre klasserna underrepresenterade. I ogynnsamma fall, d. v. s. anhopning av träd i de lägre diameterklasserna och relativt liten medelavvikelse i dessa, är skillnaden betydande.

Vi skola med några konkreta exempel demonstrera betydelsen av en rationell fördelning av provträden. För detta ändamål väljas de två i materialet ingående trakterna, för vilka vi med god approximation kunna tillämpa formel (14) för den variabla provträderskvoten.

För dessa trakter har kubikmassans medelfel ( $\bar{\epsilon}_w$ ) beräknats för det totala provträdsantal (*P*), som erfordras för 2 procents medelfel enligt konstant provträderskvot (tab. 5 och 6), men härvid ha provträden nu fördelats enligt formel (14). Med stöd av detta lägre medelfel har sedan härletts det totala provträdsantal (*X*), som svarar mot 2 procents medelfel vid variabel provträderskvot. Denna beräkning har skett enligt följande formel:

$$\frac{\bar{\epsilon}_w}{2} = \sqrt{\frac{X}{P}} \dots\dots\dots (15)$$

Resultatet framlägges i tab. 9. Av denna framgår, att det erforderliga antalet provträd är 12—28 procent större vid konstant kvot än vid variabel kvot. I ogynnsamma fall är sålunda skillnaden betydande. En riktig fördelning av provträden är därför ett betydelsefullt moment, då det gäller att med minsta möjliga medel uppnå erforderlig säkerhet.

## KAP. VI. SAMMANFATTNING.

Undersökningens huvudresultat utgöres av tab. 5 och 6, s. 298, vilka visa det provträdsantal, som under vissa förutsättningar (jfr s. 297) erfordras, för att medelfelet å kubikmassan från 10 cms brösthöjdsdiameter och där-

över skall uppgå till resp. 1, 2 och 3 procent vid stamräkning av provytor, bestånd och stämplingstrakter av i materialet företrädd typ (jfr tab. 1, s. 288). Härvid tages enbart hänsyn till den osäkerhet, som härleder från provträdens bristande representativa egenskaper. Vid stamräkningen förutsättes, att träden redovisas i diameterklasser av 2,5 cms vidd, samt att provträden uttagas genom kvoträkning med användande av samma kvot i alla diameterklasser (konstant provträdiskvot).

För att med minsta möjliga provträdsantal uppnå erforderlig noggrannhet skola provträden enligt undersökningen fördelas på diameterklasserna proportionellt mot produkten av kubikmassa och relativ medelavvikelse i varje klass. Till ledning för provträdens fördelning enligt denna princip (variabel provträdiskvot) framläggas vissa medelserier för den relativa medelavvikelsen (tab. 4, s. 294).

### Anförd litteratur.

- LANGSÆTER, A., 1929. Diameterklassenes gjennemsnittlige diameter. Medd. fra Det norske Skogforsøksvesen, nr 11. Oslo.
- NÄSLUND, MANFRED, 1929. Antalet provträd och höjdkurvans noggrannhet. Medd. från Statens skogsförsöksanstalt, H. 25, nr 3. Stockholm.
- , 1936. Skogsförsöksanstaltens gallringsförsök i tallskog. Primärbearbetning. Medd. från Statens skogsförsöksanstalt, H. 22, nr 1. Stockholm.
- , 1940. Funktioner och tabeller för kubering av stående träd. Medd. från Statens skogsförsöksanstalt, H. 32, nr 4. Stockholm.
- TISCHENDORF, WILHELM, 1927. Lehrbuch der Holzmassenermittlung. Berlin.

### Summary.

#### **The number of sample trees and the accuracy of the cubic volume in forest estimation by stem accounting.**

The purpose of the investigation is to fix the number of sample trees needed for estimating the cubic volume of sample plots, stands and lots of trees marked for cutting if, with a great degree of probability, the error in the cubic volume should not exceed a certain figure. The investigation takes account only of the variation depending upon that the sample trees do not exactly represent the material in all respects. Although it is assumed that the sample trees are selected by quotient (every  $n^{\text{th}}$  tree) or by another objective method.

The chief result of the investigation is to be found in the tables 5 and 6 with figures on the number of sample trees needed under certain assumptions and for material of the types in question with a standard error in total cubic volume of respectively 1, 2 and 3 percent when using the stem accounting method on sample plots, stands and lots of trees marked for cutting. It is assumed that the trees are grouped into diameter classes of 2,5 cms amplitude.

According to the results of the investigation the sample trees ought to be distributed on the different diameter classes in proportion to the product of the cubic volume and the relative standard deviation in every class if the required accuracy shall be attained by the use of a minimum number of sample trees. Average series are given as a guidance for distributing the sample trees according to this principle.

---