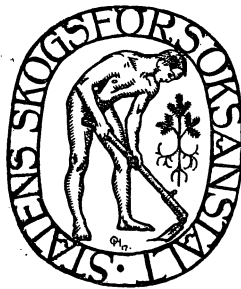


STUDIER ÖVER STAMFORMEN

STUDIEN ÜBER DIE STAMMFORM

AV

HENRIK PETTERSON



MEDDELANDEN FRÅN STATENS SKOGSFÖRSÖKSANSTALT
HÄFTE 23 · Nr 2

MEDDELANDEN
FRÅN
STATENS
SKOGSFÖRSÖKSANSTALT

HÄFTE 23. 1926—27

MITTEILUNGEN AUS DER
FORSTLICHEN VERSUCHS-
ANSTALT SCHWEDENS

23. HEFT

REPORTS OF THE SWEDISH
INSTITUTE OF EXPERIMENTAL
FORESTRY

N:o 23

BULLETIN DE L'INSTITUT D'EXPÉRIMENTATION
FORESTIÈRE DE LA SUÈDE

N:o 23



REDAKTÖR:
PROFESSOR DR HENRIK HESSELMAN

I N N E H Å L L:

	Sid.
Anmärkning av redaktören	II
ENEROTH, O.: Studier över risken vid användning av tallfrö av för orten främmande proveniens	I
A study on the risks of using in a particular district pine-seed from other sources	59
PETTERSON, HENRIK: Studier över stamformen	63
Studien über die Stammform	147
TRÄGÅRDH, IVAR: Entomologiska analyser av torkande träd	191
Entomological analysis of dying trees	213
WIBECK, EDVARD: Vår- eller höstsådd. Redogörelse för jämförande såddförsök, utförda av Statens skogsförsöksanstalt under tidsperioden 1912—1921	217
Spring or autumn sowing	286
TIRÉN, LARS: Om barrytans storlek hos tallbestånd	295
Über die Grösse der Nadelfläche einiger Kiefernbestände	330
HESSELMAN, HENRIK: Studier över barrträdsplantans utveckling i råhumus. I. Betydelsen av kvävemobiliseringen i råhumustacket för tall- och granplantans första utveckling	337
Studien über die Entwicklung der Nadelbaumpflanze in Rohhumus. I. Die Bedeutung der Stickstoffmobilisierung in der Rohhumus- decke für die erste Entwicklung der Kiefern- und Fichtenpflanze	412
MELIN, ELIAS: Studier över barrträdsplantans utveckling i råhu- mus. II. Mykorrhizans utbildning hos tallplantan i olika råhumus- former	433
Studien über die Entwicklung der Nadelbaumpflanze in Rohhumus. II. Die Ausbildung der Mykorrhiza bei der Kiefern-pflanze in ver- schiedenen Rohhumusformen	487
JONSON, TOR: Stamformsproblemet. Några synpunkter och siffror till dess belysning	495
Das Schaftformproblem. Einige Gesichtspunkte und Ziffern zu seiner Beleuchtung	581
Redogörelse för verksamheten vid Statens skogsförsöksanstalt under femårsperioden 1922—1926 jämte förslag till arbets- program. (Bericht über die Tätigkeit der Forstlichen Versuchs- anstalt Schwedens während der Periode 1922—1926; Account of the Work at the Swedish Institute of Experimental Forestry in the Period 1922—1926.)	
I. Gemensamma angelägenheter (Gemeinsame Angelegen- heiten: Common Topics) av HENRIK HESSELMAN	587
II. Skogsavdelningen (Forstliche Abteilung; Forestry division) av HENRIK PETTERSON	590
III. Naturvetenskapliga avdelningen (Naturwissenschaftliche Abteilung; Botanical-Geological division) av HENRIK HESSELMAN	597

	Sid.
IV. Skogsentomologiska avdelningen (Forstentomologische Abteilung; Entomological division) av IVAR TRÄGÅRDH.....	607
V. Avdelningen för föryngringsförsök i Norrland (Abteilung für Verjüngungsversuche in Norrland; Division for Afforestation in Norrland) av EDVARD WIBECK	613
Redogörelse för verksamheten vid Statens skogsförsöksanstalt under år 1926. (Bericht über die Tätigkeit der Forstlichen Versuchsanstalt Schwedens im Jahre 1926; Report on the Work of the Swedish Institute of Experimental Forestry).	
Allmän redogörelse av HENRIK HESSELMAN	626
I. Skogsavdelningen (Forstliche Abteilung; Forestry division) av HENRIK PETTERSON	626
II. Naturvetenskapliga avdelningen (Naturwissenschaftliche Abteilung; Botanical-Geological division) av HENRIK HESSELMAN	634
III. Skogsentomologiska avdelningen (Forstentomologische Abteilung; Entomological division) av IVAR TRÄGÅRDH.....	635
IV. Avdelningen för föryngringsförsök i Norrland (Abteilung für die Verjüngungsversuche in Norrland; Division for Afforestation problems in Norrland) av EDVARD WIBECK	636

Anmärkning av redaktören:

Då i föreliggande häfte av Skogsförsöksanstaltens Meddelanden förekommer en avhandling av professor HENRIK PETTERSON, som behandlar stamformsproblemet från delvis nya synpunkter och som i vissa punkter kritiserar den hos oss mest i praktiken använda metoden för stamformsuppskattningar, har jag, för att få frågan allsidigt belyst, öppnat Skogsförsöksanstaltens Meddelanden även för en avhandling om stamformsproblemet av professor TOR JONSON, som hittills mer än någon annan svensk forskare arbetat med denna fråga.

HENRIK HESSELMAN.



STUDIER ÖVER STAMFORMEN.

FÖRETAL.

Då jag sommaren 1925 tillträdde överassistentbefattningen å Skogsförsöksanstaltens skogsavdelning, blev jag av skogsavdelningens dåvarande föreståndare, framlidne professor GUNNAR SCHOTTE tilldelad arbetsuppgiften att ur anstaltens rikhaltiga provstamsmaterial söka utvinna ökad kunskap om tallens stamform.

Detta material, som insamlats under ledning av anstaltens förste föreståndare, jägmästaren A. MAASS (1902—1908) samt därefter av professor SCHOTTE (1909—1925), hade haft till huvuduppgift att ligga till grund för kuberingen av anstaltens försöksytor. I detta avseende var materialet redan utnyttjat. Emellertid uttalade professor SCHOTTE ofta den förhoppningen, att detta stora material dessutom skulle kunna användas för ett sådant klarläggande av formfrågan, att försöksytornas kubering i framtiden kunde komma att ske med stöd av stående provstammar.

Som av det följande framgår torde denna uppgift nu få anses vara i princip löst, även om en del detaljarbeten återstå. Det är för mig en tillfredsställelse, att de förväntningar, som i detta avseende hystes av min bortgångne vän och chef, sålunda kunnat infrias.

Då jag anser det vara av synnerlig vikt, att man går till behandlingen av denna fråga under fullt medvetande av de behov, som skola genom undersökningen tillfredsställas, har jag i kap. I sökt klarlägga min uppfattning härom. I kap. II diskuteras de hos oss vid praktiska undersökningar använda metoderna på området. Kap. III—V innehålla det för min undersökning grundläggande matematiska resonemanget. Detta har visserligen vuxit fram så småningom under sysslandet med materialet, men jag har ansett, att översiktligheten vunnit på dess framläggande i ett sammanhang. Slutligen lämnas i kap. VI—VIII redogörelse för materialet, bearbetningen och de därvid vunna resultaten.

De vidlyftiga arbetena med materialets gruppering och uträkningen av gruppmedeltalen ha utförts av t. f. assistenten, jägmästaren E. LUNDH

med hjälp av skogsbiträdena H. DARNALD och G. NORSTEDT samt räknebiträdet fröken R. MELLSTRÖM. Tabellerna I och II ha utarbetats av fröken M. ÖSTLIND. Kurvorna ha ritats av fröken E. HOGNER. Till samtliga dessa medhjälpare får jag här uttala ett hjärtligt tack.

Experimentalfältet i oktober 1926.

HENRIK PETTERSON.

KAP. I. Skogsförsöksanstalten och formfrågan.

För att kunna lösa sina olika arbetsuppgifter bearbetar skogsförsöksanstalten stamformsproblemet från vitt skilda synpunkter.

En undersökningslinje går ut på att klarlägga orsakerna till trädstammens utformning. Detta studium bedrivs genom precisionsundersökningar å ett fåtal valda stammar och kan i gynnsammaste fall kontrolleras genom experiment.

Denna kausalforskning måste stödas och kompletteras genom statistiska undersökningar över olika stamtipers förekomst i bestånd av olika typer. Härvid eftersträvas icke blott frekvenssiffror för hela beståndet utan en överblick över sättet för stamtypernas uppträdande, t. ex. deras fördelning på olika kronskikt. Vid dylika beståndsanalyser erfordras en norm för stamformernas klassificering. Som sådan har man i vårt land länge använt JONSONS absoluta formklass. Då emellertid denna icke är något lyckligt uttryck för formen (jfr s. 71), utgör finandet av en lämplig klassificeringsnorm ett viktigt önskemål för skogsförsöksanstalten.

Den sida av stamformsfrågan, som för närvarande i främsta rummet påkallar anstaltens uppmärksamhet, är emellertid den taxatoriska. Det gäller att finna en tillfredsställande metod för uppskattning av kubikmassa och tillväxt å försöksytorna. Härvid bereda formvariationerna den största svårigheten.

Vid försöksytornas uppskattning använder den svenska skogsförsöksanstalten, liksom, såvitt jag vet, alla utländska försöksanstalter, subjektivt valda provstammar. I ett par fall (Schweiz, Württemberg), ha dessa provträd undersökts stående genom sektionering, men i övrigt utväljas de bland gallringsvirket eller till en mindre del utanför försöksytan.

Enligt hos oss gällande bestämmelser skola provträden representera försöksytans efter gallringen kvarvarande bestånd. Härifrån har dock det undantaget gjorts, att verkligt skadade, krokiga, klykvuxna eller i övrigt abnorma stammar uteslutits.

Så valda provstammar kunna givetvis ej bliva allsidigt representativa för ytan. De ha endast betydelse för kuberingen. För detta ändamål

är det tillräckligt, om i varje diameterklass de genom kurvor utjämnade värdena å provträdens medelhöjd och medelformtal överensstämmer med förhållandena i beståndet.

Vid provträdsvalet har uppmärksamheten koncentrerats på höjden, och erhållandet av rätt medelformtal har väsentligen varit beroende på förutsättningen, att i samma bestånd träd med lika diameter och medelhöjd också ha samma medelformtal.

Att närmare diskutera frågan, i vilken mån dessa uppskattningar överensstämmer med verkligheten, ligger utom ramen för denna avhandling. På grund av metodens subjektiva karaktär kan resultatets säkerhet icke beräknas med stöd av de utförda observationerna. I ett fall, nämligen vid nedläggande av försöksytan n:o 154:II å Skarhults kronopark, kunde metoden kontrolleras genom sektionering av beståndets alla stammar. Härvid visade uppskattningen 1,6 % lägre resultat än sektioneringen, vilket i betraktande av de med metoden förenade svårigheterna måste anses som ett synnerligen vackert resultat. Andra erfarenheter giva vid handen, att en avvikelse på 5 % icke är utesluten. Allt hänger här på förrättningsmannens vana och skicklighet.

De utländska försöksanstalterna torde arbeta med liknande uppskattningsfel, kanske snarare större än våra, på grund av att de i regel använda färre provstammar. För Schweiz, där provträden, när så erfordras, sektioneras stående, uppger FLURY (1907) ett genomsnittligt fel av 2 %. Sannolikt har här fördelen av det fria provstamsvalet motvägts av det mindre antalet undersökta stammar.

Dessa metoder härstamma från en tid, då det betraktades som försöksanstalternas främsta uppgift att genom undersökning av ett stort antal provytor bestämma kubikmassan per hektar i s. k. normalbestånd av olika ålder och bonitet samt att på grundvalen av sådana uppskattningar utarbeta produktionstabeller. Fel av den angivna storleksordningen hade då ringa betydelse.

Denna uppgift kvarstår ännu, men den ligger i andra planet. Nu gäller det framför allt att efter förmåga söka besvara skogsskötselns frågor angående beståndens rätta vård och föryngring. Beståndsvårdens problem studeras i första rummet genom jämförande gallringsförsök. Vad som därvid mest intresserar är icke kubikmassan, utan tillväxten, alltså skillnaden mellan två uppskattningar. Om ett bestånd växer med t. ex. 2 % om året betyder ett uppskattningsfel om 2 % ett års tillväxt. För en observationstid av fem år motsvarar ett fel av ± 2 % vid första uppskattningen och -2 % vid den andra 40 % av tillväxten. Då de olika gallringsformernas produktionssiffror kanske avvika med mindre än 10 %, kunna, så länge ett dylikt fel riskeras, inga säkra slutsatser

om behandlingsmetodernas verkningar dragas förrän efter många års förlopp.

För praktiken, som kräver snabb vägledning angående beståndens rätta behandling, är en så lång väntan en mycket stor olägenhet. Men även vetenskapligt verkar det ytterst ogynnsamt, om resultatet av ett gallringsförsök kan avläsas först efter decennier. För försöksanstalten finnes det säkerligen endast en väg till gallringsfrågornas lösning, nämligen genom intimt samarbete mellan de naturvetenskapliga och skogliga krafterna. Botaniska undersökningar, markanalyser, temperaturbestämningar och många andra observationer måste utföras parallellt med de skogsstatistiska försöken. Men att erhålla sådana observationer, som äro representativa för tillståndet i en försöksyta under tiotals år, möter mycket stora svårigheter (jfr HESSELMAN, 1925, s. 344). Alltså är det en nödvändighet att allt göres som göras kan för att nedbringa observationstidens längd. Detta kan endast ske genom säkrare bestämning av beståndets kubikmassa och tillväxt.

Första villkoret härför är att vi erhålla statistiskt representativa provträd. I stället för den gamla metodens klumpsummor få vi med dylika provträd en överblick över variationen inom beståndet. Det blir möjligt att beräkna uppskattningens sannolika fel, varigenom antalet provträd kan avpassas efter behovet. Slutligen befrias vi från den överhängande risken, att gallringsformen får inflytande på provträdsvalet, varigenom ett farligt systematiskt fel kan insmyga sig i de jämförande gallringsförsöken.

Emellertid är de statistiskt representativa provträdens betydelse ingalunda begränsad till uppskattningen. Det förhåller sig snarare så, att denna reform kommer att verka ännu mer befruktande på bearbetningen av de problem, som falla inom skogsskötselns område. Genom att med hjälp av statistiskt representativa provträd studera variationen hos sådana faktorer som höjd, kronförhållande, kronform och kronskikt få vi överblick över individernas ställning till varandra och konkurrensen dem emellan. Härigenom öppnas ett arbetsfält, som kan genomforskas i alla riktningar under sökande efter de lagar, som bestämma beståndets liv.

Statistiskt representativa provträd på försöksytor kunna emellertid i allmänhet icke fällas, utan att gallringsförsöket snedvrides. Detta önskemål innebär alltså, att provträden skola uppskattas stående.

Ett dylikt framtidsmål har tydligen redan tidigt föresvävat SCHOTTE. I hans avhandling »Om gallringsförsök» (1912, s. 232) läses: »Själva uppskattningen av den stående skogen måste därför närmast anses som

en beräkning, tills man kommit därhän att fullt objektivt kunna uppskatta eller uppmäta stående stammar».

Att detta mål ej realiserats har med säkerhet berott på professor SCHOTTES övertygelse, att vi ännu ej haft någon för dylika ändamål användbar metod att uppskatta stående träd. Enligt min mening måste denna ståndpunkt anses berättigad. I varje fall kan det förfaringssätt, som under tiden efter 1912 hos oss använts inom praktiken, nämligen JONSONS kombinerade formpunkts- och formklassmetod, icke komma i fråga vid uppskattning av försöksytor. Skälen för detta omdöme skola framläggas i nästa kapitel.

I det föregående har jag framhållit de stora fördelar, som skulle åtfölja en övergång till statistiskt representativa provträd. Då dessa måste uppskattas stående är det av vikt, att vad som å ena sidan vinnes genom provträdens bättre representativa egenskaper ej å andra sidan går förlorat genom sämre formbestämning av varje enskilt provträd. Vid bedömandet av en metod från denna synpunkt måste man skilja på systematiska och tillfälliga fel. De subjektivt valda provträdens bristande representation medför en risk för systematiska fel, medan däremot uppskattningen av varje enskild fälld stam är förträfflig. Med objektivt valda provträd ligger så gott som hela risken i uppskattningen av de enskilda stående träden. Det är då av synnerlig betydelse, att denna senare uppskattning så långt det är möjligt befrias från systematiska fel. Detta sker genom längre driven uppdelning på typer, alltså vid direkt mätning genom flera mått. På grund härav är det möjligt, att den vunna fördelen av små systematiska fel måste köpas med ökad känslighet för tillfälliga avvikelser. En sådan svaghet hos metoden har emellertid mindre betydelse, eftersom den kan neutraliseras genom att använda ett större antal provträd.

Om det kunde lyckas att helt bortarbeta det systematiska felet skulle uppskattningens säkerhet endast begränsas av arbetskostnaden och försöksytans storlek, alltså ytterst övervägande av kostnaden. Vi ha i det föregående sett, vilken genomgripande betydelse det har, både praktiskt och vetenskapligt, att ett gallringsförsöks resultat kan avläsas inom rimlig tid. Enda vägen till detta mål är att göra uppskattningen säkrare. Man får då mot varandra väga fördelarna av tidsvinsten och olägenheten av ökad kostnad, samt därefter rätta antalet provträd. Sannolikt blir resultatet av ett sådant övervägande, att vissa lämpliga ytor uppskattas särskilt noggrant och att de naturvetenskapliga parallellförsöken koncentreras dit.

För att denna förmåga att anpassa arbetsmetoden efter behovet skall kunna vinnas är det nödvändigt, att det systematiska felet vid uppskatt-

ning av enskilda stående träd blir litet. Vid mitt sökande efter en lämplig metod för sådan uppskattning har jag därför uppställt följande krav:

1:o. De systematiska felen skola nedbringas så mycket som möjligt även med risk att de tillfälliga felen ökas.

2:o. Inom ramen för den typindelning, som föranledes av punkt 1, skall känsligheten för tillfälliga avvikelser nedbringas så mycket som möjligt genom lämplig förläggning av mätpunkterna.

KAP. II. Tor Jonsons formbestämningsmetod.

Innan vi söka nya utvägar för vetenskapligt tillfredsställande bestämning av formen hos stående träd torde det vara lämpligt att kritiskt granska det förfaringsätt, som i vårt land allmänt användes vid praktiska undersökningar med samma syfte, nämligen TOR JONSONS formbestämningsmetod.

JONSON härleder formen och volymen ur formklassen (formklassmetoden). För att kunna använda detta förfarande på stående träd bestämmer han formklassen med stöd av en punkt i kronan (formpunktsmetoden). Dessa båda led i beräkningen kunna med fördel betraktas var för sig.

Formklassmetoden.

Utgångspunkten för JONSONS arbeten på detta område var det av HÖJER (1903) påvisade förhållandet, att diametrarna hos ett av LOVÉN beräknat medelträd mycket nära följde funktionen

$$\frac{d}{D} = C \log \frac{c+l}{c}, \dots \dots \dots (1)$$

vari C och c äro konstanter, d diametern l meter från toppen och D diametern vid basen.

I detta uttryck insatte JONSON (1910, 1911) de konstantvärden, som motsvarade sex formklasser 0,55—0,80, och erhöi på så sätt sex kurvor, vilka vid jämförelse med på naturligt granmaterial formklassvis beräknade medeldiametrar visade god överensstämmelse. Då denna blev mindre god för tallen, ändrades ekvationen för detta trädslag genom tillfogande av en s. k. biologisk konstant till

$$\frac{d}{D} = C \log \frac{c+l-2,5}{c}, \dots \dots \dots (1 a)$$

Det bör tilläggas, att JONSON vid användandet av HÖJERS ekvation övergick till relativa tal, så att d uttrycktes i procent av basdiametern

och l i procent av längden från toppen till basen. Som bas valdes i konsekvens med JONSONS absoluta formklasser icke stubben, utan brösthöjden.

Formklassbegreppet infördes i vårt land av MAASS (1908), i anslutning till SCHUBERG, KUNZE och SCHIFFEL. Formklassen definierades genom formkvoten, d. v. s. förhållandet mellan trädets diameter på mitten och brösthöjdsdiametern. JONSON påvisade (1910), att denna formkvot påverkades av trädets höjd, varför han i analogi med RINIKERS (1873) absoluta formtal övergick till absoluta formklasser, vilka karakteriserades av kvoten mellan diametern på mitten av stamdelen ovan brösthöjd och brösthöjdsdiametern. Därmed vanns ett uttryck, som definierade formen hos stamdelen ovanför brösthöjd, oberoende av trädets höjd. För praktiskt bruk kunde detta vara tillfyllest. Om man däremot ville få ett grepp på hela trädets form, vilken vid alla biologiskt betonade formundersökningar är det enda som intresserar, så kvarstod emellertid det beslöjande inflytandet av höjden. För vetenskapliga ändamål måste man fordra, att träd i samma formklass också ha samma medelform, vilken höjd de än hava. Detta mål nås endast genom äkta formklasser, som bestämmas av kvoten mellan relativt likabelägna diametrar, t. ex. vid 50 % och 10 % av längden från marken räknat.

Beträffande den absoluta formklassen har JONSON själv framhållit (1910, s. 308 \times), att den icke sällan på ett besvärande sätt påverkas av rotansvällning, som når ovanför brösthöjd. Den är även beroende av, huruvida den övre mätpunkten faller inom eller under kronan. I själva verket finnes det ingen anledning att förmoda, att stamkurvan inom kronan skall sammanhänga med kurvan under kronan. Särskilt på lövträd är det motsatta förhållandet ofta påtagligt.

Det kan icke nog betonas, att den stamkurva, som för en viss formklass erhålles med HÖJERS ekvation, endast betecknar en av många stamtyper med samma formkvot, vilka var för sig äro fullt definierade och inbördes avvika rätt betydligt. Här frånses helt och hållet de variationer inom formklassen, som uppkomma genom att övre mätpunkten faller inom kronan eller att undre mätpunkten beröres av rotansvällning. Likaledes frånses alla smärre, mera lokala avvikelser, såsom kvistknölar, spår av skador m. m., vilka ännu mer öka formens växlingar. Att formvariationen inom formklassen trots denna begränsning kan vara betydande framgår av exemplet i fig. 1.

De båda stamkurvorna A och B representera två träd i formklass 0,70. Stammarna tänkas inlagda i ett koordinatsystem med längden efter x -axeln. Ordinaterna beteckna diametrar. Endast stamdelen ovanför brösthöjd tages i betraktande.

Å bilden synes omedelbart, att de två stammarna ha helt olika form. Härav inses, att den absoluta formklassen är ett dåligt formuttryck. Däremot ger den en rätt god föreställning om formtalet, vilket, då basdiametern och höjden äro givna, bestämmer kubikmassan.

Det absoluta formtalet är nämligen för trädet *A* 0,494 och för trädet *B* 0,476. Med HÖJERS ekvation erhålles i formklass 0,70 absoluta formtalet 0,484. Genom att använda sistnämnda värde bestämmer man alltså *A*:s kubikmassa 2,02 procent för lågt och *B*:s kubikmassa 1,68 procent för högt.

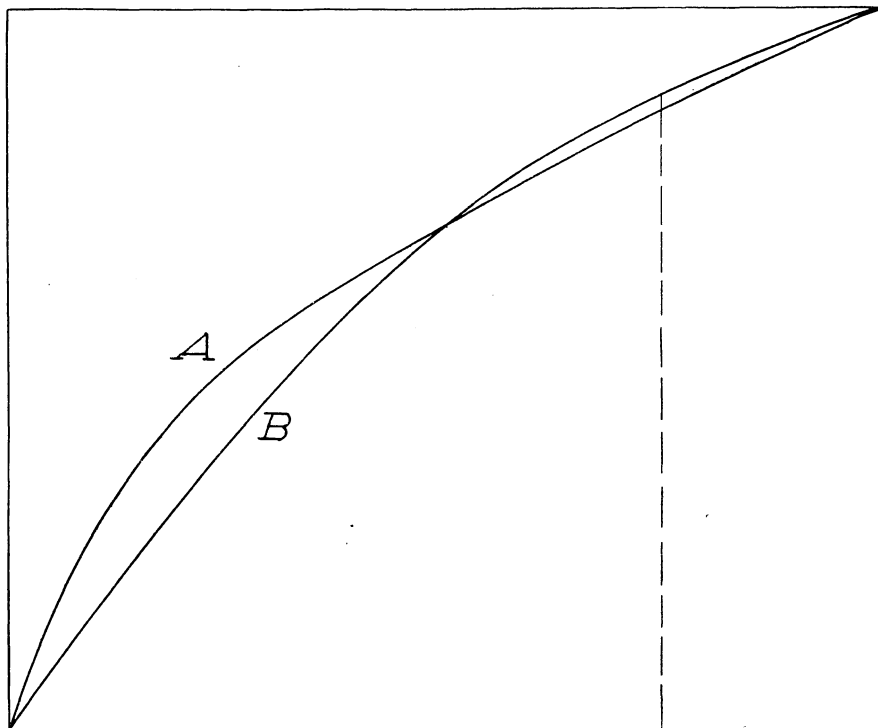


Fig. 1. Relativa formen hos två träd *A* och *B* i formklass 0,70. Ordinaterna äro proportionella med trädens diametrar. — (Die relative Form von zwei Stämmen *A* und *B* in der Formklasse 0,70. Die Ordinaten sind den Durchmesser proportional).

Vid metodens tillämpning på bestånd sker en viss utjämning, som ytterligare minskar dessa fel. Då det visat sig, att typen *A* övervägande förekommer hos träd med högt sittande kronor, medan typen *B* dominerar hos träd med låga kronor (se s. 130) kunna vi likväl icke vänta oss full felutjämning i beståndsmedeltalen. Det är snarare sannolikt, att man vid kubering med stöd av HÖJERS ekvation måste räkna med systematiska fel, som i vissa beståndstyper äro positiva och i andra äro negativa. Dessa fel kunna dock knappast uppnå en sådan storleksordning, att de

få betydelse vid praktiska uppskattningar av hela bestånds kubikmassa. För noggrannare bestämningar är det emellertid önskvärt, att typvariationen inom varje använd formgrupp begränsas genom formklassens uppdelning på undertyper. Detta kan ske genom att man utöver de två formklassbestämmande diametrarna mäter ännu en lämpligt belägen diameter. Det är en dylik metod jag använt i det följande, ehuru jag därvid gjort mig helt oberoende av formklassen.

För undvikande av allt missförstånd bör det betonas, att de nyss angivna felsiffrorna på intet vis få betraktas som mått på säkerheten vid kubering enligt HÖJERS ekvation. Därvid spela nämligen tillfälliga avvikelser en så betydande roll, att frågan om felrisken i ett givet fall ej kan utredas genom ett så allmänt hållet resonemang som det förestående. Det är här endast fråga om de systematiska fel, vilka förorsakas av lagbunden typvariation inom formklassen.

Såsom vi funnit äro dessa systematiska fel ej så stora, att de behöva utgöra något hinder mot användandet av HÖJERS ekvation vid kuberingar för praktiskt bruk och, vi kunna tillägga det, för en del vetenskapliga ändamål. Det var därför ett gott grepp, då JONSON ville underlätta ett sådant förfarande genom att upprätta en matematisk hjälptabell, där kubikmassan angavs för olika kombinationer av diameter, höjd och formklass. Tyvärr har emellertid denna avsikt realiserats på ett sätt, som från vetenskaplig synpunkt är mindre tillfredsställande.

Ifrågavarande tabell har utgivits under titeln TOR JONSON, »Massatabeller för träduppskattning» (1918). Den i och för sig enkla uppgiften att kubera en kropp med ifrågavarande profilkurva har här invecklats i sådan grad, att en prövning av tabellen måste bli rätt omständlig.

Till grund för tabellen ligger JONSONS för tall inom bark avsedda modifikation av HÖJERS ekvation (se formel 1 a, s. 69). Att så är förhållandet framgår av redogörelsen i JONSONS uppsats om »Tallens stamform» (1911, s. 317 ×), varifrån även övriga uppgifter om tabellens konstruktion äro hämtade.

Såsom jag förut visat (1925) och här längre fram (s. 91) närmare utvecklar är HÖJERS ekvation ett specialfall av kurvan

$$d = Q \log x, \dots \dots \dots (2)$$

där d är diametern x måttenheter från origo och Q är en konstant. Det för HÖJER utmärkande är att trädets topp alltid ligger i punkten $x = 1$.

Kurvan (2) representerar alla formklasser, varvid träd, som tillhöra en viss formklass, representeras av kurvan intill en viss basabskissa x_b . Ju längre kurvan utdrages åt höger, desto högre blir formklassen (jfr fig. 3, s. 89).

I enlighet härmed kan den kurva, som för en viss formklass hos stamdelen ovan brösthöjd erhålles med HÖJERS ekvation, utdragas förbi bröst-

höjden till stubbskåret. Härigenom fås för hela trädet en högre formklass än den, som bestämts för delen ovanför brösthöjd.

Även JONSONS tallkurva är ett specialfall av kurvan (2). Kurvan är densamma, men toppens läge i koordinatsystemet förskjutes genom tillfogandet av den s. k. biologiska konstanten så långt åt vänster, att dess avstånd från punkten $x = 1$ blir 2,5 procent av stamlängden ovanför brösthöjd.

Då denna kurva utdrages till högre formklasser flyttas toppen alltmera åt vänster. För ett och samma träd, vars stamkurva utdrages förbi brösthöjden till stubben, måste emellertid toppen kvarligga i det läge, som betingas av formklassen ovanför brösthöjd. Toppens avstånd t från punkten $x = 1$ förblir sålunda vid en dylik utdragnings konstant. Då stamlängden därvid ökas måste den biologiska konstanten, som betecknar avståndet t , uttryckt i procent av stamlängden, samtidigt minskas.

Detta förhållande har JONSON ej observerat (1911, s. 315 \times). Han utdrager sin tallkurva till stubbskåret och uträknar sedan genom insättning i tallekvationen hela trädets absoluta formklass. Så långt är beräkningen riktig. Men därefter ingår han med denna formklass i den kurva, som anger relationen mellan formklass och formtal hos träd med biologiska konstanten 2,5, och avläser där hela trädets absoluta formtal. Detta formtal blir tydligen oriktigt, eftersom hela trädets biologiska konstant är mindre än 2,5.

Innan vi närmare studera verkningarna av detta fel måste vi ägna någon uppmärksamhet åt det av JONSON införda stubbavdraget. JONSON mäter alla längder på liggande träd från stubbskåret och på stående träd från en tänkt stubbe. Undantag härifrån göres för brösthöjden, som alltid är 1,3 meter över marken. Vid tabellernas utarbetande har antagits, att stubbhöjden är 1 % av stamlängden ovanför stubben. Ett träd, som i tabellen upptages med 30 meters höjd, är alltså 30,3 meter högt över marken. Då brösthöjden ligger 1,3 meter över marken, är följaktligen brösthöjdens avstånd från toppen $= (30,3 - 1,3) = 29$ meter och dess avstånd från det beräknade stubbskåret $= 1$ meter.

Enligt min mening är denna beräkning onödigt invecklad. Naturligast vore väl, att alla längder liksom brösthöjden mättes från marken. Om man sedan i tabellerna ville göra ett avdrag för stubben, så vore ju detta en enkel sak.

Vi återvända nu till de absoluta formtalen. Hos ett 5 m högt träd blir med JONSONS beräkningssätt brösthöjdens avstånd från toppen $= (5,05 - 1,30) = 3,75$ meter. Stubbskårets avstånd från toppen är 5 meter. Punkten $x = 1$, där den logaritmiska stamkurvan skär trädets längdaxel, ligger enligt JONSONS förutsättning 2,5 procent av 3,75 meter

= 0,094 meter under toppen. Detta avstånd utgör 1,9 procent av hela stamlängden 5 meter. Den biologiska konstanten för hela trädet är alltså icke 2,5, såsom JONSON antagit, utan 1,9.

Enligt JONSONS tallfunktion är stammen en rotationskropp med stubbskäret som bas och med toppen i punkten $x = 1$. Antag, att denna kropps absoluta formtal är $= F$. Om trädets höjd är $= H$ och den biologiska konstanten är $= 2,5$, så är rotationskroppens höjd $= (1 - 0,025) H = 0,975 H$. Då är trädets volym

$$W = G \cdot 0,975 H \cdot F = G \cdot H \cdot 0,975 F.$$

Alltså är trädets formtal $\varphi_{2,5} = 0,975 F$.

Om däremot den biologiska konstanten är $= 1,9$ fås på samma sätt trädets formtal $\varphi_{1,9} = (1 - 0,019) F = 0,981 F$.

I fråga om 5 meter höga träd är, såsom vi nyss sett, värdet $\varphi_{1,9}$ det riktiga. JONSON har däremot använt värdet $\varphi_{2,5}$. Hans absoluta formtal i denna höjdklass böra därför korrigeras genom multiplikation med faktorn

$$\frac{\varphi_{1,9}}{\varphi_{2,5}} = \frac{0,981 F}{0,975 F} = 1,0062.$$

Vi beräkna på samma sätt korrektionsfaktorerna för olika höjdklasser och erhålla: för 10 m träd 1,0031, för 20 m träd 1,0014 och för 30 m träd 1,0008.

Dessa faktorer korrigerar de fel, som JONSON begått genom att på hela trädet ovanför stubben tillämpa den biologiska konstanten 2,5. Korrektionen skulle ge rätta värden, om JONSONS med användning av sistnämnda konstant beräknade funktion mellan formklass och formtal vore riktig. Så är emellertid icke förhållandet.

För bestämning av de absoluta formtal, vilka ligga till grund för ifrågasvarande funktion, har JONSON valt en säregen metod (1910, s. 313, 1911, s. 312). Med undvikande av integrering har han först beräknat relativa diametern vid varje tiondel av stammen ovan brösthöjd och sedan härlett formalet φ enligt formeln

$$\varphi = \frac{\frac{D^2}{2} + d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_9^2}{10 D^2},$$

där D är brösthöjdsdiametern och d_n diametern n tiondelar från brösthöjden.

Formeln innebär, att varje mellan två mätpunkter belägen stamdel kuberas enligt uttrycket

$$v = \frac{L}{10} \cdot \frac{g_n + g_{n+1}}{2}, \dots \dots \dots (3)$$

där v är volymen, L trädets längd ovan brösthöjd och g_n grundytan n tiondelar från brösthöjden. Denna formel är riktig för en hel eller stympad kvadratisk paraboloid, d. v. s. för stamdelar, där diametrarnas kvadrater bilda en aritmetisk serie.

Hos stammar, som äro formade enligt den generella logaritmiska funktionen (formel (2), s. 72), varav såväl HÖJERS som JONSONS stamekvationer utgöra specialfall, äro diametrarnas kvadrater proportionella med

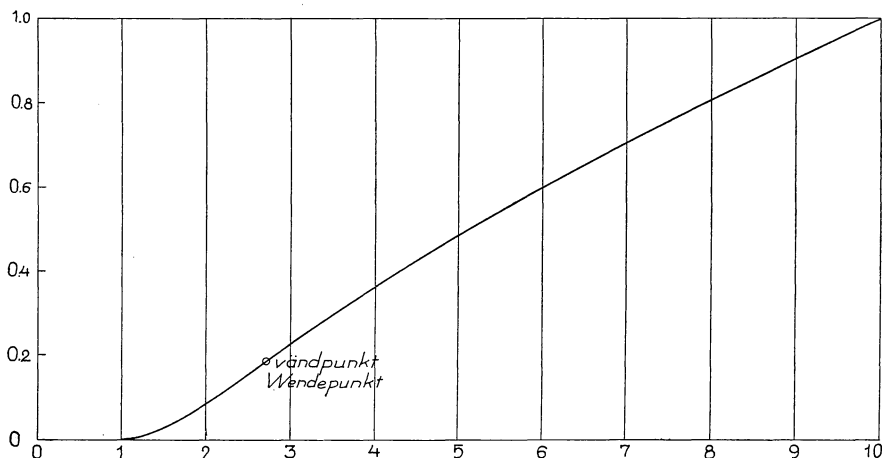


Fig. 2. Kurvan $z = (\log x)^2$.

$(\log x)^2$. Vi kunna alltså klargöra tillämpligheten av formel (3) på enligt JONSONS tallekvation byggda stammar genom att studera funktionen

$$z = (\log x)^2. \dots \dots \dots (4)$$

Denna funktion har uppritats i fig. 2. Kurvan är en s-formigt böjd linje som uppåt först är konkav och sedan konvex. För att finna vändpunktens läge derivera vi och erhålla

$$z' = \frac{2M^2 \ln x}{x}$$

$$z'' = \frac{2M^2 (1 - \ln x)}{x^2}$$

z'' blir = 0 för $\ln \bar{x} = 1$ och ändrar tecken vid passerandet av punkten $x = \bar{x}$. Alltså har funktionen $z = (\log x)^2$ en vändpunkt vid $x = 2,718$.

I JONSONS tallfunktion (formel 1 a, s. 69) är $C = \frac{1}{\log x_b}$, då x_b är basens abskissa (jfr PETTERSON, 1925, s. 40 och 46). Då x_b ligger i vändpunkten $x = 2,718$ är följaktligen $C = \frac{1}{\log 2,718} = 2,302$. Detta värde på C motsvarar närmast JONSONS tallformklass 0,61.

Då en kvadratisk paraboloid vid grafisk uppläggning av diametrarnas kvadrater tecknas med en rät linje är det tydligt, att formel (3) måste giva för höga resultat för sektioner, som ligga på den konkava delen av kurvan (4), alltså till vänster om punkten $x = 2,718$, och för låga resultat för sektioner, som ligga på kurvans konvexa del, alltså till höger om $x = 2,718$. Hos träd i formklass 0,61 eller lägre formklasser ligga alla sektioner på den konkava delen och bliva sålunda samtliga för högt kuberade. I mellanformklasserna falla en del sektioner på den konkava och en del på den konvexa kurvan, varför här en utjämning av felen äger rum. Hos träd i de högsta formklasserna överväger tendensen till för låg kubering.

För att få en föreställning om sektioneringsfelets storlek jämföra vi i formklasserna 0,60 och 0,80 de volymer, som för de nio nedersta sektionerna erhållas dels med sektionering och dels genom integrering. Det visar sig, att sektioneringen i formklass 0,60 ger 0,20 % för högt värde, medan den i formklass 0,80 uppskattar volymen 0,19 % för lågt.

Vid denna jämförelse har den översta toppsektionen uteslutits, emedan densamma är behäftad med ett särskilt fel. Enligt formel (3) kuberar toppsektionen med full längd såsom en hel kvadratisk paraboloid, d. v. s. med absoluta formtalet 0,50. Ett så högt formtal i denna sektion är ytterst sällsynt, varför toppsektionen i regel blir mycket för högt kuberad. Enligt JONSONS tallfunktion skär stamkurvan trädets längdaxel 2,5 procent under toppen. På grund av denna kurvas onaturliga karaktär blir det alltid en konventionell fråga, hur toppsektionen skall kuberar. Då det gäller att upprätta en matematisk tabell, som skall innehålla de mot tallfunktionen svarande volymerna, synes det dock riktigast, att även toppsektionen beräknas enligt denna funktion. I så fall ger JONSONS kubering av toppsektionen 95 % för högt värde i formklass 0,60 och 54 % för högt värde i formklass 0,80. Detta fel medför, att hela stamdelen ovanför brösthöjd kuberar 0,09 % för högt i formklass 0,60 och 0,36 % för högt i formklass 0,80.

I formklass 0,60 adderar sig detta fel till sektioneringsfelet, så att sammanlagda kuberingsfelet uppgår till + 0,29 %. I formklass 0,80 motverka felen varandra, varigenom kuberingsfelet nedgår till + 0,17 %. Genom invertering finna vi motsvarande korrektionsfaktorer, nämligen 0,9971 för formklass 0,60 och 0,9983 för formklass 0,80.

Vid tillämpning på en viss kombination av formklass och höjd skola dessa faktorer multipliceras med de korrektionsfaktorer, som vi å s. 74 funno nödvändiga på grund av den biologiska konstantens minskning vid stamkurvas utdragning förbi brösthöjden. Den slutliga korrektionsfaktor får då följande värden:

Höjd meter	Formklass	
	0,60	0,80
5	1,0033	1,0045
10	1,0002	1,0014
20	0,9985	0,9997
30	0,9979	0,9991

Förestående korrektionsfaktorer avse JONSONS absoluta formtal för hela stammen ovanför stubbskåret. Genom att multiplicera dessa formtal med kvoten mellan grundytorna vid stubben och vid brösthöjd har JONSON beräknat de brösthöjdsformtal, som ligga till grund för hans tabeller. Brösthöjdsformtalen ha i sin tur multiplicerats med produkten av brösthöjdsgrundytan och höjden, varigenom de i massatablerna införda kubikmassorna erhållits. Härav framgår, att såväl brösthöjdsformtalen som kubikmassorna böra multipliceras med samma korrektionsfaktorer som vi funnit erforderliga för de absoluta formtalen. Vi återkomma strax till en diskussion av dessa korrekcioners betydelse.

Frågan om massatablernas konstruktion är emellertid ännu icke uttömd. Vi ha hittills endast sysselsatt oss med formklassen 0,60 och högre formklasser. För de lägre formklasserna har JONSON utan tvingande skäl använt helt andra principer.

I dessa klasser stödas beräkningarna på formklass 0,50. Denna skulle utan svårighet ha kunnat behandlas på samma sätt som de övriga. Formklassen 0,50 erhålles nämligen, om man i tallfunktionen insätter konstantvärdena $C = 22,5$ och $c = 904,79$. I stället har JONSON här gått ifrån både tallfunktionen och sektioneringsmetoden och betraktar stammarna som koner, vilka kuberas med det matematiskt riktiga absoluta formtalet $\frac{1}{3}$.

I sin motivering till sektionismetoden (1910, s. 313 X) har JONSON anfört, att han väljer denna för att få mera överensstämmelse med den metod, som i praktiken användes för att noggrant bestämma ett liggande träds massa. Detta motiv skjutes emellertid åt sidan, så snart det gäller att kubera en kropp, vars absoluta formtal är känt. Om sektioneringsmetoden hade tillämpats på konen, skulle dennas absoluta formtal ha blivit 0,335.

Formklasserna 0,525, 0,55 och 0,575 ha beräknats genom interpolation emellan de efter helt olika principer härledda värdena i formklasserna 0,50 och 0,60.

Om vi betrakta behandlingen av denna mellangrupp som uttryck för en enhetlig princip, så kunna vi alltså fastslå, att JONSONS massatabeller äro utarbetade på grundvalen av tre skiljaktiga principer, som tilläm-

pats på var sin formklassgrupp. Inom den viktigaste gruppen, i formklasserna 0,60 och däröver, ha resultaten i sin tur framkommit under inflytande av tre teoretiska fel, vilka omväxlande utjämna eller förstärka varandra.

Av tablån å s. 77 se vi, att felen i slutresultatet för de där förekommande kombinationerna ingenstädes överskrider en halv procent. Det är tydligt, att fel av denna storleksordning icke ha någon betydelse vid tabellernas praktiska tillämpning. Icke förty medför JONSONS förfaringssätt stora olägenheter, men dessa ligga på ett annat plan än frågan om resultatens praktiska användbarhet. Dessa olägenheter be-lysas bäst av det sakförhållandet, att denna långa utredning behövs för att åtminstone i vissa huvuddrag klarlägga de begagnade metodernas verkningar. Vid en korrekt behandling av den matematiska uppgift, som här förelegat, hade allt detta resonering varit överflödigt. Det är just fördelen med en matematisk tabell, att man erhåller bestämt besked om de resultat, till vilka vissa klart formulerade förutsättningar leda. I ett givet fall kan då prövningen inskränkas till ett bedömande, huruvida dessa antagna förutsättningar äro tillämpliga. Genom de metoder, som JONSON tillgripit, har denna matematiska karaktär hos tabellerna gått förlorad. Läsaren måste i stället lita på författarens auktoritet.

Vid behandlingen av liknande uppgifter kan man ofta bli tvungen att ersätta en matematiskt korrekt, men invecklad metod med ett enklare närmelseförfarande. Gränsen för vad som i detta avseende kan tillåtas bestämmas av resultatets användbarhet. Men att välja ett invecklat och oöverskådligt närmelseförfarande framför en mindre arbetskrävande, enkel och korrekt metod, måste anses mindre lyckligt, även om resultatet skulle bli användbart.

Vi ha emellertid sett att JONSONS formklassmetod, trots otillfredsställande teoretisk utformning, kan leda till praktiskt användbara resultat. Förutsättningen för en sådan användbarhet är att formklassen kan bestämmas utan störande inflytande av dels kronan och rotansvällningen samt dels formvariationen inom formklassen. Detta är möjligt på liggande träd, där så många diametrar kunna uppmätas, att stamkurvan kan överblickas och eventuellt grafiskt utjämnas. För kubering av liggande träd behövs emellertid icke denna metod, eftersom dessa lättare kunna uppskattas genom sektionering. Formklassmetodens värde för praktiska uppskattningar är därför beroende av möjligheten att bestämma formklassen på stående träd.

Den utväg, som JONSON anvisat för detta ändamål, är formpunktsmetoden. Vi skola strax övergå till ett studium av denna. Dessförinnan

torde det dock vara lämpligt att i anslutning till det här ovan förda resonemanget söka bilda oss en föreställning om utsikterna att på stående träd bedöma formklassen och formtalet genom mätning av två diametrar.

Beträffande träd, som äro byggda i full överensstämmelse med HÖJERS ekvation eller JONSONS tallfunktion, är det klart, att formklassen kan bestämmas genom kvoten mellan diametern vid t. ex. 6 m och brösthöjdsdiametern. JONSON omnämner detta förfaringssätt och har i sina tabeller framlagt några siffror till ledning för en sådan formbestämning, men han reserverar sig bestämt mot metodens användning (1912, s. 237 \times) och förklarar den vara avgjort sämre än formpunktsmetoden (1918, s. 9).

Som skäl för denna avvisande hållning anföres bland annat, att varje liten felmätning eller oregelbundenhet vid måttstället medför en avsevärd felbestämning av formklassen, speciellt hos långväxt skog. Detta är otvivelaktigt riktigt. Då det gäller beståndsuppskattning torde emellertid, såsom jag förut framhållit (s. 68), verkningarna av tillfälliga fel ej böra överskattas, eftersom dessa kunna utjämnas genom ett större antal provträd.

Emellertid inverkar här ofta ett systematiskt fel, som uppkommer genom att stamkurvan lagbundet avviker från HÖJERS ekvation, respektive JONSONS tallfunktion. För att studera denna företeelse återvända vi till fig. 1. Vi funno att träden *A* och *B*, som båda tillhöra formklassen 0,70, avvika mycket med avseende på formen. Deras formtal äro dock tämligen lika, nämligen för *A* 0,494 och för *B* 0,476. Antag nu, att 6-metersmåtten faller vid den streckade linjen, mitt emellan brösthöjden och mitten av stamdelen ovan brösthöjd. Diametern i denna punkt är för trädet *A* 86,07 % av brösthöjdsdiametern, vilket enligt HÖJERS ekvation motsvarar formklassen 0,681 och absoluta formtalet 0,468. Hos trädet *B* är diametern i nyssnämnda punkt 88,32 % av brösthöjdsdiametern, vilket enligt HÖJERS ekvation motsvarar formklassen 0,727 och absoluta formtalet 0,510. Trädet *A*, som i verkligheten har högre formtal än trädet *B*, får alltså genom denna formklassbestämning lägre formtal än *B*. Felet är för *A* = - 5,26 % och för *B* = + 7,14 %.

I överensstämmelse med vad som framhölls å s. 71 ha dessa fel en tendens att endast delvis utjämnas vid beståndsuppskattningar. På grund härav torde vid dylika uppskattningar formklassens bestämning genom kvoten mellan diametrarna vid 6 m och vid brösthöjd få anses som en åtminstone under vissa förhållanden riskabel metod, såvida den icke kompletteras med en kontrollerande observation av t. ex. kronförhållandet eller en tredje diameter.

Då emellertid någon sådan metod hittills ej framlagts, kan 6 meters mätningen för närvarande icke tillrådas vid beståndsuppskattningar. För

bestämning av formklassen på stående träd återstår då endast formpunktsmetoden.

Formpunktsmetoden.

JONSONS formpunktsmetod bygger på METZGERS bekanta hypotes (1893, 1894, 1895), att stammens form bestämmes genom tillpassning till vindtryckets böjande kraft. Under hänvisning till kända mekaniska lagar slöt METZGER härav, att stammen under kronan borde ha formen av en kubisk paraboloid, vars topp vore förlagd till vindtryckets angreppspunkt. Han påvisade också på undersökta granstammar, att en dylik stamform existerade och att jämförelseparaboloidens toppunkt därvid hade ett sådant läge i kronan, att den mycket väl kunde antagas utgöra vindens tryckcentrum.

Då JONSON fick den utmärkta idén att kombinera METZGERS hypotes med HÖJERS ekvation, möttes han av vissa svårigheter. För METZGER, som utgick från att stammen hade formen av en kubisk paraboloid, var det en naturlig sak att söka dennas toppunkt genom den bekanta konstruktionen med stöd av diametrarnas kuber. JONSON däremot var övertygad om, att stamkurvan följer HÖJERS ekvation, alltså en logaritmisk kurva, som endast delvis företer likhet med en kubisk parabel. För honom gällde det därför att i den logaritmiska kurvan inpassa en kubisk parabel, vilken kunde representera METZGERS stamparaboloid. Emellertid kan man på ett logaritmiskt format träd av viss formklass inpassa hur många paraboloider som helst med olika topppunktslägen. Här uppstod alltså en fråga om valet av jämförelseparaboloid. JONSON valde i varje formklass den paraboloid, som med exakt överensstämmelse vid basen syntes honom bäst ansluta sig till stammens nedre delar (1912, s. 247 ×). Sättet för denna anslutning har icke klart definierats och följer icke någon bestämd lag. Förfarandet är subjektivt och undandrar sig därigenom objektiv kritik.

De så bestämda paraboloidtopparna kallar JONSON först tryckcentra (1912, s. 247 ×), men på grund av deras formbestämmande karaktär ger han dem sedan namnet *formpunkt*. Genom vissa korrekationer, som i det följande skola omnämnas, frångår han emellertid formpunktens identitet med stamparaboloidens topp, och avser med formpunkt vindtryckets angreppspunkt.

Denna vacklande terminologi har skapat ganska mycken oreda. Enligt min mening borde man ha reserverat den förträffliga termen formpunkt för den punkt, vilken, om METZGERS grundläggande hypotes håller streck, vanligen bestämmer formen, nämligen toppunkten hos en på något

entydigt sätt definierad stamparaboloid. Hur sambandet då skulle blivit framgår av nedanstående resonemang.

Hos ett fristående träd kan vindtryckets angreppspunkt, som jag kallat *tryckpunkt*, närmelsevis anses förlagd till kronans under hänsynstagande till blad- och grenytans fördelning beräknade *tyngdpunkt*. Om trädet stått så länge friställt att det hunnit komma i jämvikt, bör, därest METZGERS hypotes är riktig, stamparaboloidens toppunkt, alltså med den föreslagna terminologin *formpunkten*, falla i samma punkt. I ett bestånd däremot höjer sig på grund av skyddet från kringstående träd tryckpunkten över tyngdpunkten. Formpunkten bör fortfarande vara förlagd till tryckpunkten, men vi veta icke var denna ligger. Genom sådana undersökningar som TIRÉNS (1924, 1926) kan visserligen i enstaka fall tryckpunktens sannolika läge med rätt stor säkerhet bestämmas, och med ledning därav kan man skaffa sig en föreställning om, var tryckpunkten är förlagd i kronor av olika form och ställning i förhållande till omgivningen. Ändamålet med tryckpunktsbestämningen är likväl i detta sammanhang endast att fastslå formpunktens läge. Detta mål kan man nå direkt genom att på fälda stammar ur dessas form härleda formpunkten. Det är därvid möjligt, att en korrekt bestämd formpunkt får ett sådant läge, att den icke kan förutsättas vara tryckpunkt. Då formpunktsbestämningen hittills icke haft tillräcklig stadga, sakna vi säker kännedom om förekomsten av sådana undantag. Slutligen återstå de fall, då stammens form icke ens närmelsevis överensstämmer med någon kubisk paraboloid. Man kan då icke tala om någon formpunkt, men väl om en tryckpunkt.

I denna fråga har TIRÉN (1926, s. 81) företrätt en annan ståndpunkt. Han önskar reservera begreppet formpunkt för kronans tryckcentrum. För att undvika meningsskiljaktigheter om en annans terminologi begagnar jag för eget bruk termerna tyngdpunkt, tryckpunkt och stampunkt, med vilket sistnämnda begrepp förstås toppen av en på visst sätt definierad stamparaboloid (se s. 108).

Vid de undersökningar över formpunktsmetoden, som utförts av MATTSOON-MÅRN (1917) och PETRINI (1918), har tyngdpunkten betraktats som formpunkt, varigenom skillnaden mellan tyngdpunkt och tryckpunkt kommit att framstå som fel hos metoden.

Vi återvända nu till JONSONS ur de vid basen inpassade stamparaboloiderna härledda formpunkter, vilka jag här betecknar som primära. Jag motiverar längre fram (s. 105) min åsikt, att denna inpassning vid basen icke är rationell. Om den utföres lagbundet med tangerande kurvor leder den säkert till för högt belägna formpunkter. En tendens i samma

riktning gör sig gällande även då paraboloiderna inpassas efter ögonmått, såsom JONSON gjort.

Beträffande en formklass, nämligen 0,80, har detta förhållande stått klart även för JONSON. Där föll paraboloidens toppläge 7 % ovanför trädets topp. I syfte att råda bot härför sänktes formpunkten godtyckligt till 98 % av stammen från basen räknat. För utjämning av den kurva, som angav funktionen mellan formklass och primär formpunkt, ändrades dessutom formpunktshöjden i formklass 0,65 från 61 % till 62 % och i formklass 0,75 från 87 % till 85 %. Därmed var i tre formklasser av sju formpunktens samband med den inpassade paraboloidens topppunkt upphävt.

För de olika formklasserna hade nu formpunktshöjderna följande värden:

Tab. 1.

Formklass	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80
Formpunktshöjd.....	0,33	0,42	0,51	0,62	0,73	0,85	0,98

Formpunktshöjderna äro angivna med stamlängden över marken som enhet. Formklasserna avse hela trädets.

Nu ville emellertid JONSON klarlägga sambandet mellan absoluta formklassen för stamdelen ovan brösthöjd och hela trädets formpunktshöjd. Då JONSONS formbestämning uteslutande är baserad på stamdelen ovanför brösthöjd hade det varit från hans synpunkt naturligast, att han också vid jämförelseparaboloidens inpassning betraktat brösthöjden som bas. För formpunktshöjden ovanför brösthöjd hade då de i tab. 1 angivna värdena varit omedelbart giltiga. Deras omföring till procent av hela trädets längd hade sedan kunnat ske enligt formeln:

$$F = \frac{f(H-1,3) + 1,3}{H} \dots \dots \dots (5)$$

där F är trädets sökta formpunktshöjd, f formpunktshöjden ovanför brösthöjd enligt tab. 1 och H trädets höjd.

Emellertid har JONSON valt en annan väg. Han utdrager den mot formklassen ovanför brösthöjd svarande stamkurvan till marken och beräknar därefter hela trädets formklass. Sedan avläser han å den kurva, som utjämnar värdena i Tab. 1, trädets formpunktshöjd.

Om det antagna sambandet mellan formklass och formpunkt existerade, skulle detta förfaringssätt ge samma resultat som inpassning vid brösthöjd och tillämpning av formel (5). Enligt JONSONS förutsättningar är nämligen formpunkten identisk med vindtryckets angreppspunkt, och dennas läge i kronan kan icke ändras genom att en större eller mindre

del av stammen tages i betraktande. Emellertid lämna dessa båda beräkningar icke samma resultat, vilket bäst belyses genom ett exempel.

Ett 5 meter högt träd, vars absoluta formklass ovanför brösthöjd är 0,60, får vid stamkurvans utdragning till marken formklassen 0,62. För denna formklass erhålles genom interpolation i Tab. I formpunktshöjden 0,55.

Samma träds formpunktshöjd ovanför brösthöjd är enligt Tab. I 0,51. Genom insättning av detta värde i formeln (5) fås för hela trädet formpunktshöjden 0,64.

Denna motsättning visar, att METZGERS hypotes icke kan kombineras med HÖJERS ekvation på det av JONSON använda sättet. Huvudfelet i JONSONS system ligger utan tvivel däri, att jämförelseparaboloiderna inpassats vid basen.

Emellertid har JONSON icke stannat härvid. För att underlätta härledningen av hela trädets formpunktshöjd ur den absoluta formklassen ovanför brösthöjd och dessutom, enligt uppgift, göra det möjligt för taxatorn själv att ur den bedömda formpunkten exakt räkna sig till formkvoten konstruerade han en ny empirisk funktion mellan formpunktshöjd och absolut formklass av följande utseende (1912, s. 255 ×)

$$q = 0,726 \sqrt{F_p} + 0,081 - \frac{0,70}{h-1,3},$$

$$\text{varav } F_p = \left(q - 0,081 + \frac{0,70}{h-1,3} \right)^2 \cdot 1,896 \dots \dots (6)$$

där F_p är formpunktshöjden, q formkvoten och h höjden.

Denna formel har, sannolikt genom felskrivning, blivit oriktig. Om vi tillämpa den på det nyss anförda exemplet fås för ett 5 meter högt träd med en absolut formklass ovanför brösthöjd av 0,60 formpunktshöjden 0,95. Då JONSONS Tabell III (1912, s. 263 ×) för denna höjd och formklass upptager formpunktshöjden 0,55 undersöka vi formel (6) och finna, att tabellens värden äro beräknade enligt ekvationen

$$F_p = \left(q - 0,081 + \frac{0,07}{h-1,3} \right)^2 \cdot 1,896 \dots \dots (7)$$

Genom denna empiriska funktion (7) har ett nytt osäkerhetsmoment fullkomligt onödigt införts i det redan förut svåröverskådliga förfaringssättet. För att fullt kontrollera funktionens verkningar vore det nödvändigt att räkna om JONSONS Tab. III enligt de förutsättningar, som denne sökt tillfredsställa genom funktionen. Så mycket arbete är likväl icke saken

värd. I en formklass, nämligen 0,50, kunna vi emellertid se funktionens verkningar omedelbart. Stammarna äro här koner ovanför brösthöjd och de förbli koner vid utdragning till marken. Deras formpunktshöjd skall sålunda enligt Tab. I alltid vara 0,33, medan den i JONSONS tabell III varierar mellan 0,34 och 0,36.

De på så sätt beräknade formpunkterna återfinnas å varje tabellsida av JONSONS »Massatabeller för träduppskattning» (1918), Av det förestående torde framgå, att sambandet mellan dessa formpunktshöjder och METZGERS hypotes är synnerligen svagt. Metoden att inpassa jämförelseparaboloiderna vid basen, det subjektiva sättet för inpassningens genomförande, de vid framställningen av Tab. I verkställda korrektio- nerna och de ytterligare korrekationer, som blivit en följd av den empiriska funktionens användning, ha förenade så uppluckrat det eftersträ- vade sambandet, att man ej kan tala om en tillämpning av METZGERS tankegång.

Det föregående resonemanget är byggt på förutsättningen att stam- kurvan följer HÖJERS ekvation. Emellertid ha vi förut sett (s. 70) att HÖJERS kurva endast är ett specialfall bland många förekommande stam- kurvor. På grund härav varierar formen starkt inom en och samma formklass. Vi kunna vid praktiska undersökningar bortse från den härmed sammanhängande formtalsvariationen. Däremot måste vi taga hänsyn till det inflytande, som formens växlingar inom formklassen ha på kombinationen med METZGERS hypotes. Ett formpunktsläge, som bestämts med stöd av HÖJERS kurva, gäller endast i fråga om så formade träd, alltså för de undantagsfall, då en enskild stam följer kurvan, eller närmelsevis för medelträd av ett blandat material, där formvariationen inom formklassen utjämnats.

Enär METZGERS hypotes är mest styrkt i fråga om de vanligaste stamtyperna torde alltså en kombination av de båda hypoteserna ha största utsikten att lyckas, då det gäller medelformen hos ett blandat material, vars medelformklass icke alltför mycket avviker från den van- ligaste.

Detsamma måste i princip gälla för JONSONS formpunktsmetod. Vid dennas utarbetande ha, såsom vi nyss sett, flera avsteg gjorts från en konsekvent tillämpning av METZGERS hypotes. Särskilt betydelsefull är i detta sammanhang jämförelseparaboloidernas inpassning vid trädets bas. Det fel, som härigenom uppkommer, är minst i mellanformklasserna (jfr s. 106), vilket ytterligare begränsar metodens tillämplighet till detta område.

Vid ett bedömande av JONSONS formpunktsmetod gör man klokast i att bortse från METZGERS hypotes och betrakta de framlagda form-

punktshöjderna såsom fristående hypoteser. De få värde först i den mån som de bekräftas av direkta iakttagelser. Sådana äro emellertid svåra att utföra, därför att vi i regel icke veta var vindtryckets angreppspunkt ligger. Varje avvikelse från JONSONS funktion mellan formpunkt och formklass kan då också uppfattas som ett bevis på att formpunkten felbedömts. Under sådana förhållanden rör sig kontrollen i en cirkel, och metoden kan sitta i orubbat bo, även om den är aldrig så felaktig.

En dylik tendens kan spåras i utformningen av metodens detaljer. När någon trädtyp upptäckts, hos vilken den mot JONSONS funktion svarande formpunkten icke kunnat accepteras som sannolik angreppspunkt för vindtrycket, så har kritiken icke vänts mot funktionen, utan mot formpunktsbestämningen. Metoden har då kompletterats med någon biologisk hjälphyptes, som gjort det möjligt att placera formpunkten i det läge, där den enligt JONSONS funktion borde ligga.

Som ett talande exempel härpå kan hjälphytesen om grenvinkelns inflytande tjäna (jfr PETTERSON, 1925, s. 68). Särskilt hos lövträd med lågt ansatta grova grenar åvtager stammen hastigt inom kronan. Denna kronotyp utmärkes ofta av snett uppåtriktade grenar. Ju spetsigare grenvinkeln är, dess längre ned på stammen i förhållande till den gröna kronan ligger understa grenansättningen, där övergången sker till den starkare avsmalningen. Då grenarna gå så djupt, att de nå under den övre formklassbestämmande diametern, blir formklassen i dylika fall låg och JONSONS funktion ger vid normal formpunktsbedömning för hög formklass. Detta fel beror på, att stamkurvan avviker från HÖJERS kurva, vilket i sin tur innebär, att JONSONS funktion icke är tillämplig. JONSON uppfattar emellertid felet som ett utslag av oriktig formpunktsbedömning, och han söker en anledning att flytta ned formpunkten under vindtryckets angreppspunkt. Han framhåller (1912 s. 267 \times , 1918, s. 8) att det är i grenarnas fästpunkter, som vindtrycket överföres till stammen, varför formpunkten bör sänkas ungefär så mycket som fästpunkterna i medeltal ligga lägre än respektive grenars vindfångande lövmassa. Detta resonemang strider mot mekanikens enklaste lagar, enär vindtryckets inverkan på ett tvärsnitt av stamdelen under kronan bestämmes av tryckpunktens avstånd från detta tvärsnitt och är oberoende av sättet för grenarnas anknytning till stammen. Men åtgärden att sänka formpunkten verkar i rätt riktning, om man eftersträvar en med verkligheten överensstämmande formklassbedömning. Korrektionen blir större, ju spetsigare grenvinkeln är, vilket med samma förbehåll också är i vanliga fall riktigt. Däremot är det sannolikt, att bestämningen av formen hos stamdelen under kronan blir sämre genom den korrigerade formpunkten än med den direkt

uppskattade. Vi hålla oss emellertid för tillfället endast till formklassen och konstatera, att JONSON genom ett felaktigt resonemang gjort sin funktion praktiskt användbar inom ett område, där funktionen är oriktig och sålunda, om formpunkten bedömdes korrekt, icke skulle kunna tillämpas.

Även andra hjälphypoteser finnas. De bygga i regel icke på uppenbart felaktiga, utan snarare på obestyrkta biologiska förutsättningar. Om JONSONS funktion fordrar en formpunkt, som är högre belägen än vindtryckets sannolika angreppspunkt, bortförklaras motsättningen genom antaganden om en mot toppen avtagande vedstyrka. I fråga om »vargar» händer det ofta, att funktionen kräver en påfallande låg förläggning av formpunkten. Detta förhållande anses bero på stark kvistrensning, varför kronan före formpunktbedömningen rekonstrueras nedåt. Att avvikelserna kan bero på, att stamkurvan ej följer HÖJERS ekvation, har icke tagits i betraktande.

Viktigast av alla korrekationer är dock den höjning av formpunkten från kronans tyngdpunkt till vindens tryckpunkt, som enligt METZGERS hypotes måste företagas i fråga om träd i bestånd. En tendens i samma riktning gör sig gällande även vid tillämpning av JONSONS funktion. Här finnes ett vidsträckt fält för subjektivt bedömande, kontrollerat genom undersökningar på fällda stammar.

Genom de av JONSON föreskrivna korrektionerna har formpunktsmeden redan från början fått ett starkt empiriskt inslag. Detta förstärkes under metodens användning genom tillskott ur taxatorns egen erfarenhet. En skicklig taxator lär sig så småningom att med ganska stor säkerhet bestämma det formpunktsläge, som vid tillämpning av JONSONS funktion ger närmelsevis rätt formklass. Fel i funktionen inverka härvid endast på så sätt, att de försvåra sammanhållandet av taxatorns iakttagelser. På detta subjektiva bedömande grundas till stor del formpunktsmetodens praktiska värde. Det kan emellertid ifrågasättas, om det icke vore lika lätt att lära sig uppskatta formklassen direkt.

Formpunktsmetodens subjektiva karaktär medför, att en kontrollundersökning närmast blir en mätare på taxatorns skicklighet. Först genom att jämföra flera taxatorers uppskattningar av samma objekt får man en föreställning om metodens verkningar. Någon sådan undersökning har mig veterligt icke publicerats. De kontrollundersökningar, som verkställts av MATTSSON-MÅRN (1917) och PETRINI (1918), röra nämligen strängt taget något annat, eftersom dessa forskare med formpunkt förstå kronans tyngdpunkt. De erhöles så gott som ingen korrelation mellan tyngdpunkt och formklass hos enskilda träd. Då emellertid JONSONS funktion innebär ett visst samband mellan tryckpunkt och formklass,

kan denna brist på korrelation ej rimligtvis läggas formpunktsmetoden till last.

Sammanfattning.

Det ligger i sakens natur, att förestående granskning icke kan lämna några hållpunkter för bedömandet av det praktiska värdet hos JONSONS formbestämningsmetod. I sin praktiska tillämpning är förfarandet nämligen starkt subjektivt, vilket i hög grad försvårar en objektiv kritik. Enligt en utbredd allmän mening ger metoden i en skicklig taxators hand goda resultat, då det gäller att fastställa medelformtalet hos ett blandat material, t. ex. vid taxering av större, någorlunda normalt vuxna skogsområden. Vi ha för närvarande ingen anledning att betvivla denna uppfattnings riktighet.

Den fråga, som här skulle besvaras, var emellertid, huruvida JONSONS formbestämningsmetod kan tjäna som hjälpmedel vid skogsförsöksanstaltens undersökningar. Vid en dylik användning måste man eftersträva att så mycket som möjligt ersätta det subjektiva bedömandet med objektiva observationer och objektiva korrektionsnormer. Det vore tänkbart, att material härför kunde insamlas genom precisionsundersökningar å representativa provträd i olika beståndstyper. Man skulle på detta sätt skaffa sig erfarenhet om var i kronorna formpunkten under olika förhållanden behöver placeras för att den med formpunkts- och formklassmetoden bestämda kubikmassan skall bliva den riktiga. Utsikterna att komma fram på denna arbetskrävande och kostsamma väg äro likväl icke stora. Metodens delvis felaktiga teoretiska konstruktion måste nämligen komma förefintliga biologiska samband att framstå som ännu mer invecklade än de i verkligheten äro.

Av en vetenskaplig metod fordras, att man skall kunna klart och redigt diskutera dess felmöjligheter. En sådan diskussion är ett livsvillkor för allt vetenskapligt arbete. Utan den stelnar arbetsmetoden till schablon och utvecklingen på området avstannar.

Denna fordran tillfredsställes icke av JONSONS formbestämningsmetod. På grund av fel och oklarheter i den teoretiska konstruktionen kan man i ett givet fall icke bedöma, i vilken mån en avvikelse i resultatet beror på materialet eller på en särskild kombination av metodens fel. Därför kan JONSONS metod, hur användbar den än må vara i den stora praktiken, icke läggas till grund för vetenskapliga undersökningar.

För att tillfredsställa vetenskapliga anspråk måste hela detta problem uppläggas efter klarare linjer än hittills. Vi kunna därvid med fördel anknyta resonemanget till JONSONS två utgångspunkter, nämligen HÖJERS ekvation och METZGERS hypotes.

KAP. III. Den logaritmiska kurvan.

Som förut framhållits (s. 69), visade HÖJER (1903), att diametrarna hos ett av LOVÉN beräknat medelträd kunde med små fel bestämmas genom formeln

$$\frac{d}{D} = C \log \frac{c+l}{c} \dots \dots \dots (8)$$

Härigenom uppstod frågan, i vilken mån formeln (8) kunde generaliseras.

JONSON besvarade detta spörsmål genom att för sex formklasser söka de värden å konstanterna C och c , som gävo ett rätt förhållande mellan de formklassbestämmande diametrarna. De för en viss formklass funna konstanterna insattes i formeln (8), varefter diametern beräknades vid varje tiondel av stammens längd ovanför brösthöjd. Dessa diametrar visade i allmänhet god överensstämmelse med formklassvis beräknade medeltal av på blandat naturligt material uppmätta diametrar. De erhållna felen voro dock större hos tallen än hos granen.

Med denna erfarenhet kunde man för de flesta praktiska behov låta sig nöja. Ur vetenskaplig synpunkt var dock problemet fortfarande olöst. Man visste, att avsmalningen hos till samma formklass hörande enskilda träd kunde variera betydligt. Denna variation lät sig ej behäskas med HÖJERS ekvation (formel 8). Å andra sidan visste man icke, i vilken mån de enskilda stammarnas variation utjämnades i medeltalen av ett sorterat material, exempelvis i medeltal för bestånd.

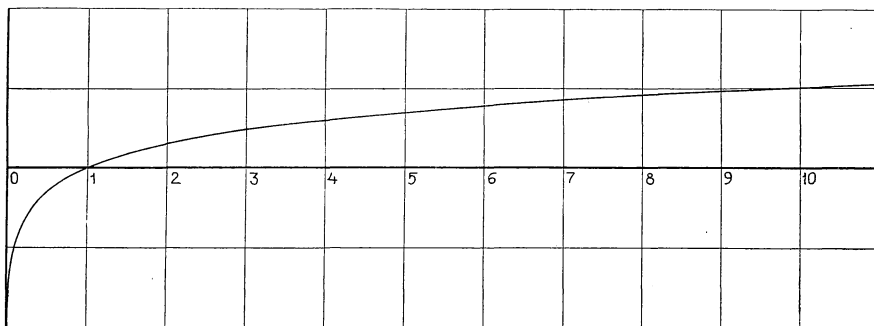
Det är här som jag satt in mina undersökningar. Då det icke var uteslutet, att det av HÖJER och JONSON påvisade sambandet ägde en mera generell natur än som framgick av HÖJERS ekvation, inriktade jag först mitt arbete på att klargöra innebörden av denna formel. Ifrågasvarande utredning, som återfinnes i uppsatsen »Sambandet mellan kronan och stamformen» (1925), är grundläggande för den nu framlagda undersökningen, varför jag här delvis upprepar densamma.

I nyss angivna syfte betrakta vi den enklaste logaritmiska funktionen, nämligen

$$y = \log x.$$

Denna funktion har uppritats i fig. 3, varvid samma måttenhet valts för båda axlarna. Emedan $\log 1 = 0$ och logaritmerna för mindre tal än 1 äro negativa, skär kurvan x -axeln i punkten $x=1$. För större värden på x blir kurvan utomordentligt flack, men den stiger oavbrutet och får för $\lim x = \infty$ oändligt stora ordinator.

Antag nu, att kurvans del ovan x -axeln representerar ett träd med längden efter x -axeln och toppen i punkten $x=1$. Ordinatorna antagas föreställa stammens diametrar. Abskissan för trädets bas, som kan ligga på va-

Fig. 3. Kurvan $y = \log x$.

rierande avstånd från origo, betecknas i det följande alltid med x_b . Om basen är belägen i punkten $x=2$, blir basdiametern $= \log 2$ och mittdiametern $= \log 1,5$, alltså formklassen $= \frac{\log 1,5}{\log 2} = 0,585$. I tabell 2 återfinnas de formklasser, som erhållas genom basens utflyttande till högre x -värden. Vi finna att formklassen oavbrutet stiger, så att den t. ex. för $x_b=40$ utgör $0,819$.

Förlägges basen till $x = \infty$, blir formklassen $= \frac{\infty}{\infty}$, ett obestämt uttryck, som genom differentiering visas vara $= 1$. För $x_b=1$ erhålles slutligen formklassen $\frac{0}{0}$, som på samma sätt bestämmes till $0,5$.

Genom att förlägga basen på lämpligt avstånd från origo kunna vi sålunda ur en och samma kurva, representerande den enkla funktionen $y = \log x$, erhålla alla formklasser mellan $0,5$ och 1 .

Tab. 2.

Basens		Formklass
x	$y = \log x$	
1	0,000	0,500
2	0,301	0,585
4	0,602	0,661
6	0,778	0,699
8	0,903	0,723
10	1,000	0,740
20	1,301	0,785
30	1,477	0,806
40	1,602	0,819
∞	∞	1,000

Eftersom trädets topp alltid ligger i punkten $x = 1$, är totala träd längden $= x_b - 1$. Om vi i tab. 2 jämföra detta uttryck för längden med basens ordinata, som enligt antagandet föreställer basdiametern, så finna vi, att ordinaterna överallt äro större i förhållande till $(x_b - 1)$ än som motsvarar basdiameters förhållande till längden hos naturliga träd. På grund härav

kunna vi ej upprätthålla vårt antagande att kurvans ordinator föreställa diametrar hos verkliga träd. Vi undersöka emellertid, huruvida funktionen $y = \log x$ riktigt återger den relativa avsmalningen, d. v. s. förhållandet mellan diametern d i en godtycklig punkt x på stammen och basdiametern D .

För detta förhållande ha vi uttrycket

$$\frac{d}{D} = \frac{\log x}{\log x_b} \dots \dots \dots (9)$$

Beteckna vi $\frac{1}{\log x_b}$ med C , blir

$$\frac{d}{D} = C \log x \dots \dots \dots (10)$$

I ett koordinatsystem är abskissan för en punkt på x -axeln = punktens avstånd från origo, *uttryckt i måttenheter*. Antag nu, att den i fig. 3 tillämpade måttenheten är a meter samt att den givna punkten x på stammen ligger z meter från toppen. Punktens avstånd från origo är då $= (a + z)$ meter = $\frac{a+z}{a}$ måttenheter, varav abskissan

$$x = 1 + \frac{z}{a} \dots \dots \dots (11)$$

Antag vidare, att z är $= l\%$ av trädets absoluta längd L och att a är $= c\%$ av L , så fås

$$\frac{z}{a} = \frac{l}{c}$$

Om detta värde insättes i ekv. (11) erhålles

$$x = 1 + \frac{l}{c} = \frac{c+l}{c},$$

varav genom insättning i ekv. (10)

$$\frac{d}{D} = C \log \frac{c+l}{c},$$

vilket är HÖJERS ekvation, sådan denna tillämpats av JONSON.

Funktionen $y = \log x$ ger alltså, då trädets topp förlägges till punkten $x = 1$, samma förhållande mellan diametrarna som HÖJERS ekvation och utvisar således, vid denna placering av toppen, naturliga träds relativa avsmalning i samma grad som HÖJERS ekvation.

Funktionen $y = \log x$ har den fördelen, att en enda kurva representerar avsmalningen hos alla träd, varvid träd, som tillhöra en viss formklass, representeras av kurvan intill en viss abskissa x_b . Den omständigheten att alla formklasser framställas genom samma kurva möjliggör en bekväm och noggrann bestämning av avsmalningen hos ett obegränsat antal formklasser. Hos JONSON däremot är avsmalningen uträknad en gång för alla endast för ett fåtal formklasser, medan dess bestämning för mellanliggande formklasser förutsätter en vidlyftig beräkning eller en rätt osäker interpolation.

Den enkla logaritmiska funktionens överlägsenhet ligger emellertid framför allt däri, att den är mera generell än HÖJERS ekvation. Vi sågo,

att de båda uttrycken gävo identiska bestämningar av stammens relativa diametrar endast under förutsättning att trädets topp förlades till punkten $x=1$. HÖJERS ekvation överensstämmer sålunda med ett specialfall av funktionen $y=\log x$.

Insikten härom ger oss anledning att överväga, om denna placering av toppen under alla förhållanden är den mest lämpliga. I den nysst citerade uppsatsen (1925) har jag provisoriskt försökt placera toppen i origo, varvid för JONSONS material bättre överensstämmelse erhöles än med HÖJERS ekvation. Emellertid är även denna förläggning av toppen endast ett specialfall. Vi skola nu undersöka, vilka möjligheter den logaritmiska kurvan har att återge naturliga stamformer, om toppens läge i koordinatsystemet får variera fritt.

Så snart toppen placeras annorstädes än i punkten $x = 1$ kan den logaritmiska kurvan ej representera hela trädets relativa avsmalning, eftersom ordinatan i nämnda punkt alltid är $= 0$. Vi begränsa därför den föreliggande uppgiften till att omfatta endast stamdelen under kronan. Att finna ett lämpligt uttryck för stamformen inom kronan blir en senare fråga. Dessutom uteslutes här, liksom vid alla dylika undersökningar, den med rotansvällning behäftade nedersta stamdelen.

Vi antaga alltså, att stammens diametrar under kronan och ovanför rotansvällningen äro proportionella med den logaritmiska kurvans ordinator, d. v. s. med logaritmerna för mätpunkternas abskissor. Härvid förutsättes, att toppens läge i koordinatsystemet icke är känt. Vi skola först utreda konsekvenserna av vårt antagande och därefter genom jämförelser med naturligt material söka bekräftelse på dess riktighet.

Det gjorda antagandet kan, med användande av samma beteckningar, som definierats å sid. 69, uttryckas genom ekvationen

$$\frac{d}{D} = \frac{\log x}{\log x_b} \dots \dots \dots (12)$$

Om vi, liksom förut, beteckna $\frac{1}{\log x_b}$ med C , blir

$$d = CD \log x \dots \dots \dots (13)$$

Vi beteckna i det följande CD med Q , varav

$$d = Q \log x \dots \dots \dots (14)$$

Q uttrycker alltså förhållandet mellan basdiametern och basordinatan. För att ytterligare belysa innebörden av denna konstant dividera vi båda leden i ekv. (14) med måttenheten a , varvid erhålles

$$\frac{d}{a} = \frac{Q}{a} \log x$$

Beteckna vi $\frac{Q}{a}$ med R , så fås

$$\frac{d}{a} = R \log x$$

$\frac{d}{a}$ är diametern i en given mätpunkt, uttryckt i måttenheter. Om vi i vårt koordinatsystem (fig. 3, s. 89) önska inlägga ett naturligt träds stamkurva, måste följaktligen, under de givna förutsättningarna, alla ordinator multipliceras med den konstanta faktorn R .

Av det föregående framgår, att konstanten Q är en produkt av denna reduktionsfaktor R och måttenheten a .

I ekv. (14) är x den givna mätpunktens abskissa, varmed förstås punktens avstånd från origo, uttryckt i måttenheter. En mätpunkts absoluta avstånd från origo, beteckna vi i det följande med l , därvid frångående bokstavens betydelse vid härledningen av HÖJERS formel. Vi få

$$x = \frac{l}{a}$$

Ekvationen (14) får då följande utseende:

$$d = Q \log \frac{l}{a} \dots \dots \dots (15)$$

För tre mätpunkter på avstånden l_1 , l_2 och l_3 från origo fås

$$d_1 = Q \log \frac{l_1}{a}$$

$$d_2 = Q \log \frac{l_2}{a}$$

$$d_3 = Q \log \frac{l_3}{a},$$

$$\text{varav } d_2 - d_1 = Q \left(\log \frac{l_2}{a} - \log \frac{l_1}{a} \right) = Q \log \frac{l_2}{l_1} \dots \dots \dots (16)$$

$$\text{och } d_3 - d_2 = \dots \dots \dots = Q \log \frac{l_3}{l_2} \dots \dots \dots (17)$$

Genom att dividera uttrycket (16) med uttrycket (17) erhålles:

$$\frac{d_2 - d_1}{d_3 - d_2} = \frac{\log \frac{l_2}{l_1}}{\log \frac{l_3}{l_2}} = \frac{\log l_2 - \log l_1}{\log l_3 - \log l_2} \dots \dots \dots (18)$$

Då de tre mätpunkternas inbördes avstånd kan direkt uppmätas innehåller ekvationen (18) endast en obekant, nämligen en av mätpunkternas absoluta avstånd från origo. Vi äro följaktligen i stånd att ur kvoten mellan två diameterdifferenser härleda läget för origo. Denna viktiga kvot kallar jag i det följande differenskvoten (ρ).

För metodens tillämpning på stående träd utgå vi från en diameter D , vars avstånd från origo antages vara λ meter. Denna mätpunkt, som kan ligga var som helst på stammen, benämnes i det följande den undre mätpunkten. Därefter utmärka vi m meter ovanför den undre mätpunkten en mellersta mätpunkt och m meter ovanför denna en övre mätpunkt. Vi välja i ekv. (18):

$$\begin{aligned} l_3 &= \lambda \\ l_2 &= \lambda - m \\ l_1 &= \lambda - 2m. \end{aligned}$$

Samtidigt uttrycka vi alla längder i mätpunktsavståndet m , vilket saklöst kan göras, eftersom t. ex.

$$\frac{l_2}{l_1} \text{ är } = \frac{l_2 : m}{l_1 : m}$$

Ekv. (18) får då följande utseende:

$$\rho = \frac{\log \frac{\lambda - m}{m} - \log \frac{\lambda - 2m}{m}}{\log \frac{\lambda}{m} - \log \frac{\lambda - m}{m}} = \frac{\log \left(\frac{\lambda}{m} - 1 \right) - \log \left(\frac{\lambda}{m} - 2 \right)}{\log \frac{\lambda}{m} - \log \left(\frac{\lambda}{m} - 1 \right)} \quad (19)$$

Om vi beteckna $\frac{\lambda}{m}$ med γ , så fås:

$$\rho = \frac{\log (\gamma - 1) - \log (\gamma - 2)}{\log \gamma - \log (\gamma - 1)} \dots \dots \dots (20)$$

Ekv. (20) kan icke lösas direkt. Vi insätta därför ett antal värden på γ och beräkna motsvarande differenskvoter. Dessa avstickas i ett koordinatsystem, varefter de erhållna punkterna sammanbindas med en kurva, på vilken man för varje differenskvot kan avläsa motsvarande värde å γ . De så funna värdena kontrolleras genom insättning i formeln (20). Då undre mätpunktens avstånd från origo är $\lambda = m\gamma$, fås sedan ifrågakvarande mätpunkts absoluta avstånd från origo genom att multiplicera γ med mätpunktsavståndet m .

I tab. I, som införts å s. 142 i slutet av denna avhandling, återfinnas på så sätt för olika differenskvoter beräknade värden å γ jämte mot mätpunktsavstånden 0,5, 2 och 3 meter svarande värden å λ .

Vi återvända nu till formeln (20). Då λ betecknar undre mätpunktens absoluta avstånd från origo och m är avståndet mellan två närbelägna

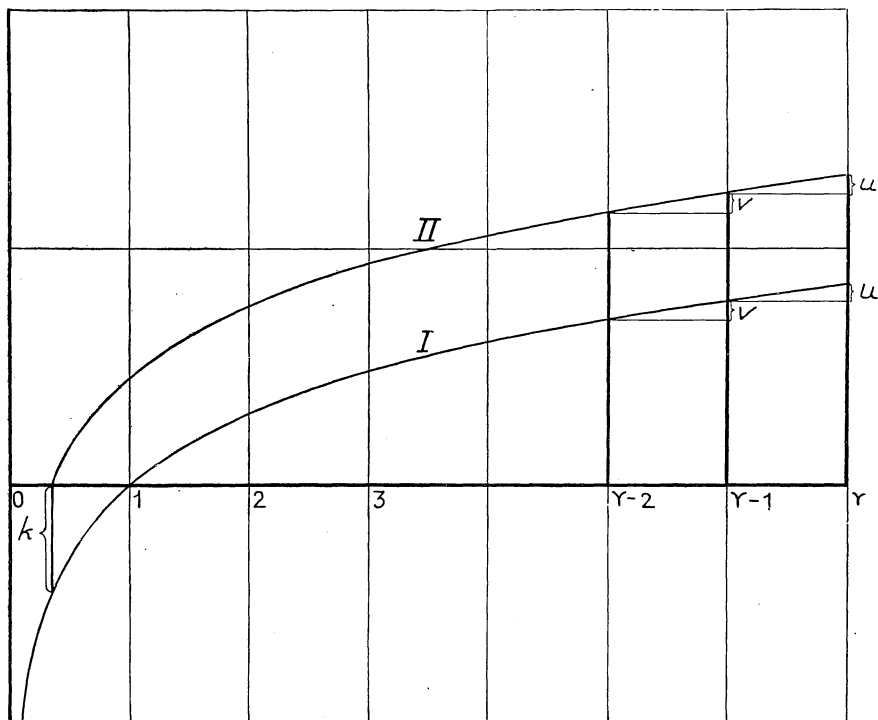


Fig. 4. Vid förskjutning av kurvan $y = \log x$ från I till II blir differenskvoten $\frac{v}{u}$ oförändrad, men måttenheten minskas. (Bei Verschiebung der Kurve $y = \log x$ von I bis II bleibt der Differenzenquotient $\frac{v}{u}$ gleich, während die Achseneinheit kleiner wird).

mätpunkter, så representerar γ , som är $= \frac{\lambda}{m}$, undre mätpunktens abskissa i ett system, vars måttenhet är lika med mätpunktsavståndet m . $(\gamma-1)$ representerar mellersta mätpunktens abskissa och $(\gamma-2)$ övre mätpunktens abskissa i samma system. De logaritmiska termerna beteckna ordinator till en i detta system dragen kurva av formen $y = \log x$.

För att åskådliggöra sambandet mellan denna kurva och den sökta stamkurvan upprita vi den förstnämnda i fig. 4 (se kurvan I). Differen-

sen $\log \gamma - \log (\gamma-1)$ betecknas med u och differensen $\log (\gamma-1) - \log (\gamma-2)$ med v . Härav fås differenskvoten

$$\rho = \frac{v}{u} \dots \dots \dots (21)$$

Den i fig. 4 uppritade kurvan I är endast undantagsvis den sökta stamkurvan, eftersom måttenheten m är godtyckligt vald. Vi önska nu övergå till stammens verkliga måttenhet a , utan att därvid förändra differenskvoten.

Detta sker genom att förskjuta kurvan I parallellt med y -axeln. Vid en sådan förskjutning förbliva differenserna v och u oförändrade, varför ej heller differenskvoten ändras. Men kurvans skärningspunkt med x -axeln rycker exempelvis vid förskjutning i y -axelns positiva riktning allt närmare origo, vilket innebär, att måttenheten minskas.

Antag, att måttenheten a uppnås, då kurvan intager läget II å fig. 4. Om den nya måttenheten a uttryckes i figurens ursprungliga måttenhet, som är m , blir den $\frac{a}{m}$. Förskjutningens storlek är k ursprungliga måttenheter. Vi få då:

$$-k = \log \frac{a}{m}, \text{ varav}$$

$$k = \log \frac{m}{a} \dots \dots \dots (22)$$

Ekvationen för kurvan II är i det ursprungliga systemet:

$$y = \log \frac{l}{m} + k,$$

varav genom insättning av det i (22) funna värdet å k

$$y = \log \frac{l}{m} + \log \frac{m}{a} = \log \frac{l}{a}, \dots \dots \dots (23)$$

vilket är ekvationen för kurvan II i det nya systemet.

Å ett stående träd känna vi emellertid icke måttenheten a . Vi måste därför skaffa oss ett hjälpmedel för att kunna bestämma densamma.

Av fig. 4 framgår att differensen u i undre mätpunkten förblir oförändrad under förskjutningen, medan däremot ordinatan i samma punkt ändras. Kurvans nya läge är, förutom av differenskvoten, fullt definerat genom kvoten mellan dessa båda storheter.

Enligt den grundläggande förutsättningen för detta resonemang förhålla sig diametrarna i undre och mellersta mätpunkten d_3 och d_2 till

varandra som motsvarande ordinator y_3 och y_2 i systemet med måttenheten a . Härav fås

$$\frac{d_3 - d_2}{d_3} = \frac{y_3 - y_2}{y_3} \dots \dots \dots (24)$$

Vi beteckna diameterdifferensen ($d_3 - d_2$) med U och diametern i undre mät-punkten d_3 med D . Ordinators differens ($y_3 - y_2$) har redan förut beteck-nats med u . Om x_u är den undre mätpunktens abskissa i systemet med måttenheten a , så är $x_u = \frac{\lambda}{a}$ och $y_3 = \log x_u$. Genom insättning av dessa beteckningar i ekv. (24) fås

$$\frac{U}{D} = \frac{u}{\log x_u} \dots \dots \dots (25)$$

Denna kvot kallar jag avsmalningskvoten. Den uttrycker relativa avsmalningen på m meter närmast ovanför undre mät-punkten. För att erhålla enklare räkningar användes emellertid i det följande avsmalningskvotens inverterade värde, som kallas avsmalningstalet (σ). Alltså är

$$\sigma = \frac{D}{U} = \frac{\log x_u}{u} \dots \dots \dots (26)$$

$$\text{varav } \log x_u = u \sigma \dots \dots \dots (27)$$

Men u är $= \log \gamma - \log (\gamma - 1)$. Denna faktor är sålunda en funktion av differenskvoten, varför den kan tabellföras med differenskvoten som ingång. Detta har skett i Tab. I. För att finna $\log x_u$ ha vi alltså endast att på trädet bestämma differenskvoten, därefter i Tab. I söka motsva-rande värde på u och slutligen multiplicera detta värde med det på trädet funna avsmalningstalet.

Sedan x_u bestämts erhålles måttenheten a genom relationen

$$a = \frac{\lambda}{x_u} \dots \dots \dots (28)$$

Ibland kan det även vara fördelaktigt att beräkna a direkt med förbi-gående av x_u . Vi ha

$$a = \frac{\lambda}{x_u},$$

$$\text{varav } \log a = \log \lambda - \log x_u \dots \dots \dots (29)$$

Men $\log x_u$ är enligt ekv. (27) $= u \sigma$, alltså

$$\log a = \log \lambda - u \sigma \dots \dots \dots (30)$$

Vidare fås av ekv. (25)

$$\frac{U}{u} = \frac{D}{\log x_u}$$

$\frac{D}{\log x_u}$ är enligt ekv. (14), s. 91 = Q . Alltså är

$$Q = \frac{U}{u} \dots \dots \dots (31)$$

Det är oftast lämpligt att beräkna Q ur $\frac{D}{\log x_u}$. Men för vissa ändamål önskar man erhålla Q direkt med förbigående av x_u . I sådana fall kan formeln (31) rekommenderas såsom en enkel utväg.

En kurva av formen $y = \log x$ är entydigt definierad genom läget för origo och måttenheten. Det innebär därför ett fullständigt utnyttjande av kurvans möjligheter att återge den relativa avsmalningen hos stamdelen under kronan, om man vid jämförelsen låter både origoläget och måttenheten variera fritt. Så har här kunnat ske med hjälp av de nya begreppen differenskvot och avsmalningstal. Skulle mot förmodan den uppnådda tillpassningen visa sig vara otillräcklig, så återstår intet annat än att söka nya, säkerligen mera invecklade jämförelsefunktioner. Emellertid synes den här utvecklade metoden tillfredsställa mycket högt ställda anspråk. Vi återkomma till denna fråga i kap. VIII.

KAP. IV. Bestämning av volymen.

Ordinatorna till kurvan $y = \log x$ utgöra relativa mått på diametrarna. Vi önska nu betrakta motsvarande profilkurva, vilkens ordinator äro relativa mått på radier. Profilkurvans ekvation kan skrivas

$$z = \frac{\log x}{2}, \dots \dots \dots (33)$$

varav $z = \frac{M}{2} \ln x$

och $z^2 = \frac{M^2}{4} (\ln x)^2 \dots \dots \dots (34)$

Profilkurvan, x -axeln och den mot en abskissa x svarande ordinatan innesluta en yta A . Vi söka nu volymen w hos den kropp, som uppkommer genom att ytan A vrides kring x -axeln. Som bekant är

$$w = \int_1^x \pi z^2 dx,$$

$$\text{varav enligt (34) } w = \frac{\pi M^2}{4} \int_1^x (\ln x)^2 dx. \dots \dots (35)$$

Emellertid är

$$\int (\ln x)^2 dx = x [(\ln x)^2 - 2 \ln x + 2],$$

$$\text{varav } \int_1^x (\ln x)^2 dx = x [(\ln x)^2 - 2 \ln x + 2] - 2 \dots \dots (36)$$

Genom insättning i formeln (35) fås

$$w = \frac{\pi M^2}{4} \left\{ x [(\ln x)^2 - 2 \ln x + 2] - 2 \right\} =$$

$$= \frac{\pi}{4} \left\{ x [(\log x)^2 - 2 M \log x + 2 M^2] - 2 M^2 \right\} \dots \dots (37)$$

Detta är den förut definierade rotationskroppens volym, uttryckt i kurvans måttenhet. För att erhålla den verkliga volymen W , uttryckt i kubikmeter, hos ett träd med samma relativa form, reducera vi kroppens grundyta och längd till absoluta mått.

Vi utgå därvid från någon på trädet uppmätt diameter, i detta fall bekvämast från undre mätpunktens diameter D . Trädets grundyta är här $\frac{\pi D^2}{4}$. Motsvarande grundyta hos rotationskroppen är $\frac{\pi}{4} (\log x_u)^2$.

Reduktionsfaktorn för grundytan är därför $\frac{D^2}{(\log x_u)^2}$.

Längdreduktionen skall ske genom förhållandet mellan två mot varandra svarande längder. Vi välja härför lämpligast undre mätpunktens avstånd från origo, som i absolut mått är λ och i måttenheter är x_u .

Reduktionsfaktorn för längden blir då $\frac{\lambda}{x_u}$.

Genom att multiplicera rotationskroppens volym w med de båda reduktionsfaktorerna få vi trädets volym

$$W = \frac{D^2 \lambda w}{(\log x_u)^2 x_u} \dots \dots \dots (38)$$

Då $\frac{D}{\log x_u}$ är Q (se ekv. 14, sid. 91) och $\frac{\lambda}{x_u}$ är a , så är

$$W = Q^2 a w, \dots \dots \dots (39)$$

vilket uttryckt i vissa fall är att föredraga.

För den arbetsmetod, som här nedan skall utvecklas, använda vi formeln

$$W = \frac{D^2 a w}{(\log x_u)^2} \dots \dots \dots (40)$$

Emellertid har ett naturligt träd endast undantagsvis i hela sin längd samma relativa form som rotationskroppen. Vi ha därför tillsvidare begränsat vår uppgift till ett studium av stamdelen under kronan och ovanför rotansvällningen. Från den senare kunna vi bortse vid beräkning av volymen. Kuberingen skall därför omfatta den stamdel, som är belägen mellan krongränsen och en lämpligt vald bas. Vi förbigå i detta resonemang frågan om stubbavdrag (se sid. 73) och utsträcka den i beräkningen indragna stamdelen ända till marken.

Ifrågavarande stamdel motsvaras på rotationskroppen av den del, som är belägen mellan krongränsens abskissa x_k och basens abskissa x_b . Denna dels volym finna vi genom att i formeln (37) först insätta basens abskissa x_b , varigenom hela rotationskroppen w_b intill denna abskissa erhålles. Därefter insättes i formel (37) krongränsens abskissa x_k , vilket ger oss volymen w_k intill sistnämnda abskissa. Den mot stamdelen under kronan svarande delen w_s av rotationskroppen är då $= w_b - w_k$. Denna kropp reduceras till absoluta mått med hjälp av samma reduktionsfaktorer som förut. Om W_s är verkliga volymen av stamdelen under kronan få vi i överensstämmelse med formeln (40)

$$W_s = \frac{D^2 a (w_b - w_k)}{(\log x_u)^2} \dots \dots \dots (41)$$

Till detta uttryck kunde vi ha kommit mera direkt genom att integrera mellan gränserna $x = x_k$ och $x = x_b$. Termen $-2M^2$ i formeln (37) hade då bortfallit. För uppställandet av en hjälptabell är emellertid den här valda vägen lämpligare.

Det återstår nu att behandla stamdelen inom kronan. Såsom förut framhållits (s. 70) finnes det ingen biologisk grund för ett antagande att denna stamdel formas efter samma kurva som stammen i övrigt. Jag har därför valt att studera den alldeles fristående.

Då kronstammen i regel är oåtkomlig för mått äro vi vid dess kubering beroende av erfarenhetstal. Detta område har emellertid hittills förblivit så gott som oberört av forskningen. Vi kunna därför ej vänta, att denna stamdels formfråga skall kunna fullständigt klarläggas på en gång. Sannolikt blir det till en början nödvändigt att bygga på medelvärden för bestånd av olika typer. För beräklandet av sådana medelvärden ägnar sig emellertid icke det nu föreliggande materialet, eftersom de däri ingående provträden ej äro statistiskt representativa för bestånden. Genom

stickprov, till vilka vi senare återkomma (s. 132), har dock utrönt, att de absoluta formtalen hos stamdelen inom kronan för tallen vanligen röra sig inom rätt snäva gränser omkring värdet 0,40. Vi godtaga därför *provisoriskt* detta värde. Kronlängden kan uppmätas. Däremot kan diametern vid krongränsen, som erfordras för bestämning av grundytan därstädes, endast undantagsvis åtkommas med direkt mätning. Den måste beräknas, vilket kan ske med ledning av stamformen under kronan.

Sedan origoläget och måttenheten bestämts med hjälp av differenskvoten och avsmalningstalet kunna vi lätt beräkna krongränsens abskissa x_k och undre mätpunktens abskissa x_u . Om d_k är diametern i krongränsen och D som förut diametern i undre mätpunkten, så är

$$\frac{d_k}{D} = \frac{\log x_k}{\log x_u}, \dots \dots \dots (42)$$

varav grundytan i krongränsen

$$g_k = \frac{\pi D^2 (\log x_k)^2}{4 (\log x_u)^2} \dots \dots \dots (43)$$

Om kronans längd är K och absoluta formtalet hos stamdelen inom kronan är φ , så är volymen av denna stamdel

$$W_k = \frac{\pi D^2 (\log x_k)^2 K \varphi}{4 (\log x_u)^2} \dots \dots \dots (44)$$

För erhållande av trädets volym skall W_k adderas till volymen hos stamdelen under kronan (formeln 41). Då vi ur summan önska utbryta $\frac{\pi}{4}$ betecknas i formeln (41) w med $\frac{\pi}{4} \omega$. I formeln (37) är sålunda ω uttrycket inom den största parentes. Med denna beteckning är enligt formlerna (41) och (44) hela trädets volym

$$\begin{aligned} W &= \frac{\pi D^2 a (\omega_b - \omega_k)}{4 (\log x_u)^2} + \frac{\pi D^2 (\log x_k)^2 K \varphi}{4 (\log x_u)^2} = \\ &= D^2 \cdot \frac{\pi}{4 (\log x_u)^2} [a (\omega_b - \omega_k) + K \varphi (\log x_k)^2]. \dots \dots (45) \end{aligned}$$

Till hjälp vid volymberäkning enligt denna formel önska vi upprätta tabeller. För att underlätta dessas användande även av dem som ha svårt att sammanhålla formelns enskildheter, införa vi några nya beteckningar. I tabell II (s. 145) är

$$\alpha = (\log x)^2 \dots \dots \dots (46)$$

$$\beta = \frac{\pi}{4 (\log x)^2} \dots \dots \dots (47)$$

$$\omega = x [(\log x)^2 - 2 M \log x + 2 M^2] - 2 M^2 \dots \dots (48)$$

Dessa uttryck ha i tabellen beräknats för ett antal värden å x . För att angiva vid vilket x -värde man skall ingå i tabellen tillfogas till α , β och ω i formeln (49) här nedan ett index, nämligen k , u eller b . Index k betyder, att ingång skall ske vid det x -värde, som uttrycker krongränsens abskissa. Index u anger ingång vid $x =$ undre mätpunktens abskissa och index b ingång vid $x =$ basens abskissa.

Med dessa beteckningar få vi trädets volym

$$W = D^2 \beta_u [a(\omega_b - \omega_k) + K \varphi \alpha_k]. \dots \dots \dots (49)$$

Här erinras, att W är trädets volym, D diametern i undre mätpunkten, a måttenheten, K kronans längd och φ absoluta formtalet hos stamdelen inom kronan. W är uttryckt i kubikmeter, D , a och K äro uttryckta i meter.

KAP. V. Mekaniska synpunkter.

Vi övergå nu till en diskussion av METZGERS hypotes och dess tillämpning på träd, vilkas stamkurva följer funktionen $y = \log x$.

Antag, att en homogen bjälke med cirkelrunda tvärsnitt är inspänd i den ena ändan, medan den andra är fri. Den fria ändan påverkas av en mot bjälkens längdaxel vinkelrät kraft P .

Enligt en känd mekanisk närmelseformel är då

$$Pz = \frac{1}{32} s \pi d^3, \dots \dots \dots (50)$$

där z är avståndet från den böjande kraften P 's angreppspunkt till ett givet tvärsnitt, s normalspänningen i detta tvärsnitts yttersta fiber och d diametern hos samma tvärsnitt.

Formeln (50) vilar på vissa förutsättningar, som icke alltid äro uppfyllda. Inom tekniken anser man dock, att formeln i allmänhet leder till praktiskt användbara resultat.

Denna formel önska vi tillämpa på trädstammar. Vi bortse härvid från den ingalunda oviktiga omständigheten, att en stam i verkligheten icke är homogen. Hänsyn härtill skulle i flera avseenden väsentligt komplicera beräkningen.

Vid tillämpning av formeln (50) på stående träd utgöres den böjande kraften P av vindens tryck på kronan. Om för ett givet träd P och s förutsättas konstanta, så utsäger formeln, att diameterkuberna skola vara proportionella med avstånden från vindtryckets angreppspunkt. För att en stam vid ett visst vindtryck skall erhålla samma normalspänning i alla tvärsnitts yttersta fibrer, bör den följaktligen ha formen av en kubisk

paraboloid med toppen i vindens tryckpunkt. Under de förutsättningar, som ligga till grund för formeln (50), innebär en dylik stamform, att brottrisen vid böjningsspänningar blir lika i alla tvärsnitt. Härav följer, att en viss säkerhet mot brott genom vindens böjande inverkan uppnås med största möjliga materialbesparing, om stammen under kronan är formad som en kubisk paraboloid, vars topp ligger i vindtryckets an-greppspunkt.

Detta är innebörden av METZGERS hypotes, ehuru framställningen lagts något annorlunda för att förmedla övergången till det följande.

Av METZGERS och andras undersökningar har det framgått att träden ofta ha en sådan stamform, som hypotesen fordrar. Hur låter denna erfarenhet förena sig med vårt här gjorda antagande, att stammens relativa form återges av kurvan $y = \log x$?

I min förut återopade uppsats (1925, s. 71) beräknade jag genom att studera differenserna mellan kuberna på den logaritmiska kurvans ordinator, att den kubiska parabel, som mest ansluter sig till logaritmkurvan, skär x -axeln i eller nära punkten $x = 2,462$. Vi skola nu gå denna fråga närmare.

Den logaritmiska kurvans ekvation är

$$y = \log x \dots\dots\dots (51)$$

$$\text{varav } z = y^3 = (\log x)^3 \dots\dots\dots (52)$$

En i den logaritmiska kurvans koordinatsystem dragen kubisk parabel har ekvationen

$$y = C(x-b)^{\frac{1}{3}} \dots\dots\dots (53)$$

$$\text{varav } z = y^3 = C^3(x-b) \dots\dots\dots (54)$$

där C är en tillsvidare obekant konstant och b abskissan för parabelns skärningspunkt med x -axeln.

Om kurvan (53) vid vissa värden å b och C tangerar kurvan (51) i en punkt med abskissan \bar{x} , så måste tydligen motsvarande kurva (54) tangera kurvan (52) i en punkt med samma abskissa.

Men kurvan (54) är en rät linje. För att få en överblick över villkoren för tangering mellan kurvorna (51) och (53) behöva vi alltså endast studera de rätliniga tangenterna till kurvan (52).

Vi derivera funktionen $z = (\log x)^3$ och erhålla

$$z' = \frac{3 M^3 (\ln x)^2}{x} \dots\dots\dots (56)$$

$$\text{samt } z'' = \frac{3 M^3 \ln x}{x^2} (2 - \ln x) \dots\dots\dots (57)$$

z'' blir = 0 för $\ln \bar{x} = 2$ och ändrar tecken vid passerandet av punkten $x = \bar{x}$. Alltså har funktionen $z = (\log x)^3$ en vändpunkt vid $x = 7,389$.

Enligt (56) är vändtangents stigning

$$z' = \frac{3 M^3 (\ln \bar{x})^2}{x} = \frac{12 M^3}{7,389} \dots \dots \dots (58)$$

Samma storhet kan uttryckas genom förhållandet mellan ordinatan i vändpunkten och dennas avstånd från tangentens skärningspunkt med x -axeln, alltså

$$z' = \frac{M^3 (\ln \bar{x})^3}{x - b} = \frac{8 M^3}{7,389 - b} \dots \dots \dots (59)$$

Härav fås

$$\frac{12 M^3}{7,389} = \frac{8 M^3}{7,389 - b},$$

$$\text{varav } b = \frac{7,389}{3} = 2,463. \dots \dots \dots (60)$$

Den genom kubering av ordinatorna till den kubiska parabeln (53) erhållna räta linjen (54) har stigningen C^3 , och den skär x -axeln i punkten $x = b$. Om vi insätta de för vändtangenten funna värdena för stigningen (58) och skärningspunktens abskissa (60) fås vändtangents ekvation:

$$z = \frac{12 M^3}{7,389} (x - 2,463) = 0,13303 (x - 2,463) \dots \dots \dots (61)$$

Vi sätta enligt (54) $z = y^3$ och få

$$y = 0,13303^{\frac{1}{3}} (x - 2,463)^{\frac{1}{3}} = 0,51048 (x - 2,463)^{\frac{1}{3}} \dots \dots \dots (62)$$

Kurvan (62) är en kubisk parabel, som skär x -axeln i punkten $x = 2,463$. Den tangerar och skär kurvan $y = \log x$ på exakt tredubbla avståndet från origo, eller i punkten $x = 7,389$. För denna parabel är konstanten C i ekv. (53) = 0,51048.

Vändtangenten (61) ansluter sig närmare till kurvan $z = (\log x)^3$ än vad fallet är med någon annan tangent. Härav kunna vi draga den slutsatsen, att den kubiska parabeln (62) mer än någon annan kubisk parabel ansluter sig till kurvan $y = \log x$.

En rät linje, vilken som helst, som tangerar kurvan $z = (\log x)^3$ i en punkt med abskissan \bar{x} , har stigningen

$$z' = \frac{3M^3(\ln \bar{x})^2}{\bar{x}} = \frac{M^3(\ln \bar{x})^3}{\bar{x} - b},$$

$$\text{varav } \bar{x} - b = \frac{\bar{x} \ln \bar{x}}{3}$$

$$\text{och } b = \frac{\bar{x}(3 - \ln \bar{x})}{3} \dots \dots \dots (63)$$

där b är abskissan för tangentens skärning med x -axeln.

Vi derivera och få

$$b' = \frac{1}{3}(3 - \ln \bar{x} - 1) = \frac{1}{3}(2 - \ln \bar{x})$$

$$\text{samnt } b'' = -\frac{1}{3x}.$$

Av förestående derivator blir $b' = 0$ för $\ln \bar{x} = 2$. Då dessutom b'' är negativ har b ett maximum för $\ln \bar{x} = 2$. Vi ha förut funnit, att detta villkor uppfylles av vändtangenten (61), som tangerar i $x = 7,389$ och skär x -axeln i $x = 2,463$. Sistnämnda värde betecknar alltså den största förekommande abskissan b för skärningspunkten mellan x -axeln och en tangent till kurvan $z = (\log x)^3$. Vi kunna härav sluta, att ingen kubisk parabel, som tangerar kurvan $y = \log x$, skär x -axeln till höger om punkten $x = 2,463$.

Av (63) framgår, att b blir = 1 för $\bar{x} = 1$ och approximativt för $\bar{x} = 16,8$. För det mellanliggande värdet $\bar{x} = 7,389$ uppnår b sitt maximum, vilket nyss befunnits vara = 2,463. En parabels skärningspunkt med x -axeln kallas i det följande parabelns utgångspunkt. Dennes abskissa är sålunda = b . Då utgångspunkten ligger mellan $x = 1$ och $x = 2,463$ finnas alltid två kubiska parabler, av vilka den ena tangerar kurvan $y = \log x$ mellan $x = 1$ och $x = 7,389$ och den andra tangerar samma kurva mellan $x = 7,389$ och $x = 16,8$. Om utgångspunkten placeras till vänster om $x = 1$ försvinner den vänstra av dessa två tangeringspunkter från logaritmkurvans positiva del, så att endast en tangeringspunkt återstår, vilken vid utgångspunktens fortgående förflyttning åt vänster alltmera förskjutes åt höger.

Den logaritmiska kurvan tangeras sålunda av oändligt många kubiska parabler med olika utgångspunkter. Då vi önska tillämpa METZGERS hypotes på logaritmiskt formade träd gäller det följaktligen att i varje särskilt fall utvälja en av dessa parabler som jämförelseparabel. Det har till och med ifrågasatts, att man för vinnande av minsta möjliga medelavvikelse mellan de båda kurvorna skall kunna avstå från kravet på att kurvorna skola tangeras varandra.

Vid ett ståndpunktstagande i denna fråga måste man fasthålla, att den logaritmiska kurvan icke är någon kubisk parabel. Om stamkurvans relativa form, såsom här antagits, överensstämmer med kurvan $y = \log x$, kan följaktligen den av METZGER påvisade likheten med en kubisk parabel icke vara fullständig. Förutsätta vi med METZGER, att en tillpassning till böjningspåkänningar äger rum och att denna tillpassning har en tendens att giva stammen formen av en kubisk paraboloid, så måste vi också förutsätta, att andra orsaker framtvunga en lagbunden avvikelse från paraboloidformen. Att utreda, huruvida denna avvikelse beror på variationer i virkets beskaffenhet i olika delar av stammen, om den framkallas av andra mekaniskt verksamma orsaker eller om den helt enkelt beror på bristande mekanisk tillpassning, är allt frågor, som ligga på ett annat plan än den nu förevarande undersökningen. Med de synpunkter, som här anlagts, är det avgörande, om en avvikelse faktiskt kan påvisas. Vi ha tillsvidare antagit, att så är fallet och skola längre fram pröva detta antagande. Här är det endast fråga om att utreda vårt antagandes konsekvenser.

Enligt förestående syn på saken är det icke alls vår uppgift att söka den parabel, vars medelavvikelse från den logaritmiska kurvan är ett minimum. Vi söka fastmer den parabel, efter vilken vi kunna antaga att stammen skulle formats, därest den nyss framhållna avvikelserna icke funnits.

Om vi fortfarande antaga, att stammens relativa form överensstämmer med kurvan $y = \log x$, så kan ur ett träd av hög formklass, t. ex. med basabskissan 32, genom successiv kapning från roten framställas en serie träd med fallande formklasser. Genom denna kapning kan vindtryckets angreppspunkt i kronan icke flyttas. Den hypotetiska tryckpunktens läge måste därför bestämmas genom hänsynstagande till den logaritmiska kurvan i dess helhet, oberoende av basabskissan. Med andra ord, tryckpunkten måste ligga still i koordinatsystemet, då logaritmiskurvan utdrages till olika basabskissor, d. v. s. för träd i olika formklasser. För den, som i likhet med JONSON och mig antager, att stammens relativa form följer den logaritmiska kurvan, är det därför icke rationellt att, såsom JONSSON gjort, söka tryckpunktens läge genom att hos träd i olika formklasser inpassa parabler från basen. Parabler, som inpassas så att de tangera vid basen, få i alla formklasser med större basabskissor än $x = 7,389$ olika utgångspunkter (s. 104). Om parablerna däremot ej tangera logaritmiskurvan eller på annat lagbundet sätt bindas vid densamma, blir inpassningen godtycklig och resultatet intetsägande.

Vid sökandet efter tryckpunktens sannolika läge böra vi tillgodogöra oss

den erfarenhet, som vunnits genom METZGERS och andras undersökningar, nämligen att toppunkten hos en utefter hela stammen mellan kronan och rotansvällningen inpassad paraboloid ofta ligger på ett ställe i kronan, vilket efter yttre bedömning kan godtagas som vindtryckets an-greppspunkt.

I syfte att klargöra innebörden av denna iakttagelse upprita vi i fig. 5 kurvan $z = (\log x)^3$. För att den å sid. 103 berörda vändningen skall tydligare framträda utdraga vi kurvan åt vänster ända till punkten $x = 1$, ehuru stamkurvan hos verkliga träd i sektionerna kring denna punkt ej följer funktionen $y = \log x$. Kurvan har åt höger utdragits till basabskissan 32, vilken, om origo ligger i trädets topp, motsvarar formklassen 0,80. Å fig. 5 representerar alltså den s-formigt böjda linjen B kurvan $z = (\log x)^3$. Den räta linjen A representerar denna kurvas vändtangens (se formel 61), vars ordinater utgöra kuberna på ordinaterna till den kubiska parabel, som skär x -axeln i $x = 2,463$ och tangerar kurvan $y = \log x$ i $x = 7,389$.

Om man på ett logaritmiskt format träd genomför den av METZGER använda metoden med grafisk uppläggning av diametrarnas kuber fås en kurva av formen B . Kan kurvan för en viss stamdel utjämnas genom en rät linje (METZGERS »konstruktionslinje»), så är denna stamdel närmelsevis en kubisk paraboloid med toppen i konstruktionslinjens skärningspunkt med x -axeln.

Hos de vanligast förekommande stamformerna ligger origo nära trädets topp och basabskissan har ett värde av ungefär 10. Om kronförhållandet är 0,40 blir för ett dylikt träd krongränsens abskissa = 4. Genom att lägga en linjal å fig. 5 kunna vi övertyga oss om, att den konstruktionslinje, som mellan $x = 4$ och $x = 10$ utjämnar kuberna på den logaritmiska kurvans ordinater, mycket nära sammanfaller med vändtangens A . Eftersom kurvan B skär vändtangens A , bör i det antagna fallet även konstruktionslinjen skära A , ehuru under mycket spetsig vinkel. Beträffande träd med basabskissan 10 kunna vi därför vänta, att METZGERS konstruktion skall leda till en tryckpunkt, vilken ligger tätt till vänster om punkten $x = 2,463$, där vändtangens skär x -axeln.

I fråga om dylika vanligt förekommande träd ger alltså METZGERS konstruktion tryckpunkter, som ligga mycket nära punkten $x = 2,463$. Den erfarenhet, som i sådana fall vunnits rörande överensstämmelse mellan konstruktionens resultat och tryckpunktens efter yttre bedömning sannolika läge, kan sålunda även tillgodoräknas uppfattningen, att tryckpunkten ligger i eller nära punkten $x = 2,463$.

I samma mån som basabskissan utflyttas längre åt höger, alltså för träd i högre formklasser, förskjutes emellertid den med METZGERS metod

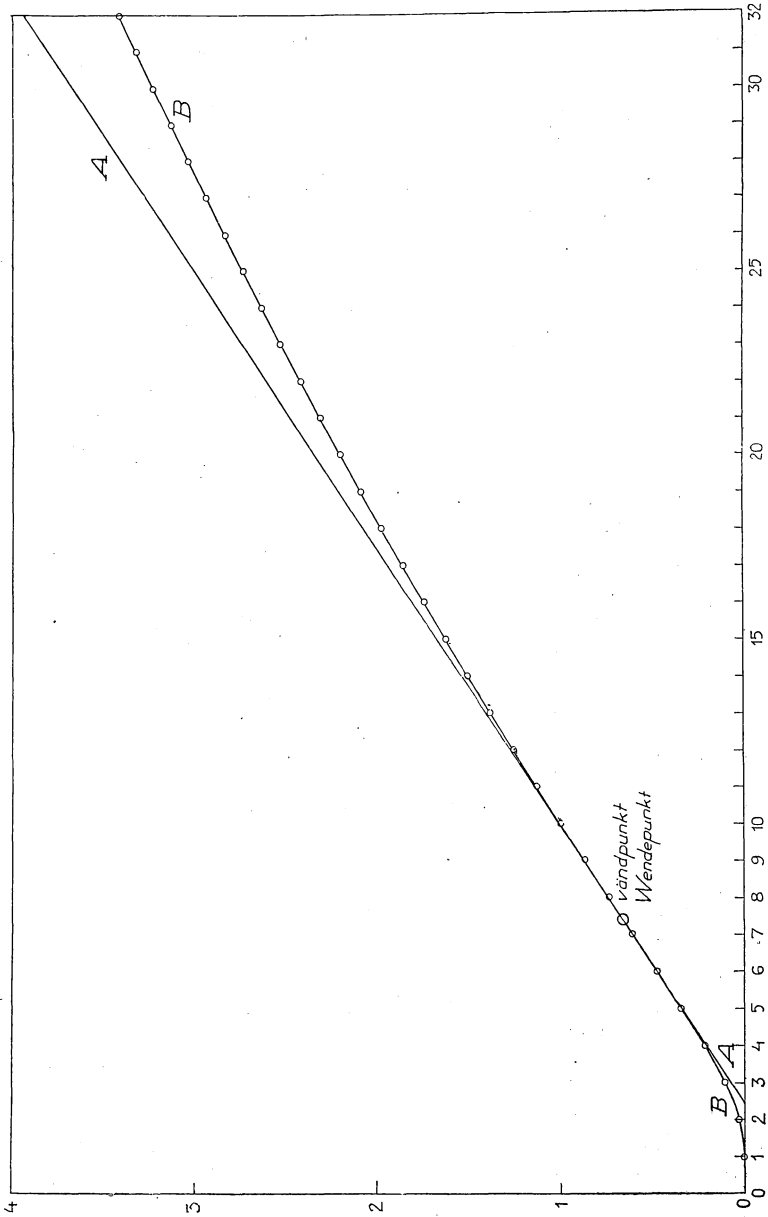


Fig. 5. Kurvan $z = (\log x)^3$.

beräknade tryckpunkten alltmer åt vänster, tills den slutligen kommer till vänster om (å trädets ovanför) trädets topp. När man kommit så långt blir det uppenbart, att metoden ger oriktiga resultat på logaritmiskt formade träd. Då övergången skett successivt kunna vi draga den slutsatsen, att METZGERS konstruktion även för mellanliggande basabskissor ger tryckpunkter, som ligga för långt åt vänster. Detsamma bör gälla i fråga om den för träd med basabskissan 10 nyss konstruerade tryckpunkten.

Från punkter till höger om $x = 2,463$ utgå inga tangenter till kurvan B (se s. 104). Något skäl att bygga tryckpunktsbestämningen på en skärande konstruktionslinje från någon till höger om $x = 2,463$ belägen punkt torde icke kunna angivas.

Då den för träd med basabskissan 10 bestämda tryckpunkten, som låg tätt till vänster om punkten $x = 2,463$ bör förflyttas åt höger, men å andra sidan intet skäl finnes att förlägga den till höger om sistnämnda punkt, betrakta vi punkten $x = 2,463$ som ifrågavarande tryckpunkts mest sannolika läge.

Förut har framhållits (s. 105), att tryckpunktsbestämningen bör ske under hänsynstagande till hela den logaritmiska kurvan och oberoende av basabskissan. Vi ha därmed kommit fram till följande uppfattning.

I fråga om träd, vilkas relativa stamform mellan krongränsen och rotansvällningen uttryckes genom funktionen $y = \log x$, kan den av METZGER påvisade överensstämmelsen med en kubisk paraboloid icke vara fullständig. Förutsätta vi med METZGER, att en tillpassning till böjningspåkänningar äger rum och att denna tillpassning har en tendens att giva stammen formen av en kubisk paraboloid, så måste vi också förutsätta, att andra orsaker framtvinga en lagbunden avvikelse från paraboloidformen.

För ett mellan krongränsen och rotansvällningen efter den logaritmiska kurvan format träd kan vindtryckets sannolika angreppspunkt tillfredsställande bestämmas genom den av METZGER använda konstruktionen endast då det gäller de vanligast förekommande formklasserna. I fråga om höga och låga formklasser äro vi hänvisade till den för alla formklasser användbara metoden att först bestämma den logaritmiska kurvans origo och måttenhet samt därefter placera den hypotetiska tryckpunkten 2,463 måttenheter från origo.

För att understryka, att den på sistnämnda sätt bestämda punkten härletts med stöd av stammens dimensioner, kallas den i det följande stampunkten. Dess sammanfallande med vind-

tryckets angreppspunkt är tillsvidare hypotetiskt. Endast då vindens angreppspunkt beräknas med stöd av kronans ytfördelning och vindhastigheten vid olika höjder eller då den okulärt bedömes under hänsyn till dessa faktorer, kallas den i det följande tryckpunkten.

Vi anknyta alltså våra mekaniska betraktelser till den kubiska parabel, som skär x -axeln i punkten $x = 2,463$ och tangerar kurvan $y = \log x$ i punkten $x = 7,389$. Genom att för olika värden på x jämföra parabelns ordinator med $\log x$ finner man, att parabelns avvikelse från den logaritmiska kurvan är mindre än 1 % för abskissor mellan 4,5 och 15,8, mindre än 0,5 % för abskissor mellan 4,9 och 13,2 samt mindre än 0,1 % för abskissor mellan 5,7 och 10,1. Förståendet av dessa siffror underlättas, om man erinrar sig, att, då origo ligger i trädets topp, basabskissan för formklass 0,70 är 10,1 och för formklass 0,75 16,0. Kronans undre gräns ligger i stort medeltal för det nu undersökta materialet i punkten $x = 4,9$.

Hos ett träd med origo i trädets topp och basabskissan 32, motsvarande formklass 0,80, antages kronförhållandet vara 0,15. Krongränsens abskissa är då 4,8. I detta fall understiger alltså avvikelserna mellan stamkurvan och parabeln 1 % på hela sträckan mellan krongränsen och ungefär trädets mitt. Nedom mitten ökas avvikelserna, så att den vid basen, i punkten $x = 32$, uppgår till 4,84 %.

Hela det hittills förda resonemanget har utgått från förutsättningen, att stammens relativa form exakt uttryckes genom kurvan $y = \log x$. I verkligheten förekommer aldrig en så fullständig överensstämmelse, utan stamkurvan uppvisar större eller mindre avvikelser från logaritmkurvan. Särskilt i medelformklasserna kunna dessa avvikelser ofta uppgå till större belopp än de nyss anförda differenserna mellan den kubiska parabeln och logaritmkurvan. Man kan då icke med bestämdhet avgöra, om stammen övervägande följer den ena eller den andra kurvan. Det blir i sådana fall en smaksak, om man vill bestämma den hypotetiska tryckpunkten med hjälp av METZGERS konstruktion, som är riktig, om stamkurvan är en kubisk parabel, eller enligt den för stampunktens härledning här ovan angivna metoden, vilken får förutsättas lämna rätt resultat för logaritmiskt byggda stammar.

Vi övergå nu till att behandla de absoluta dimensionerna hos stammar, vilkas relativa form överensstämmer med kurvan $y = \log x$. I det föregående har förutsatts, att den relativa formen uppkommer under tillpassning till böjningspåkänningar, varvid stammen likväl av andra orsaker hindras att fullt antaga den kubiska paraboloidens form. Frågan gäller

nu, om en dylik tendens till anpassning kan spåras även beträffande de absoluta dimensionerna. Detta spörsmål måste göras till föremål för särskilda undersökningar. I detta sammanhang skall endast utredas, hur en sådan undersökning kan anknytas till de här utvecklade synpunkterna.

En dylik tillpassning är långt ifrån osannolik. Redan den omständigheten, att träd över huvud existera, bevisar förekomsten av en tillpassning, som uppbringar trädens grovlek till vissa, för hållfasthet mot normalt vindtryck erforderliga minimidimensioner. Vad som skall utredas är sålunda närmast, huruvida alla träd äro i samma grad rustade att motstå extraordinära böjningspåkänningar.

Även här måste vi skilja på tillpassningstendensen och resultatet. Ett plötsligt friställt träd kan icke genast erhålla den grovlek, som svarar mot dess nya, för vinden mera utsatta ställning. I fråga om sedan länge fristående träd med avslutad höjdtillväxt finnes en gräns för kronans storlek, som icke kan överskridas. Då trädet fortsätter att öka sin grovlek, så länge det lever, bli dylika träd ofta överdimensionerade.

För att få en föreställning om de absoluta dimensionernas tillpassning utförde jag för två år sedan en undersökning i olika tallbestånd. Därvid erhöles ett påfallande samband mellan barrmängd och grovlek, båda uttryckta i beståndsmedeltal per träd. Denna undersökning har ännu ej publicerats, då jag först ville avvakta den nu föreliggande utredningen rörande stammens relativa form. Frågans teoretiska behandling överensstämde emellertid i huvudsak med efterföljande resonemang.

En logaritmisk stamkurvas ekvation kan skrivas:

$$d = Q \log x, \dots \dots \dots (64)$$

där Q är förhållandet mellan diametern och ordinatan i en åtkomlig mätpunkt (jfr formeln (14) å s. 91).

I tangeringspunkten $x = 7,389$ med den kubiska parabeln från $x = 2,463$ är alltså diametern

$$d = Q \log 7,389,$$

varav, med omvändning av härledningen å s. 103,

$$d = 2 M Q \dots \dots \dots (65)$$

Denna diameter är basdiameter till en kubisk paraboloid, vars topp ligger i punkten $x = 2,463$. Diametern d 's avstånd z från paraboloidens topp är alltså $= (7,389 - 2,463) a = 4,926 a$, där a är den logaritmiska kurvans måttenhet.

Genom insättning av dessa värden å d och z i formeln (50) s. 101 fås

$$P \ 4,926 a = \frac{1}{32} s \pi 8 M^3 Q^3,$$

$$\text{varav } \frac{P}{0,01306 s} = \frac{Q^3}{a}, \dots \dots \dots (66)$$

där P är den böjande kraften och s normalspänningen i den yttersta fibern i tvärsnittet vid $x = 7,389$.

De absoluta dimensionernas tillpassning till vindtrycket måste anses innebära, att stammen vid en viss böjande kraft P erhåller sådana dimensioner, att normalspänningen s blir konstant. Nu är ett träd under den långa tid, då grovlekstillväxten pågår, utsatt för ytterst växlande böjningspåkänningar. Om en direkt tillpassning äger rum torde denna böra uppfattas såsom knuten till medelpåkänningen. För att trädet skall hålla vid extraordinära vindhastigheter måste alltså den normalspänning, vars uppnående förutsattes som tillpassningens mål, ligga väsentligt under brottspänningen.

Vi betrakta alltså den under medelförhållanden uppträdande normalspänningen s såsom konstant för alla träd och ersätta i formeln (66) uttrycket

$\frac{1}{0,01306 s}$ med konstanten k . Formeln får då följande utseende

$$k P = \frac{Q^3}{a}, \dots \dots \dots (67)$$

Uttrycket $\frac{Q^3}{a}$ kan bestämmas genom undersökning av formen hos enskilda träd. Under förutsättning att de här gjorda antagandena om de absoluta dimensionernas tillpassning till vindtrycket äro riktiga få vi härigenom ett relativt mått på det av trädet uppfångade vindtrycket. Denna storhet kan summeras för alla träd i ett bestånd, varvid, om hypotesen är riktig, en viss lagbundenhet bör framträda i summorna per hektar. Vi erhålla

$$k \Sigma P = \Sigma \frac{Q^3}{a}, \dots \dots \dots (68)$$

Den böjande kraften P utgör en produkt av det uppfångade vindtrycket T per kvadratmeter och kronans sammanlagda blad- och grenyta B . I ett mycket gles bestånd blir T stort, men ΣB liten. ΣP blir då liten. Ju slutnare beståndet blir, dess mer minskas T och ökas ΣB . Det är möjligt, att ΣP har ett maximum vid glesare ställning än full slutenhet, vilket för bedömande av gallringens verkningar skulle vara av stort intresse. Så länge detta förhållande ej klarlagts kunna vi emellertid utgå ifrån att ΣP uppnår maximum vid full slutenhet. Det är i varje fall sannolikt, att en utglesning av beståndet inom de vid vanlig gallring förekommande gränserna ej påverkar ΣP särdeles mycket.

I alla händelser bör vid lika slutenhet, definierad genom bladytan per hektar, ΣP vara närmelsevis konstant. Naturligtvis kunna här olika kron typer uppvisa vissa skiljaktigheter, men så länge dylika ej påvisats, torde man vara fullt berättigad att provisoriskt göra ett sådant antagande.

Enligt formeln (68) bör då i bestånd av samma slutenhet, som kommit i jämvikt efter föregående gallringar, $\Sigma \frac{Q^3}{a}$ per hektar vara närmelsevis konstant, oberoende av stamantalet.

För ett fullständigt uppklarande av den absoluta formens samband med vindtrycket fordras noggranna specialundersökningar, liknande dem som verkställts av TIRÉN (1924, 1926). Sådana studier kunna likväl endast genomföras i ett fåtal fall. De böra därför kompletteras med statistiska undersökningar, som utreda formförhållandena i ett större antal bestånd. Under förutsättning att stammarnas relativa form bäst återgives av den logaritmiska kurvan erbjuder formeln (68) därvid ett gott hjälpmedel. $\Sigma \frac{Q^3}{a}$ för ett bestånd kan nämligen lätt bestämmas genom undersökning av ett antal representativa provträd. Det gäller sedan att studera denna storhets samband med slutenheten och stamantalet.

Genom en dylik statistisk behandling av problemet torde konturerna av ifrågavarande samband kunna på kort tid i stora drag klarläggas. Om den uppfattning jag fått genom hittills utförda undersökningar därvid bekräftas bör en sådan insikt kunna nyttiggöras jämväl vid upprättandet av produktionstabeller för olika gallringsgrader. Vi få nämligen härigenom ett grepp på sambandet mellan stamantalet och kubikmassan i bestånd med samma slutenhet.

Ändamålet med det i detta kapitel förda resonemanget har varit att utreda konsekvenserna av en kombination mellan METZGERS hypotes och antagandet, att stamkurvan mellan kronan och rotansvällningen följer funktionen $y = \log x$. Med detta har någon ståndpunkt icke tagits till frågan, huruvida det ena eller det andra antagandet är berättigat. Vad METZGERS hypotes beträffar har jag redan förut framhållit (1924, s. 169), att en direkt tillpassning till vindtrycket enligt min mening är föga sannolik. Men å andra sidan synes det troligt, att denna hypotes innehåller en kärna av sanning, som vi kunna tillgodogöra oss genom att provisoriskt acceptera hypotesen. Vad stamkurvan beträffar finnas utan tvivel många fall, då formen ej kan återges med den logaritmiska kurvan. Oftast är det dock möjligt att använda logaritmiskurvan för detta ändamål. I fråga

om båda antagandena måste man alltså ständigt erinra sig, att de blott gälla inom vissa gränser och där endast giva en ungefärlig bild av verkligheten.

Från dessa synpunkter skola vi nu studera lämpliga delar av skogs-försöksanstaltens stamforms-material.

KAP. VI. Materialets sovring och gruppering.

Skogsförsöksanstaltens material av enmeterssektionerade tallstammar uppgår till 21,154 stycken, för vilka diametern inom och på bark, förutom vid 1,3 m, antecknats vid 0,5 m från marken och därefter på varje meter. Bland dessa stammar hava 13,583 stycken diametermäts även vid 0,25, 0,75, 1,00, 2,00 och 3,00 meter.

Vid den nu föreliggande bearbetningen fränsorterades först alla träd, som voro tagna före 1917, då en del förändringar vidtogos i instruktionen och i blanketternas uppställning. Därefter återstodo 13,583 stycken fullständigt uppmätta träd jämte 1,627 stycken under år 1925 tagna provträd, för vilka måtten å 0,25, 0,75, 1,00, 2,00 och 3,00 meter saknades. Summan av träd, som kommo i betraktande för undersökningen, utgjorde alltså 15,210 stycken.

För att vid bearbetningen kunna beräkna medeldiametrar av lika långa träd inskränktes undersökningen till att omfatta isolerade höjdklasser. Härtill valdes höjderna 4, 8, 12, 16, 20 och 24 m. Vid klassbildningen tilläts en avvikelse av 1 dm, så att t. ex. till 16 m fördes alla träd, vilka protokollförts med längderna 15,9, 16 och 16,1 m. Då vid uppmätningen alla höjdmått avrundats uppåt och nedåt till hel decimeter innebar detta, att höjdklassen 16 m kom att omfatta träd om 15,85 till 16,14 m höjd. Om sådana höjdklasser hade bildats kring varje hel meter skulle materialet alltså ha blivit utnyttjat till c:a 30 %. Nu sammanfördes endast träden kring var fjärde meter till höjdklasser, varför ungefär 7,5 % av materialet kommit till användning. Genom uteslutning av en del granrika barrblandbestånd, där tallarnas uppsökande skulle vållat oskälig tidsutdräkt, nedbringades antalet ytterligare något, så att summa 1,043 träd ingått i undersökningen.

Efter denna gruppering förelåg alltså materialet uppdelat på sex höjdklasser, vilka tillsvidare måste bearbetas var för sig. Inom varje höjdklass voro längderna så nära lika, att på samma absoluta avstånd från marken mäta diametrar kunde anses ligga på samma avstånd från toppen.

För studium av formvariationen inom höjdklasserna var det önskvärt att omföra alla diametrar till relativa mått. Då jag ville undersöka formen hos toppen och den nedre stamdelen utan inbördes sammanblandning valdes härvid som enhet den mätta diameter d_2 , vilken låg närmast under trädets mitt. För varje av de 1,043 stammarna utskrevs ett kort, där diametrarna inom och på bark angavs i procent av de så bestämda enhetsdiametrarna. Dessutom gjordes på korten en del anteckningar om beståndet och provstammen, av vilka följande tagits i bruk för denna undersökning.

Under rubriken »Ras» angavs med stöd av SYLVÉNS karta (1916, s. 212) om provträdet härstammade från utbredningsområdet för nordsvensk tall (1), övergångsområdet (2) eller området för sydsvensk tall (3). Vidare antecknades diametern inom bark vid 2,5 m från marken, åldern, kronskiktet enligt SCHOTTES schema samt kronans längd i meter.

Detta material har tillsvidare endast bearbetats med hänsyn till *den relativa stamformen inom bark*. Det gällde därvid att sortera materialet så, att stamformens växlingar klarlades i stora drag. I sådant syfte fördelades korten först med ledning av relativa diametern d_3 vid 2,5 m från marken. Härvid fördes till huvudgrupp 100 träd med diametrar från 100 intill 105, till huvudgrupp 105 träd med diametrar från 105 intill 110 o. s. v. Därefter uppdelades korten i varje sådan huvudgrupp i toppgrupper efter relativa diametern d_1 vid det måttställe, som låg närmast under mitten mellan toppen och den i mätpunkten närmast under trädets mitt belägna enhetsdiametern d_2 . Till toppgrupp 50 fördes sålunda träd med relativa diametrar d_1 från 50 intill 55 o. s. v.

Vid denna sortering, som endast genomförts för höjdklasserna 8—24, lågo de för grupperingen bestämmande diametrarna på följande höjder över marken:

höjdklass	höjd över marken i meter för		
	d_1	d_2	d_3
8	5,5	3,5	2,5
12	8,5	5,5	2,5
16	11,5	7,5	2,5
20	14,5	9,5	2,5
24	17,5	11,5	2,5

Det hade givetvis varit önskvärt, att de för gruppindelningen avgörande diametrarna d_1 , d_2 och d_3 hade legat på lika relativa höjder inom alla höjdklasser. De bildade grupperna hade då varit direkt jämförbara från höjdklass till höjdklass. Nu voro emellertid inga mått tagna på relativt lika höjder och hellre än att tillgripa interpolationer, som lätt

kunnat förvanska materialets vittnesbörd, har jag valt den nyss beskrivna utvägen. Dock kan man diskutera lämpligheten av att i alla höjdklasser förlägga den undre diametern d_3 till 2,5 m. Därest lägre trädhöjder skola indragas i undersökningen blir det nödvändigt att för dessa välja en längre ned belägen undre diameter. Någon principiell betydelse har likväl icke denna sak.

Sedan inom alla höjdklasser materialet sorterats på huvudgrupper och toppgrupper nedsummerades för varje gruppkombination de relativa diametrarna i förekommande mätpunkter, varefter medeldiametrarna därstädes uträknades. Beträffande mätpunkterna 0,25, 0,75, 1,00, 2,00 och 3,00 m, som icke förekommo hos alla träd, dividerades vid medeltalsuträkningen summan med antalet i punkten mätta träd. Dessutom beräknades för varje gruppkombination medeltal av rasindex, diameter inom bark vid 2,5 m över marken, åldern, kronskiktindex och kronans längd.

KAP. VII. Bearbetningen.

Vid materialets bearbetning använde jag i första hand de metoder, som närmare utvecklats i min uppsats »Sambandet mellan kronan och stamformen» (1925, s. 53 ff.) Förfaringssättet karakteriseras därav, att materialets avsmalningsserier jämföras med kurvan

$$y = \log x, \quad (69)$$

varvid origo förlägges till trädets topp.

Då y blir = 0 för $x=1$, alltså ett måttavstånd från toppen, kan denna formel ej återge hela trädets form. På grund härav har jag kombinerat huvudkurvan (69) med en tangerande toppkurva, som följer funktionen

$$y = K \log \frac{k+x}{k}, \quad (70)$$

vari K och k äro konstanter (ib. s. 59, formel 7).

Hos JONSONS tallmedelträd befanns tangeringspunkten mellan de båda kurvorna ligga 3 till 4 måttenheter från toppen. För det sista värdet blir $K=2$ och $k=4$. Toppkurvans ekvation kan då skrivas

$$y = 2 \log \left(1 + \frac{x}{4} \right), \quad (71)$$

vilken formel använts vid denna undersökning.

Det bör framhållas, att toppkurvan ej nödvändigt behöver tangera huvudkurvan. Denna utväg tillgrip jag 1925 därför att kronansättningsläge ej var känt för mitt då använda material. Sker anslutningen

under kronan är ju den jämnare övergången till en tangerande toppkurva mest sannolik. Kan däremot de båda kurvornas beröringspunkt förläggas till kronans undre gräns finns intet hinder att låta dem skära varandra. Målet bör då vara att finna en logaritmisk kurva, vilken så nära som möjligt följer stamdelen under kronan, medan toppen behandlas för sig. Särskilt i fråga om lövträden blir ett sådant förfarande oftast nödvändigt.

Vid undersökning av ett naturligt material är det fördelaktigt att använda ett koordinatsystem med logaritmisk gradering av x -axeln och millimeterindelning av y -axeln. Alla punkter, som äro belägna på en logaritmisk kurva med origo i trädets topp, komma då att ligga i en rät linje. Denna linje skär x -axeln i punkten $x=1$, alltså ett måttavstånd från toppen.

Detta förfarande medför den fördelen, att man kan använda diametrar, som äro belägna var som helst på stammen. Beträffande såväl längder som diametrar arbetar man lika bekvämt med absoluta som med relativa mått. Man utmärker helt enkelt de olika mätpunkternas avstånd från toppen på den logaritmiskt graderade x -axeln och avsätter diametrarna som ordinator. Därefter undersökes om dessa diameterpunkter i någon del av stammen ligga i rät linje. Det kan därvid inträffa, att denna räta linjes allmänna riktning är påtaglig, ehuru en eller flera punkter ligga utom den. Man kan då undgå dessa punkters inflytande på resultatet, vilket varit svårare, om formen beräknats med hjälp av en diameterkvot, vari någon av ifrågavarande diametrar ingått som faktor. Sedan den räta linjens läge bestämts, utdrages den till x -axeln, och skärningspunktens läge avläses på den logaritmiska skalan. Man får då systemets enhet a , uttryckt i det använda absoluta eller relativa måttet. Genom att dividera trädets totala längd med måttenheten a erhålles slutligen basens abskissa x_b , vilken jag begagnat som formuttryck.

Med hjälp av den nyss beskrivna konstruktionen är det även lätt att bestämma var stamkurvan vid gång mot toppen lämnar den logaritmiska huvudkurvan och övergår i toppkurvan. Detta sker i den punkt, där diameterpunkterna upphöra att ligga i rät linje.

Vid behandling av den föreliggande uppgiften visade sig denna metod vara ett lyckligt grepp. De svårigheter, som mättagningen på absoluta längder skulle vållat, om formen hade bestämts genom en diameterkvotmetod, bortföll nu helt. Dessutom erhöles på detta sätt en inblick i materialets egendomligheter, som man annars knappast hade uppnått.

Arbetets gång var följande. Först utfördes den nyssnämnda konstruktionen och systemets måttenhet, uttryckt i meter, avlästes på x -axelns logaritmiska skala. Genom att dividera mätpunkternas avstånd från toppen med måttenheten erhöles mätpunkternas abskissor, varefter mot-

svarande ordinator beräknades enligt formel (69) för punkter på huvudkurvan och formel (71) för punkter på toppkurvan. För jämförelse med materialet borde därefter dessa ordinator reduceras till procent av enhetsdiametern. Den härvid använda reduktionsfaktorn α valdes så, att relativa diametern i enhetsdiameterns mätpunkt blev lika med det genom den räta linjen utjämnade värdet m , som oftast något avvek från 100. Om enhetsdiameterns abskissa var x blev alltså $\alpha = m : \log x$, under förutsättning, att ifrågavarande mätpunkt låg på huvudkurvan. Slutligen multiplicerades alla ordinator med α , varigenom en serie beräknade relativa diametrar erhöles, som kunde jämföras med de observerade värdena.

Å de grafiska tablåerna har överallt utmärkts den på fyra måttavstånd från toppen belägna punkt, där huvudkurvan och toppkurvan antagits tangera varandra. Här skall alltså materialkurvan vid gång mot toppen lämna den räta linjen. Så sker också i allmänhet. Möjligen kunde man å en del kurvor vara frestad att förlägga tangeringspunkten något närmare toppen än i punkten $x=4$. Då emellertid hela denna kombination mellan en huvudkurva och en tangerande toppkurva måste uppfattas som en tämligen grov statistisk utjämning har jag föredragit den mera avrundade och därför mindre anspråksfulla bestämningen $x=4$.

Höjdklassernas avsmalningsserier.

De som medeltal för varje höjdklass erhållna avsmalningsserierna ha sammanförts i tab. 3.

Vi se, att rötansvällningen gör sig starkt gällande i alla höjdklasser. Den kan, särskilt i 20 metersklassen, spåras högre än vid 10 % av längden, men något större fel uppstår ej, om man anser denna punkt ligga på huvudkurvan.

I toppen ha alla klasser ett negativt fel. Detta skulle ha minskats, om tangeringspunkten flyttats till $x=3,6$. Särskilt i den översta sektionen beror emellertid felet på att toppen ej fullt följer HÖJERS ekvation, som ligger till grund för toppkurvan. På kubikmassan har detta fel ytterst ringa inflytande.

Hela den övriga delen av stammen återgives fullt tillfredsställande av den använda kurvkombinationen. Om man jämför felet med dem, som erhöles vid min bearbetning av JONSONS material, böra följande synpunkter hållas i minnet. Å ena sidan är det nya materialet större, varför bättre felutjämning var att vänta. Men å andra sidan hade JONSON ur sitt material, vid vars insamling påfallande abnorma träd säkerligen undvikits, utsorterat nära 22 % oregelbundna träd. Även här ha visserligen de mest abnorma stammarna uteslutits redan vid provträdsvalet

Tab. 3. Jämförelse mellan materialets relativa medeldiametrar
Vergleich zwischen den relativen Durchmessern des Materials (a) und

Höjd- klass meter Höhen- klasse m	Antal Anzahl	Ras Rasse	Dia- meter vid 2,5 m inom bark Durch- messer bei 2,5 m ohne Rinde	Ålder Alter	Skikt Kro- nen- schicht	Kro- nans längd Kro- nen- länge	Anm.	Relativ diameter Relativer Durchmesser											
								0,50	1,50	2,50	3,50	4,50	5,50	6,50	7,50				
24	42	2,31	24,6	116	1,03	7,42													
							a	147,5	130,3	126,9	124,1	121,4	118,9	115,8	112,6				
							b	129,8	127,7	125,6	123,3	121,0	118,5	115,9	113,1				
							Differens	+ 17,7	+ 2,6	+ 1,3	+ 0,8	+ 0,4	+ 0,4	- 0,1	- 0,5				
20	143	2,23	18,9	90	1,12	6,52													
							a	144,1	130,6	126,1	122,5	120,1	116,3	112,8	108,8				
							b	129,2	126,7	124,1	121,4	118,4	115,3	111,9	108,3				
							Differens	+ 14,9	+ 3,9	+ 2,0	+ 1,1	+ 1,7	+ 1,0	+ 0,9	+ 0,5				
16	256	1,89	14,8	86	1,20	5,35													
							a	138,2	127,3	122,6	118,8	114,9	110,5	105,4	100,0				
							b	129,0	125,8	122,5	118,8	114,9	110,6	105,9	100,7				
							Differens	+ 9,2	+ 1,5	+ 0,1	± 0,0	± 0,0	- 0,1	- 0,5	- 0,7				
12	262	1,92	10,2	71	1,55	3,98													
							a	134,7	123,7	118,3	112,9	107,0	100,0	91,9	82,5				
							b	127,4	123,0	118,2	112,9	106,9	100,0	92,0	82,3				
							Differens	+ 7,3	+ 0,7	+ 0,1	± 0,0	+ 0,1	± 0,0	- 0,1	+ 0,2				
8	172	2,28	6,6	51	1,76	3,16													
							a	129,6	119,8	111,9	100,0	87,0	69,5	45,9	16,2				
							b	127,6	120,0	111,0	100,3	86,9	69,0	46,5	17,8				
							Differens	+ 2,0	- 0,2	+ 0,9	- 0,3	+ 0,1	+ 0,5	- 0,6	- 1,6				
4	168	2,86	2,6	27	1,83	2,44													
							a	124,1	100,0	68,9	25,8								
							b	124,2	101,2	69,2	27,1								
							Differens	- 0,1	- 1,2	- 0,3	- 1,3								

(se s. 65), men därefter har ingen kassering ägt rum. Dessutom inverkar det på jämförelsen, att felen beträffande JONSONS material angivits i procent av brösthöjdsdiametern, medan de vid denna undersökning hänföra sig till en diameter nära trädets mitt.

Det material, som ligger till grund för de nu beräknade avsmalningsserierna, härstammar från många olika bestånd i landets alla delar. Det är sannolikt, att sådana stammar, som företrädesvis falla vid gallring av tallskog, blivit överrepresenterade, men i övrigt torde materialet få betraktas som representativt för ett stort antal utan val tagna träd av viss höjd.

(a) och de beräknade djameterna (b) i olika höjdklasser.

den berechneten Durchmesser (b) in verschiedenen Höhenklassen.

inom bark vid mätthöjden
ohne Rinde in der Messhöhe

8,50	9,50	10,50	11,50	12,50	13,50	14,50	15,50	16,50	17,50	18,50	19,50	20,50	21,50	22,50	23,50
109,8 110,1	106,9 107,0	103,8 103,6	100,0 100,0	95,9 96,1	92,2 91,8	88,0 87,1	82,5 81,8	76,2 75,9	69,9 69,2	62,6 61,4	54,5 52,8	44,4 43,3	31,8 32,9	19,8 21,0	6,9 7,5
- 0,3	- 0,1	+ 0,2	± 0,0	- 0,2	+ 0,4	+ 0,9	+ 0,7	+ 0,3	+ 0,7	+ 1,2	+ 1,7	+ 1,1	- 1,1	- 1,2	- 0,6
104,5 104,4	100,0 100,1	95,4 95,4	90,1 90,2	84,3 84,3	77,7 77,5	70,3 69,7	61,2 60,4	50,6 49,9	37,8 38,1	22,5 24,7	8,1 9,0				
+ 0,1	- 0,1	± 0,0	- 0,1	± 0,0	- 0,2	+ 0,6	+ 0,8	+ 0,7	- 0,3	- 2,2	- 0,9				
94,4 94,8	88,1 88,1	80,2 80,2	70,8 70,8	59,6 59,2	45,8 45,7	28,9 30,0	9,7 11,1								
- 0,4	± 0,0	± 0,0	± 0,0	+ 0,4	+ 0,1	- 1,1	- 1,4								
71,0 70,3	56,0 54,9	36,1 36,5	12,5 13,8												
+ 0,7	+ 1,1	- 0,4	- 1,3												

Av undersökningen framgår, att *medelformen* hos ett dylikt material kan med stor noggrannhet återges med hjälp av den föreslagna kombinationen av två logaritmiska kurvor, om blott systemets måttenhet är känd.

Under förutsättning att ett medelträds stamkurva fullkomligt överensstämmer med de kombinerade kurvorna kan tydligen måttenheten exakt bestämmas genom kvoten mellan två diametrar. Är överensstämmelsen blott ungefärlig blir en på detta sätt härledd måttenhet endast närmelsevis riktig. All försiktighet måste då iakttagas, om användbara resultat skola uppnås. För att minska inflytandet av tillfälliga fel böra de två

diametrarna tagas så långt ifrån varandra som möjligt. Den undre diametern kan på grund av rotansvällningen ej gärna ligga lägre än vid 10 % av trädets höjd. Då det gäller stamformen inom bark å stående träd måste den övre diametern tagas så lågt, att den blir åtkomlig för en barkundersökning. Om man härvid använder en stege kan i de flesta fall diametern på 30 % av trädets längd över marken bekvämt undersökas. Endast i fråga om träd över 20 m höjd kan det vara ändamålsenligt att sänka den övre mätpunkten till 25 eller 20 %.

Vid tillämpning av en dylik metod torde emellertid mättagning vid 10 % och 30 % av längden kunna betraktas som det normala. Efter som hela resonemanget här avser medelträd skola alltså medeldiametrarna i dessa mätpunkter läggas till grund för formbestämningen. Om båda mätpunkterna ligga på huvudkurvan kunna vi härleda basens medelabskissa x_b ur ekvationen

$$\frac{d_{90}}{d_{70}} = \frac{\log 0,9 x_b}{\log 0,7 x_b},$$

där d_{90} är medeldiametern 90 % av längden från toppen (10 % från marken) och d_{70} är medeldiametern 70 % från toppen (30 % från marken). (Se PETTERSON, 1925, s. 53.)

För de flesta ändamål kan basabskissan direkt användas som formuttryck. Måttenheten erhålles, om så önskas, genom relationen

$$a = \frac{L}{x_b},$$

där a är måttenheten och L basens avstånd från toppen.

Denna formbestämning förutsätter, att stammen ovanför rotansvällningen och upp till 30 % av höjden följer den logaritmiska huvudkurvan. Så är fallet beträffande höjdklassernas medelträd av ett blandat material. Huruvida metoden kan användas för medelträd i bestånd är tillsvidare en öppen fråga.

Å det nu bearbetade materialet har vindtryckets angreppspunkt icke uppskattats. Vi kunna därför ej använda detsamma som kontroll på formpunktsmetoden. Däremot ger tab. 4 vissa upplysningar om möjligheten att ur kronans längd härleda stammens form.

Som synes rör sig kronansättnings abskissa, d. v. s. kronans längd, uttryckt i måttenheter, inom rätt snäva gränser. Vid vägning med antalet träd i varje höjdklass blir kronansättnings medelabskissa för hela materialet 4,91. Förut har jag visat (s. 108), att den med en logaritmiskt formad stam mest överensstämmande kubiska paraboloiden har sin topp 2,463 måttenheter från origo, som i detta fall förlagts till trädets topp.

Tab. 4.

Höjdklass Höhenklasse	Ras Rasse	Skikt Kronenschicht	Krona Kronenlänge m	Måttenhet Achseineinheit m	Krona i mått- enheter = kron- ansättningens abskissa. Abszisse des Kronenansatzes
24	2,31	1,03	7,42	1,50	4,95
20	2,23	1,12	6,52	1,25	5,22
16	1,89	1,20	5,35	1,00	5,35
12	1,92	1,55	3,98	0,81	4,91
8	2,28	1,76	3,16	0,69	4,58
4	2,86	1,83	2,44	0,57	4,28

Paraboloidens toppunkt, vilken antagits sammanfalla med vindtryckets angreppspunkt, ligger sålunda hos detta material i stort medeltal nära nog exakt mitt i kronan.

Tab. 4 visar, att materialet i de olika höjdklasserna företer rätt betydande olikheter med avseende på såväl ras som skikt. Rasindex är lägst i höjdklass 16, vilket innebär, att materialet där är mer nordsvenskt än i de övriga höjdklasserna. Skiktindex är lägst i höjdklass 24, det stiger oavbrutet med fallande höjd, vilket betyder att de lägre höjdklasserna omfattar träd av genomsnittligt lägre skikt.

Vid bedömning av skiktets inflytande på formen bör det emellertid observeras, att SCHOTTES skiktindelning, som här följts, ger ett grepp på kronornas inbördes ställning endast inom samma eller lika bestånd. Om man däremot jämför bestånd med olika slutenhet eller olika kronförhållanden hos de härskande träden, utgör skiktindex icke något mått på kronans ställning. SCHOTTES skiktindelning bestäms som bekant av trädets höjd, så att träd, vilkas toppar icke nå upp till $\frac{5}{6}$ av de härskande trädets höjd, hänförs till andra skiktet, de som icke nå upp till $\frac{2}{3}$ utgöra tredje skiktet, och de som ej nå de härskande trädets halva höjd tillförs fjärde skiktet. Antag nu, att i två lika slutna bestånd A och B de härskande trädets kronförhållande är i A 0,30 och i B 0,70. Ett träd, som når upp till mitten av de härskande trädets kronor, får i A relativa höjden 0,85 och hänföres alltså enligt SCHOTTES schema till första skiktet, medan ett dylikt träd i B får relativa höjden 0,65 och föres till tredje skiktet. Ehuru båda trädets kronor med avseende på ljus, yttre transpirationsbetingelser och vindtryck äro närmelsevis lika belägna, få de alltså helt olika skiktbezeichnung.

Så länge det endast rör sig om lika slutna bestånd kan denna svårighet undvikas genom att grunda skiktindelningen på de behärskade kronornas ställning i förhållande till de härskande trädets kronor. Men i bestånd med olika slutenhet blir förhållandet mer komplicerat. Om i

ett tätare bestånd C och ett glesare bestånd D de härskande trädens kronförhållande är lika, erhålla träd, som nå till mitten av de härskande trädens kronor, i båda bestånden samma skiktbezeichnung även med den förändrade indelningsgrunden, ehuru ifrågavarande träd i beståndet D onekligen ha en friare ställning än i beståndet C.

På grund av dessa svårigheter har LÖNNROTH (1925, s. 92) föreslagit, att man vid dylika arbeten skall använda en subjektiv skiktindelning. Här är icke platsen att taga ställning till detta förslag. Dock synas fördelarna av objektiva arbetsmetoder inom försöksverksamheten vara så stora, att man i det längsta bör eftersträva en tillfredsställande objektiv metod.

Här skulle emellertid endast framhållas, att man icke kan vänta något starkt samband mellan skiktindex i tab. 4 och kronansättningens abskissa. Som ett uppslag till fortsatta undersökningar kan det dock förtjäna beaktande, att kronansättningens abskissa kan tänkas erhålla de värden, som framgå av tab. 4, om sydligare ras och lägre skikt ha en tendens att minska densamma. Då den hypotetiska tryckpunkten (stampunkten) ligger 2,463 måttenheter från trädets topp, skulle detta förhållande innebära, att vindtryckets angreppspunkt ligger lägre i kronorna hos träd av sydligare ras och lägre skikt. Båda dessa slutsatser stå i samklang med METZGERS hypotes. Under i övrigt lika förhållanden bör vindens tryckpunkt ligga lägre i södra Sveriges mer koniska tallkronor än hos norrlandstallens ofta mer cylindriska krona. Och hos härskande träd, vilkas topp är utsatt för avsevärt större vindhastighet än kronans lägre partier, måste i regel tryckpunkten ligga högre i kronan än hos behärskade träd, där kronans övre och nedre delar påverkas av mindre avvikande vindhastigheter. I fråga om starkt behärskade träd tillkommer, att tryckcentrum ytterligare nedflyttas genom inverkan av vindar, som framgå under de härskande trädens krontak.

I betraktande av de små avvikelserna hos de i tab. 4 redovisade värdena å kronansättningens abskissa synes det antagligt, att denna storhet skall i medeltal för bestånd variera rätt obetydligt. Om så är förhållandet, vilket förtjänar att undersökas, erbjuder sig här ett enkelt sätt att kubera bestånd. Vi antaga tillsvidare, att beståndsmedeltalen för kronansättningens abskissa röra sig med små avvikelser kring samma medeltal, som erhållits i det föreliggande materialet, nämligen 4,91. Om K är kronornas och L stammarnas medellängd samt x_b basens abskissa, blir då

$$\frac{x_b}{4,91} = \frac{L}{K},$$

varav $x_b = 4,91$ gånger inverterade kronförhållandet.

Eftersom i detta material de behärskade stammarna sannolikt blivit överrepresenterade, synes det dock sannolikt att beståndsmedelvärdet för kronansättningens abskissa är något högre än 4,91, så att den förslagsvis kan antagas i runt tal utgöra 5.

För noggrannare bestämningar behöver denna faktor säkerligen justeras, framför allt för slutenhet och ras. Detta kan emellertid endast ske genom beståndsanalyser. Att en sådan metod skall kunna bliva användbar för vetenskapliga undersökningar ifrågasättes likväl icke.

Huvudgruppernas avsmalningsserier.

Vi övergå nu till de inom varje höjdklass bildade huvudgrupperna (jfr s. 114) och välja som exempel den stamrikaste höjdklassen 12 meter (tab. 5).

I denna höjdklass ligga de för huvudgrupperingen bestämmande diametrarna 2,5 och 5,5 meter från marken. Det faller genast i ögonen, att just dessa måttställen uppvisa materialets största avvikelser från de beräknade värdena, om vi i detta sammanhang bortse från rotansvällningen. De å 2,5 m erhållna felen i huvudgrupperna 100 til 140 utgöra i ordning följande: $-7,7$, $-4,3$, $-1,8$, $+0,2$, $+1,4$, $+3,9$, $+5,2$, $+8,0$, $+8,0$. Motsvarande fel å 5,5 m äro: $+4,0$, $+3,0$, $+1,8$, $+0,6$, $-1,2$, $-2,0$, $-3,7$, $-5,0$, $-8,3$. Däremot äro felen vid det mellanliggande måttstället 3,5 m: $+0,6$, $-0,8$, $-0,6$, $+1,0$, ± 0 , $+0,7$, $-0,6$, $-0,2$, $-6,3$.

Gruppen 100, som representerar den minsta avsmalningen, företer alltså ett stort negativt fel å 2,5 m och ett stort positivt fel å 5,5 m. Vid gång mot grupper med större avsmalning minskas båda felen, så att de uppnå minimivärden i gruppen 115, som innesluter största stamantalet. Om vi fortsätta till grupper med ännu större avsmalning ökas felen åter, men med ombytta tecken, så att i gruppen 140 finnes ett stort positivt fel å 2,5 m och ett stort negativt fel å 5,5 m.

Felen å 3,5 m sakna däremot en dylik gång och de äro för övrigt numeriskt mindre.

För att rätt förstå denna företeelse torde det vara nödvändigt att diskutera begreppet normalform. Därmed avsåg JONSON (1910, s. 305) en stamform, som överensstämde med HÖJERS ekvation. Här accepteras begreppet, men med såtillvida förändrad innebörd, att därmed förstås stamformer, som kunna återges med den föreslagna kombinationen av två logaritmiska kurvor. Träd av normalform kunna sålunda ha oändligt växlande relativ form. För att definiera denna behöves ytterligare en bestämning, nämligen av basens abskissa x_b .

Tab. 5. Jämförelse mellan materialets relativa medeldiameter (a)
Vergleich zwischen den relativen Durchmessern des Materials (a)

Huvud- grupp Haupt- gruppe	Topp- grupp Gipfel- gruppe	Antal Anzahl	Ras Rasse	Diameter vid 2,5 m inom bark Durchmesser bei 2,5 m ohne Rinde	Ålder Alter	Skikt Kronen- schicht	Kronans längd Kronen- länge	Anm.	
									$\frac{100d_3}{d_2}$
100	65—75	5	2,40	8,9	63	1,60	3,28	a	126,3
								b	119,6
								Differens	+ 6,7
105	60—80	15	1,93	9,4	68	1,60	3,65	a	128,7
								b	121,2
								Differens	+ 7,5
110	55—80	57	1,98	10,2	73	1,55	3,74	a	128,7
								b	122,9
								Differens	+ 5,8
115	50—80	89	1,89	10,2	72	1,53	4,08	a	134,2
								b	125,8
								Differens	+ 8,4
120	55—80	59	1,88	10,3	72	1,58	3,89	a	137,7
								b	130,4
								Differens	+ 7,3
125	55—80	23	1,78	10,5	66	1,48	4,47	a	142,3
								b	133,8
								Differens	+ 8,5
130	60—75	11	2,00	11,4	65	1,55	4,20	a	145,6
								b	138,0
								Differens	+ 7,6
135	60—70	2	3,00	9,9	42	1,5	4,75	a	151,4
								b	140,5
								Differens	+ 10,9
140	75	1	1	9,7	69	2	3,50	a	161,8
								b	147,8
								Differens	+ 14,0

och de beräknade diametrarna (b) i höjdklassen 12 meter.

und den berechneten Durchmesser (b) in der Höhenklasse 12 m.

Relativ diameter inom bark vid mätthöjden										
Relativer Durchmesser ohne Rinde in der Messhöhe										
1,50	2,50	3,50	4,50	5,50	6,50	7,50	8,50	9,50	10,50	11,50
118,5	104,0	107,7	102,7	100,0	88,6	80,2	71,0	56,2	37,5	11,6
115,9	111,7	107,1	101,9	96,0	89,1	80,8	70,4	56,4	38,2	14,8
+ 2,6	- 7,7	+ 0,6	+ 0,8	+ 4,0	- 0,5	- 0,6	+ 0,6	- 0,2	- 0,7	- 3,2
117,2	108,8	107,6	102,9	100,0	90,1	81,8	70,4	56,2	34,6	11,8
117,3	113,1	108,4	103,1	97,0	89,9	81,4	70,8	56,5	38,2	14,7
- 0,1	- 4,3	- 0,8	- 0,2	+ 3,0	+ 0,2	+ 0,4	- 0,4	- 0,3	- 3,6	- 2,9
118,7	112,8	109,2	104,9	100,0	91,9	82,8	72,2	57,6	37,9	12,6
118,9	114,6	109,8	104,4	98,2	91,0	82,3	71,5	57,0	38,4	14,8
- 0,2	- 1,8	- 0,6	+ 0,5	+ 1,8	+ 0,9	+ 0,5	+ 0,7	+ 0,6	- 0,5	- 2,2
121,6	117,2	112,8	106,8	100,0	92,0	82,5	71,0	55,5	35,6	12,9
121,6	117,0	111,8	106,0	99,4	91,7	82,4	70,7	55,6	37,2	14,1
± 0	+ 0,2	+ 1,0	+ 0,8	+ 0,6	+ 0,3	+ 0,1	+ 0,3	- 0,1	- 1,6	- 1,2
127,4	122,1	114,9	108,6	100,0	91,8	82,8	71,1	56,0	35,8	12,2
125,8	120,7	114,9	108,5	101,2	92,7	82,4	69,5	54,0	35,7	13,3
+ 1,6	+ 1,4	± 0	+ 0,1	- 1,2	- 0,9	+ 0,4	+ 1,6	+ 2,0	+ 0,1	- 1,1
132,9	127,0	117,6	109,8	100,0	93,2	81,9	69,2	54,5	36,3	12,0
128,7	123,1	116,9	110,0	102,0	92,7	81,5	67,9	52,4	34,3	12,6
+ 4,2	+ 3,9	+ 0,7	- 0,2	- 2,0	+ 0,5	+ 0,4	+ 1,3	+ 2,1	+ 2,0	- 0,6
136,7	131,7	119,3	111,1	100,0	92,0	81,3	69,4	54,2	33,8	13,9
132,6	126,5	119,9	112,3	103,7	93,7	81,6	67,6	51,9	33,7	12,3
+ 4,1	+ 5,2	- 0,6	- 1,2	- 3,7	- 1,7	- 0,3	+ 1,8	+ 2,3	+ 0,1	+ 1,6
131,2	136,6	121,5	116,8	100,0	93,1	83,4	67,9	56,3	32,0	7,9
134,8	128,6	121,7	113,9	105,0	94,6	82,2	68,1	52,1	33,8	12,3
- 3,6	+ 8,0	- 0,2	+ 2,9	- 5,0	- 1,5	+ 1,2	- 0,2	+ 4,2	- 1,8	- 4,4
148,5	142,6	120,6	116,2	100,0	97,1	80,9	75,0	60,3	39,7	13,2
141,5	134,6	126,9	108,2	108,3	96,7	83,5	68,8	52,4	33,8	12,2
+ 7,0	+ 8,0	- 6,3	- 2,0	- 8,3	+ 0,4	- 2,6	+ 6,2	+ 7,9	+ 5,9	+ 1,0

Emellertid ligger det i sakens natur att en så sammansatt organism som ett träd icke kan fullständigt överensstämna med en matematiskt bestämd normalform. Det är ett faktum av stort intresse, att medeltal av många träd närma sig till en sådan normalform, men i varje mätpunkt förete de i medeltalet ingående enskilda träden talrika avvikelser i både positiv och negativ riktning.

Om man sorterar ett sådant material med ledning av kvoten mellan en nedre och en övre diameter, så måste i den klass, som representerar den största kvoten, samlas sådana träd, vilka till sin allmänna form äro starkt avsmalnande och som därtill utmärkas av en positiv avvikelse från denna form i den nedre diametern och av en negativ avvikelse i den övre diametern. När sedan medeltal uträknas av gruppens medeldiametrar i olika mätpunkter, kunna de ensidiga avvikelserna i de båda för sorteringen använda diametrarna icke utjämnas, medan variationerna i övriga diametrar mer eller mindre taga ut varandra. På grund härav angives gruppens normalform bäst av de vid sorteringen icke använda diametrarna. Till detta förhållande har den här använda metoden tagit hänsyn. Om man däremot beräknar en grupps formklass enbart med ledning av en diameterkvot, så blir följden ofrånkomligt, att formens extremer rätt betydligt överdrivas.

Vi övergå nu till en detaljgranskning av huvudgruppernas medelserier i höjdklass 12 (tab. 5). Å de grafiska tablåerna ser man, liksom fallet var i fråga om medeltalen för hela höjdklasser, att rotansvällningen icke fullt upphört vid 10 % av längden från marken räknat. Det negativa fel, som i sammandraget över höjdklasserna överallt återfanns i toppen, uppträder här i den yttersta toppsektionen i 7 huvudgrupper av 9. Redan i den näst yttersta toppsektionen är felet negativt endast i 5 huvudgrupper av 9. Denna omständighet gör det mindre inbjudande att söka undvika detta fel genom en justering av toppkurvan.

Om vi på grund av rotansvällningen bortse från mätpunkten 0,5 m samt ävenledes från de två översta toppsektionerna och de vid sorteringen använda mätpunkterna vid 2,5 och 5,5 m, så återstå 7 mätpunkter, varest överensstämmelsen med normalformen är tämligen god. Det i varje huvudgrupp för dessa 7 mätpunkter utan hänsyn till tecken uträknade genomsnittliga felet uppgår, om huvudgrupperna tagas i ordning från 100 till 140, till följande siffror: 0,8, 0,3, 0,6, 0,4, 1,1, 1,3, 1,7, 2,0 och 4,6 procent av enhetsdiametern. Det är sannolikt, att det ringa antalet träd i de från medelavsmalningen mest avvikande grupperna ökat dessas genomsnittliga fel. Men dessutom synes en tydlig tendens till ökning av felet vid gång mot grupper med större avsmalningskvot, d. v. s. med lägre formklass. Det förefaller antagligt, att orsaken härtill delvis

bör sökas i en större individuell variation hos träd i låga formklasser. Därjämte inverkar säkerligen ett systematiskt fel, som framträder klarare vid huvudgruppernas uppdelning på toppgrupper. Vi skola längre fram se (s. 130), att detta fel kan minskas genom flyttning av origo.

Med undantag för de mest extrema grupperna måste emellertid överensstämmelsen anses så god, att normalformen kan läggas till grund för kubering av huvudgruppernas medelträd. Det gäller alltså att finna en för varje huvudgrupp lämplig variant av normalformen. I sådant syfte måste vi bestämma måttenheten eller basabskissan.

Möjligheten att härleda basabskissan med hjälp av kvoten mellan två medeldiametrar är här i princip densamma som i fråga om höjdklassernas medelträd. Skillnaden blir endast att beräkningen i detta fall blir osäkrare, därför att överensstämmelsen med den logaritmiska huvudkurvan är sämre.

Däremot ger ett försök att med ledning av kronans längd bestämma stamformen hos huvudgruppernas medelträd negativt resultat. Vid granskning av de upprättade tabellerna finner man, att såväl kronans medellängd som skiktindex varierar utan tydligt samband med formen hos stammens nedre hälft.

Det ringa sambandet mellan kronlängd och huvudgrupp belyses av tab. 6, som för höjdklassen 16 m utvisar stamantalets fördelning på olika kombinationer av dessa två bestämningar. I var och en av de fem kronlängdsklasserna mellan 2,5 m och 7,4 m äro med ett enda undantag alla huvudgrupper representerade. Stamantalet i varje sådan kronlängdsklass grupperar sig tämligen symmetriskt kring samma medelhuvudgrupp, nämligen 120. Man får av tab. 6 intrycket, att stammar-

Tab. 6. Stamantalets fördelning i höjdklass 16 m.

Die Verteilung der Stammzahl in der Höhenklasse 16 m.

Kronans längd Kronenlänge m.	H u v u d g r u p p H a u p t g r u p p e							
	105	110	115	120	125	130	135	S:a
1,5—2,4	—	1	—	—	—	—	—	1
2,5—3,4	1	3	5	10	3	2	1	25
2,5—4,4	1	8	10	25	6	5	1	56
4,5—5,4	2	5	13	14	19	4	3	60
5,5—6,4	1	3	11	30	11	7	1	64
6,5—7,4	—	2	7	10	8	4	1	32
7,5—8,4	—	—	3	1	3	1	—	8
8,5—9,4	—	1	—	2	2	2	2	9
9,5—10,4	—	—	—	—	1	—	—	1
Summa	5	23	49	92	53	25	9	256

nas fördelning på huvudgrupper är i det närmaste oberoende av kronans längd.

För samma höjdklass 16 m har i tab. 7 (s. 131) redovisats kronlängdklassernas medeldiameter vid 2,5 m, uttryckta i procent av enhetsdiametern. Med undantag för den första och de två sista kronlängdsklasserna, som å s. 131 närmare diskuteras, röra sig dessa medeldiametrar inom gränserna 121,3 och 123,5. De äro sålunda praktiskt taget lika, vilket innebär, att alla kronlängdsklassernas medelträd tillhöra i det närmaste samma huvudgrupp.

I medelträdet för en hel höjdklass sammanföras alltså medeltal av kronlängder och stamformer, som hos de enskilda träden variera utan nämnvärt inbördes samband. Det är då förvånande, att dessa medelträd kunna uppvisa ett så lagbundet förhållande mellan kronlängd och stamform, som de faktiskt göra (s. 121).

Detta resultat är besläktat med MATTSSON-MÅRNS (1917) och PETRINIS (1918) erfarenhet, att hos enskilda stammar korrelationen mellan kronans tyngdpunkt och formklassen är svag eller ingen, medan däremot ett lagbundet samband mellan dessa faktorer synes äga rum, då det gäller stora medeltal.

Den nu utförda undersökningen behöver lika litet som MATTSSON-MÅRNS och PETRINIS tolkas som ett bevis mot METZGERS hypotes, eftersom denna är knuten till vindtryckets angreppspunkt, vars läge i de flesta fall är okänt. Träd med små kronor tillhöra vanligen lägre skikt, och i enlighet härmed kan man förvänta, att deras tryckpunkt i medeltal skall ligga lågt i kronan (jfr s. 122). Å andra sidan äro träd med stora kronor oftast härskande, och de hava därför sannolikt tryckpunkten högt belägen. Hos ett antal träd av samma höjd bör därför tryckpunkthöjden variera mindre än kronlängden.

I den här undersökta höjdklassen 16 m skulle emellertid tryckpunkten för att tillfredsställa METZGERS hypotes ha ungefär samma absoluta medelhöjd i alla kronlängdsklasser. Detta är, om man bortser från de mest extrema klasserna, visserligen tänkbart, men det förefaller ingalunda sannolikt. Det är snarare troligt, att den okända biologiska realitet, som METZGERS hypotes är avsedd att uttrycka, icke fullt täckes av hypotesen. Måhända formas stammen under inflytande av en mångfald orsaker, som oftast äro så kombinerade, att de framkalla en ungefärlig tillpassning till vindtrycket, medan i mindre vanliga fall andra orsakskombinationer ge upphov till stamformer, som mer eller mindre avvika från den av vindtryckshypotesen fordrade formen.

Toppgruppernas avsmalningsserier.

Såsom förut framhållits (s. 114) ha stammarna i varje huvudgrupp sorterats i toppgrupper, vilka benämnts efter relativa diametern på ungefär halva avståndet mellan enhetsdiametern och toppen. Även för denna sortering gäller vad som å s. 126 anförts rörande uppdelningen på huvudgrupper, nämligen att tillfälliga fel i de gruppbestämmande diameterrarna överdriva formens extremer. I de mest extrema grupperna har dessutom det ringa trädantalet och jämväl andra orsaker vållat, att de

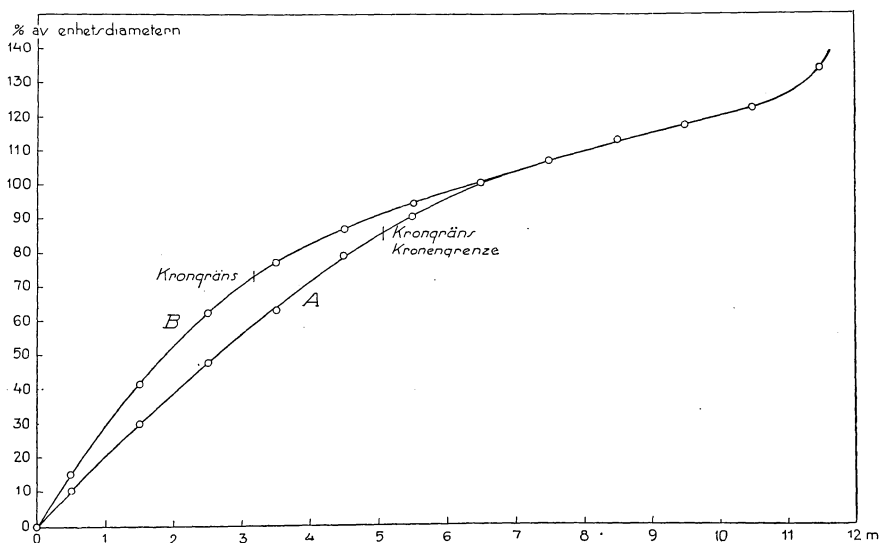


Fig. 6. Relativ form hos medelstammarna till höjdklass 12, huvudgrupp 115, toppgrupperna 60 (A) och 75 (B). (Relative Form der Mittelstämme der Gipfelgruppen 60 (A) und 75 (B) in der Höhenklasse 12, Hauptgruppe 115).

erhållna stamkurvorna blivit skäligen oregelbundna. På grund härav har jag inskränkt mitt studium av toppkurvorna till en jämförelse i varje huvudgrupp mellan den högsta och den lägsta toppgrupp, som innesluter minst tio procent av huvudgruppens stamantal. Resultatet är till sin riktning fullkomligt enahanda i alla höjdklasser och huvudgrupper. Det belyses genom ett exempel i fig. 6, som utvisar stamkurvorna i höjdklassen 12, huvudgruppen 115 samt toppgrupperna 60 och 75.

Fig. 6 lämnar den viktiga upplysningen, att de till samma huvudgrupp hörande toppkurvorna skilja sig från varandra redan omedelbart ovanför enhetsdiametern. Kronans nedre gräns ligger i båda fallen väsentligt över enhetsdiameters mät punkt. Man kan alltså ej framställa toppgruppernas stamkurvor genom att låta olika kronstamkurvor vid undre krongränserna ansluta sig till en för hela huvudgruppen gemen-

sam huvudkurva. Vi måste finna någon utväg att inom en huvudgrupp, alltså i princip hos träd i samma formklass, variera stamkurvan under kronan.

Med vår grundförutsättning, att stammen under kronan följer funktionen $y = \log x$, är en sådan variation möjlig, endast om läget för origo ändras. Genom studium av toppgrupperna komma vi sålunda till insikt om, att origoplaceringen i trädets topp endast är att uppfatta som en medeltalsföreteelse.

Om läget för origo icke är bestämt fordras tre punkter på den logaritmiska kurvan för att definiera densamma. Vid användande av HÖJERS ekvation utgör det kända toppläget i punkten $x = 1$ en av dessa punkter, varför endast två diametrar behöva mätas. Därvid möjliggöres emellertid ingen variation inom formklassen. På grund härav och för vinnande av bättre överensstämmelse med naturen önska vi frigöra toppen från läget $x = 1$. För den logaritmiska huvudkurvas bestämning erfordras då tre diametrar.

Vi ha härigenom kommit fram till den formbestämningsmetod, som utvecklats i kap. III. Dess tillämpning skall närmare diskuteras i nästa kapitel.

I fråga om sambandet mellan kronan och stamformen se vi å fig. 6, att den undre krongränsen ligger högre i toppgrupp 75 än i toppgrupp 60. För att studera detta samband välja vi som exempel höjdklassen 12 och inom denna den stamrikaste huvudgruppen 115. Vid gång från den lägsta toppgruppen 50 till den högsta toppgruppen 80 finna vi följande kronlängder: 4,70 (ett träd), 8,30, 5,11, 4,05, 4,01, 3,32 och 2,65. Motsvarande skiktindex äro 1,5 (ett träd), 1,00, 1,29, 1,42, 1,58, 1,73 och 2,00.

Dessa siffror äro typiska för vad som förekommer även i övriga höjdklasser, huvudgrupper och toppgrupper. Med undantag för stamfattiga extrema grupper, som kunna avvika från regeln, åtföljes en ökad toppkvot överallt av mindre relativ kronlängd och större skiktindex, d. v. s. lägre skikt. I samma höjdklass och huvudgrupp är alltså ett litet kronförhållande en indikator på växtfyllig topp. Någon lagbunden variation av rasindex har här ej kunnat spåras.

För att ytterligare belysa sambandet mellan kronförhållande, skikt och stamform har i varje höjdklass hela materialet sorterats på toppgrupper, utan hänsyn till huvudgrupper. I höjdklass 12 visa för dessa toppgrupper uträknade medeltal vid gång från toppgrupp 50 till toppgrupp 80 följande kronlängder: 4,70 (ett träd), 5,36, 5,13, 4,22, 3,75, 3,33 och 2,80. Motsvarande skiktindex äro: 1,00, 1,20, 1,31, 1,46, 1,58, 1,73 och 1,90. Rasindex variera oregelbundet.

Med undantag för toppgrupp 50, som endast representeras av ett träd, åtföljes alltså toppkvotens ökning överallt av fallande kronlängder och stigande skiktindex.

Enhetsdiametern å 5,5 m är i alla toppgrupper 100. Medeldiametern vid 2,5 m är vid gång från toppgrupp 50 till toppgrupp 80 följande: 115,1 (ett träd), 117,9, 119,7, 118,9 117,7, 117,9 och 118,6. Medelavsmalningen mellan 2,5 m och 5,5 m är följaktligen praktiskt taget lika i alla toppgrupperna.

De nyss anförda kronlängderna utgöra gruppvis beräknade medeltal. För att kontrollera de så erhållna resultaten har hela materialet i höjdklassen 16 sorterats efter kronlängder, varefter medeldiametern vid 2,5, 9,5 och 11,5 m uträknats. Därvid ha de siffror framkommit, som återfinnas i tab. 7.

Tab. 7.

Kronans längd Kronenlänge m	Antal träd Stammzahl	Relativ diameter vid Relativer Durchmesser bei			
		2,5 m	7,5 m	9,5 m	11,5 m
1,5—2,4	1	113,3	100,0	90,2	76,9
2,5—3,4	25	121,3	100,0	88,1	73,6
3,5—4,4	56	121,6	100,0	89,0	74,3
4,5—5,4	60	122,9	100,0	88,8	72,2
5,5—6,4	64	122,8	100,0	87,9	68,8
6,5—7,4	32	123,5	100,0	87,2	68,1
7,5—8,4	8	122,8	100,0	86,4	63,1
8,5—9,4	9	127,7	100,0	84,3	63,4
9,5—10,4	1	126,3	100,0	74,3	49,7

Av diametrarna å 2,5 m är diametern i gruppen 1,5—2,4 tydligen abnorm. Detta träd håller vid både 2 och 3 meter 117,5 procent av enhetsdiametern. I klasserna 8,5—9,4 och 9,5—10,4 ligger den vid 7,5 m belägna enhetsdiameter i krongränsen eller inom kronan, vilket förklarar de höga relativa diametrarna vid 2,5 m. För alla övriga kronklasser är avsmalningen mellan 2,5 m och 7,5 m ungefär densamma.

Mätpunkten 9,5 m ligger under kronan endast i de fem första kronklasserna. I dessa klasser är diametervariationen mycket obetydlig. Så snart mätpunkten faller inom kronan minskas diametern med tilltagande kronlängd, vilket förklaras av att mätpunktens relativa läge i kronan därvid förskjutes mot toppen.

Mätpunkten 11,5 m, som ligger till grund för sorteringen på toppgrupper inom höjdklassen 16 meter, faller blott i de tre första kronklasserna under kronan. Variationen är här oregelbunden och, om man bortser från klassen 1,5—2,4 m, som endast representeras av ett träd,

obetydlig. I de övriga kronklasserna, där mätpunkten 11,5 m ligger inom kronan, minskas diametern med tilltagande kronlängd på samma sätt som nyss framhållits beträffande diametern vid 9,5 m.

Av sorteringen på kronlängdsklasser synes framgå, att kronans längd icke har något nämnvärt inflytande på avsmalningen nedanför trädets mitt, såvida denna ligger under kronan. I detta avseende råder full samstämmighet med de resultat, som erhöles vid sortering i huvudgrupper och i toppgrupper.

Beträffande stammens övre hälft äro resultaten i viss mån motsägande. Vid sorteringen i toppgrupper erhöles ett påtagligt samband mellan kronans medellängd och formen hos hela denna stamdel, medan ett sådant samband vid sorteringen i kronlängdsklasser endast kommit till synes i fråga om diametrarna inom kronan. Denna motsättning är av stort intresse, därför att den belyser de risker, som äro förenade med formstudier å medelträd.

Antag, att det förhåller sig så, som resultatet av kronlängdsorteringen synes utvisa, nämligen att kronornas stamkurvor vid krongränserna ansluta sig till en och samma huvudkurva. I så fall kommer medelkurvan för en toppgrupp att skilja sig från huvudkurvan i den punkt, där den i gruppen förekommande längsta kronan har sin undre gräns, alltså långt under krongränsens för gruppen beräknade medelläge.

Den omständigheten, att toppgruppernas medelkurvor skilja sig från varandra långt under kronan, behöver sålunda icke innebära, att de i dessa grupper ingående enskilda träden ha stammar, som under kronan följa olika huvudkurvor. Vi funno å s. 130 att de till samma huvudgrupp hörande toppgruppernas medelträd icke kunde ha huvudkurvor med samma origoläge. Nu se vi, att huvudgruppens samtliga enskilda träd detta oaktag kunna ha samma huvudkurva med samma origoläge. Detta förhållande bör utgöra en maning till försiktighet vid anläggande av biologiska synpunkter på stamformen hos medelträd.

Avsmalningen inom kronan.

För att få någon överblick över stammens avsmalning inom kronan har den absoluta formklassen för denna stamdel beräknats i alla till höjdklassen 12 m hörande toppgrupper. Dessa formklassvärden ha sammanförts i tab. 8, som alltså innehåller kvoter mellan diametern vid kronans mitt och diametern i krongränsen.

Som synas röra sig medelformklasserna i tab. 8 praktiskt taget inom gränserna 0,55 och 0,65. Härifrån göra endast tre värden undantag.

Tab. 8. Absoluta formklasser, uttryckta i tusendelar, för stamdelen inom kronan hos 12 m höga tallar, fördelade i huvudgrupper och toppgrupper.

Absolute Formklassen des Stammteils innerhalb der Krone in $\frac{1}{1000}$ angegeben, bei 12 m hohen Kiefern verschiedener Hauptgruppen und Gipfelgruppen.

H u v u d g r u p p Hauptgruppe	T o p p g r u p p Gipfelgruppe						
	50	55	60	65	70	75	80
I00.....	—	—	—	579	648	607	—
I05.....	—	—	594	557	610	602	561
I10.....	—	552	563	613	607	617	579
I15.....	525	629	559	594	594	604	640
I20.....	—	596	562	559	598	624	650
I25.....	—	545	572	609	597	662	569
I30.....	—	—	564	576	625	600	—
I35.....	—	—	580	—	629	—	—
I40.....	—	—	—	—	—	600	—

För det på kronlängdsklasser fördelade materialet i höjdklass 16 m ha de kronformklasser erhållits, som redovisats i tab. 9.

Tab. 9. Absoluta formklasser för stamdelen inom kronan hos 16 m höga tallar med olika långa kronor.

Absolute Formklassen des Stammteils innerhalb der Krone bei 16 m hohen Kiefern verschiedener Kronenlängen.

Kronans längd Kronenlänge m	Antal träd Stammzahl	Kronformklass Kronenformklasse
1,5—2,4.....	1	0,545
2,5—3,4.....	25	0,576
3,5—4,4.....	56	0,587
4,5—5,4.....	60	0,606
5,5—6,4.....	64	0,608
6,5—7,4.....	32	0,633
7,5—8,4.....	8	0,599
8,5—9,4.....	9	0,610
9,5—10,4.....	1	0,500
Medeltal	—	0,602

Även här röra sig kronformklasserna kring ett medelvärde av ungefär 0,60. Om man undantager första och sista gruppen, som vardera representeras av endast ett träd, blir lägsta kronformklassen 0,576 och den högsta 0,633. Medeltalet för hela höjdklassen utgör 0,602.

För att få en föreställning om inflytandet av ras och skikt har en kronlängdsklass, nämligen 2,5—3,4 m, av höjdklassen 8 m, sorterats med ledning av dessa bestämmingar, varefter medelformklassen för stamdelen inom kronan uträknats i varje grupp. Resultatet framgår av tab. 10.

Tab. 10. Absoluta formklasser för stamdelen inom kronan hos 8 m höga tallar med 2,5—3,4 m långa kronor.

Absolute Formklassen des Stammteils innerhalb der Krone bei 8 m hohen Kiefern, deren Kronen 2,5—3,4 m lang sind.

R a s R a s s e	S k i k t K r o n e n s c h i c h t		
	1	2	3
1 Nordsvensk (nordschwedische)	0,575	0,623	0,599
2 Övergångszonens (der Übergangszone).....	0,595	0,637	0,631
3 Sydsvensk (südschwedische)	0,574	0,600	0,589

Som synes ligger övergångszonen högst i alla skikt, därefter kommer den nordsvenska rasen och sist den sydsvenska. Inom alla rasområden har andra skiktet högsta medelformklassen, därefter kommer tredje skiktet och sist det första. Medelformklassen för samtliga träd är 0,600.

Av största intresset i denna sammanställning är medelformklassens maximum i övergångszonen och i andra skiktet. Denna kulmination i en mellanzon och ett mellanskikt förringar ganska mycket värdet av de för hela höjdklasser och kronlängdsklasser uträknade medeltalen av ras- och skiktindex.

I övrigt kunna några längre gående slutsatser icke dragas av de nyssnämnda siffrorna, eftersom inga garantier finnas, att de observerade provträden statistiskt representera ifrågavarande raser och skikt.

Av betydelse är emellertid den ständigt återkommande erfarenheten, att medelformklassen för stamdelen inom kronan rör sig inom tränga gränser kring ett värde av ungefär 0,60. Under förutsättning att kronans stamkurva följer HÖJERS ekvation motsvarar denna formklass ett absolut formtal av något mer än 0,40. Vi kunna provisoriskt använda sistnämnda siffra vid kubering av stående träd. Så småningom bör det vara möjligt att genom undersökning å representativa provträd erhålla noggrannare medelformtal för stamdelen inom kronan, gällande i bestånd av olika typer.

Kap. VIII. Metod för uppskattning av försöksytor.

Med stöd av den här förut gjorda utredningen kunna följande riktlinjer uppdragas för uppskattningen av försöksytor.

1. Uppskattningen bör om möjligt ske med hjälp av statistiskt representativa provträd, vilka undersökas stående.

2. Då det gäller medeltal av ett stort antal utan val tagna träd synes ett visst samband otvivelaktigt existera mellan kronan och stam-

formen. Det är emellertid outrett i vilken mån ett sådant samband kan förutsättas hos bestånd av olika typer. På grund härav kan det nu icke ifrågasättas, att uppskattningen av försöksanstaltens gallringsytor skall ske med stöd av observationer rörande kronans läge och form.

3. Beträffande stamdelen inom kronan (kronstammen) har det visat sig, att det absoluta formtalet i förhållande till grundytan i krongränsen hos tallen rör sig inom snäva gränser kring värdet 0,40. Då denna stamdel i regel utgör en rätt ringa del av trädets kubikmassa inverkar ett mindre fel i bestämningen av dess absoluta formtal endast obetydligt på slutresultatet. Det synes därför berättigat att provisoriskt använda medelformtalet 0,40 vid uppskattning av kronstammarnas kubikmassa i hela bestånd. Metoden kan sedan så småningom förfinas genom att medelvärdet 0,40 ersättes med erfarenhetstal från olika beståndstyper, vunna vid undersökning av fällda representativa provträd.

4. I övrigt måste kuberingen ske genom direkt mätning. Beståndet klavas vid brösthöjd, varefter representativa stammar uttagas efter någon objektiv metod, enklast genom att välja vart n:te träd i stamnummerlängden. Å provträden mätes med lämpligt instrument toppens och krongränsens höjd över marken, och resultatet utjämnas på vanligt sätt genom höjdkurvor. Skillnaden mellan de två höjdkurvorna anger i varje diameterklass kronans längd. Då kronstammarnas medelformtal förutsättes vara känt återstår för deras kubering endast att bestämma grundytan i krongränsen. Denna bestämning sker med ledning av stamkurvan under kronan. Vi återkomma härtill under punkt 9.

5. För kubering av stamdelen under kronan fordras kännedom om dess profilkurva. Vi förutsätta härvid att stamdelens diametrar äro proportionella med ordinaterna till kurvan $y = \log x$. Något annat antagande göres icke. Det lämnas öppet, huruvida toppen ligger i punkten $x=1$ (HÖJERS ekvation), om den ligger i origo eller om den är på annat sätt placerad i stamkurvas koordinatsystem. Skulle något av nyssnämnda specialfall vara för handen ger sig detta förhållande tillkänna vid användning av den mera generella kurvan.

6. Vid en dylik fri placering av punkterna $x=0$ och $x=1$ måste tre diametrar mätas för att den logaritmiska jämförelsekurvan skall vara bestämd. Därvid är det önskvärt, att de båda yttersta mätten tagas så långt ifrån varandra som möjligt, emedan härigenom det störande inflytandet av tillfälliga avvikelser minskas. Det mellersta måttet bör för enklare räkning helst tagas mitt emellan de båda yttersta.

7. Då det gäller bestämning av kubikmassan med bark kan den övre mätpunkten förläggas till krongränsen och den undre så lågt som möjligt ovanför rotansvällningen. Hos en del stamtyper ligger stamkurvas

vändpunkt så högt, att man knappast kan beteckna den konkava nedre delen som rotansvällning. Även i sådana fall måste emellertid alla tre diametermått tagas på stamkurvans från längdaxeln konvexa del.

Vid dylik förläggning av mätpunkterna måste oftast den övre diametern observeras med något optiskt instrument, t. ex. Liljenströms dendrometer.

8. Då det är fråga om uppskattning av kubikmassan inom bark måste i regel alla tre diametrarna förläggas så, att de bliva åtkomliga för en barkundersökning. Vid provyteundersökningar erbjuder det inga större svårigheter att för detta ändamål medföra en lätt stege, med vars hjälp diametern och barktjockleken bekvämt kunna undersökas på 6 m höjd över marken. Beträffande den undre diametern gäller även i detta fall vad som sagts i punkt 7.

9. Sedan de tre diametermått erhållits, uträknas differenskvoten och avsmalningstalet, varefter jämförelsekurvans origo och måttenhet bestämmas enligt de anvisningar, som givits i Kap. III. Därmed äro såväl grundytan i krongränsen som kubikmassan hos stamdelen under kronan bestämda. Hela trädets kubikmassa kan erhållas direkt genom formeln 49 å s. 101.

10. Även om man söker förlägga den undre mätpunkten ovanför stamkurvans vändpunkt kan man icke vara fullt säker på att detta lyckats. I sådant avseende ger differenskvoten en viss anvisning, eftersom endast mätpunkter, vilkas differenskvot är större än 1, kunna ligga på den logaritmiska kurvan. Denna kontroll är emellertid icke tillfyllest. Det är högst önskvärdt, att den ur tre mätpunkter härledda logaritmiska kurvan kontrolleras genom ännu en mätpunkt eller helst flera. Till en början, innan tillräcklig erfarenhet vunnits om hithörande förhållanden, böra därför diametrarna uppmätas i så många mätpunkter som möjligt, förslagsvis å 2, 3, 4, 5 och 6 m från marken.

11. En formbestämning efter denna metod är givetvis ytterst känslig för tillfälliga avvikelser. Vid metodens tillämpning på enskilda träd bör därför all omsorg nedläggas på att förminska dessa. Endast sådana diametrar böra mätas, vilka för ögat framstå som fria från fel. Likväl uppkommande ojämnheter utjämnas grafiskt innan differenskvoten och avsmalningstalet beräknas. Särskilt då man önskar studera sambandet mellan stamformen och olika biologiska faktorer måste mätning och felutjämning verkställas med största möjliga noggrannhet.

12. Vid kubering av bestånd kan emellertid den nödvändiga utjämningen i allmänhet uppnås på mycket enklare sätt. Om krongränsen ligger ungefär lika högt i samtliga diameterklasser tänker man sig alla provträden i hela beståndet sammanförda till en enda solid kropp,

vilken sedan behandlas på samma sätt som nyss beskrivits för enskilda träd. Då denna metod användes böra diametermåtten tagas på lika höjder hos alla träd. För varje mätpunkt summeras diametrarnas kvadrater, varefter kvadratroten ur summan anger den sökta kroppens diameter i mätpunkten.

I bestånd, där undre krongränsen varierar avsevärt med diametern, indelas provträden i grupper med ungefär lika krongränslagen. Därefter genomföres i varje grupp samma beräkning som i förra fallet kom till användning för hela beståndet.

Det är på intet vis självklart, att en genom dylik sammanslagning bildad kropp skall hava en profilkurva av formen $y = \log x$. Man kan emellertid lätt undersöka om så är fallet i fråga om de åtkomliga mätpunkterna. Om de där erhållna diametrarna låta sig utjämnas genom en logaritmisk kurva bör man vara berättigad att utdraga denna till krongränsen. För den händelse att nöjaktig överensstämmelse med logaritmikurvan ej uppnås torde i regel en ytterligare uppdelning på grupper vara att tillråda.

I varje fall har man i sin hand att med stöd av materialet bedöma, om metoden är tillämplig. Det är möjligt, att undantagsförhållanden finnas, då intet annat återstår än att kubera beståndet efter den förut använda subjektiva metoden. Detta kan särskilt bli nödvändigt, då något större antal stammar ha vändpunkten abnormt högt belägen. Vid behandling av sådana ytor gör man därför klokt i att tillsvidare uttaga provstammar jämväl efter den subjektiva metoden.

13. För att göra det nya förfarandet full rättvisa borde detsamma kontrolleras på statistiskt representativa provträd. Då några sådana för närvarande ej stå mig till buds har jag för ändamålet använt 39 st. sektionsmätta provstammar, vilka tagits ur gallringsvirket vid revision år 1925 av försöksytan N:o 40, Bispgården. Vid en dylik jämförelse böra rotansvällning och stubbavdrag ej få inverka på resultatet. På grund härav har vid kuberingen endast stamdelen över 2 m:s höjd tagits i betraktande. Enligt sektioneringen utgör kubikmassan hos denna stamdel i summa för samtliga provstammar 3,4477 kbm, vilken volym alltså skall jämföras med den beräknade.

Provstammarnas medelhöjd är 15,67 m, och krongränsen ligger i medeltal 9,90 m över marken. Diameterkvadraternas summa är vid 2,5 m höjd 0,613727, vid 4,5 m 0,533108 och vid 6,5 m 0,448842. I enlighet härmed är differenskvoten = 1,12978 och avsmalningstalet = 14,70645. γ är = 9,225 och u = 0,0498305. Härav erhålles origoavståndet λ från undre mätpunkten = 18,45 m och måttenheten a = 3,4132 m.

Med stöd av dessa siffror fås enligt formeln (49) den sökta kubik-

massan = 3,4558 kbm, alltså 0,23 procent för högt. Emellertid har därvid kronstammarnas medelformtal antagits vara 0,40. I detta fall, då det gäller fällda provstammar, kan ifrågasvarande formtal kontrolleras. Det uppgår enligt sektioneringen till 0,42. Om detta värde insättes i formel (49) blir kubikmassan = 3,4827 kbm, vilket resultat överstiger sektioneringens med 1,02 procent.

Vi få en föreställning om denna avvikelsets natur genom att jämföra provstamkroppens beräknade diameterkvadrater D^2 med summorna av de mätta diametrarnas kvadrater d^2 (tab. II).

Tab. II.

Höjd över marken Messhöje	D^2	Σd^2
9,5	0,325755	0,306686
8,5	0,360964	0,362152
7,5	0,405339	0,399172
6,5	0,448845	0,448842
5,5	0,491426	0,483971
4,5	0,533104	0,533108
3,5	0,573867	0,573260
2,5	0,613739	0,613727

Då den logaritmiska kurvan lagts genom punkterna 2,5, 4,5 och 6,5 m skulle därstädes full överensstämmelse ha uppnåtts, om beräkningen utförts med tillräckligt många decimaler. Felen vid 3,5, 5,5, 7,5 och 8,5 m synas vara av tillfällig natur och skulle sannolikt ha kunnat minskas genom ökning av antalet provstammar. Däremot torde felet vid 9,5 m, vilket är det största av de observerade felen, till väsentlig del vara systematiskt. Medan mätpunkten 8,5 m ligger inom kronan endast hos 8 % av provstammarna faller nämligen mätpunkten 9,5 m i kronan hos 40 %. Diametern i denna punkt är därför starkt påverkad av kronans i regel diameterminskande inflytande, vilket vållar att det utan hänsyn till kronan beräknade värdet blir för högt.

Av samma anledning har även den för krongränsens medelhöjd 9,9 m beräknade grundytan en tendens att bli större än summan av de enskilda provträdens krongränsgrundtytor.

Krongränshöjdens variation medför sålunda en tendens till för hög kubering av stamdelarna såväl över som under krongränsens medelhöjd. Detta fel kan tydligen motverkas genom materialets uppdelning på grupper med närmelsevis lika krongränshöjd.

Provstammarna från ytan N:o 40 ha endast anförts som ett exempel. Först då vi erhålla representativa provstammar från ett tillräckligt antal försöksytor i olika beståndstyper blir det möjligt att underkasta den

nya metoden en effektiv kontroll. I detta exempel har emellertid ett resultat erhållits, som i och för sig måste betecknas som tillfredsställande. Goda grunder finnas dessutom för antagandet, att detta resultat skulle kunnat ytterligare förbättras genom större antal provträd och dessas uppdelning på grupper med närmelsevis samma krongränshöjd.

14. Särskilt för gran med djupt gående kronor kan det bli nödvändigt att förlägga en eller flera mätpunkter inom kronan. Det är då lämpligt att kubera stamstycket ovanför övre mätpunkten på samma sätt som här använts för kronstammen. Den övre delens formtal beräknas lätt ur det för hela kronstammen antagna formtalet.

15. Hos den föreslagna metoden är det en stor styrka, att inom ett bestånd eller eventuellt en stamgrupp alla diametermått kunna tagas på samma absoluta höjder. Härigenom förenklas mättningsarbetet i hög grad. Å andra sidan medför det inga svårigheter att i varje bestånd förlägga mätpunkterna på de för beståndet lämpliga höjderna. Slutligen bör det framhållas, att vid summering av diameterkvadraterna varje diameter med sin rätta vikt påverkar provstamkroppens form.

16. Särskilt vid tillväxtundersökningar är det en stor fördel att måtten ej behöva tagas på bestämda relativa höjder. På tre lika långt från varandra belägna stamskivor kan man bekvämt studera ett träds tillväxt ända från det år, då krongränsen nådde den översta skivan. Hittills har man vid dylika problems lösning varit hänvisad till grafisk bearbetning av fullständiga stamanalyser. I vanliga fall blir en sådan metod alltför omständlig, och man har då tillgripit den otillfredsställande utvägen att undersöka endast brösthöjdsdiameterns och höjdens tillväxt. Formtillväxten har man ej kunnat beräkna, utan det har antagits, att formklassen förblivit oförändrad under utväxandet.

Litteratur.

- FLURY, PH., 1907, Ertragstafeln für die Fichte und Buche der Schweiz, Mitteilungen der schweizerischen Centralanstalt für das forstliche Versuchswesen. IX. Band.
- HESSELMAN, HENRIK, 1926. Studier över barrskogens humustäcke, dess egenskaper och beroende av skogsvården. Medd. från Statens Skogsförsöksanstalt, h. 22, Nr 5.
- HÖJER, A. G., 1903, Tallens och granens tillväxt. Bilaga till LOVÉN, F. A., Om våra barrskogar. Stockholm.
- JONSON, TOR, 1910, Taxatoriska undersökningar om skogsträdens form. I. Granens stamform. Skogsvårdsför. tidskr.
- , 1911, d:o d:o. II. Tallens stamform. Skogsvårdsför. tidskr.
- , 1912, d:o d:o. III. Formbestämning av stående träd. Skogsvårdsför. tidskr.
- , 1918. Massatabeller för träduppskattning, fjärde större upplagan, Stockholm.
- LÖNNROTH, ERIK, 1925, Untersuchungen über die innere Struktur und Entwicklung gleichaltriger naturnormaler Kiefernbestände, Acta Forestalia Fennica 30 Helsinki.
- MAASS, ALEX., 1908. Kubikinnehållet och formen hos tallen och granen inom Särna socken i Dalarna. Medd. från Statens Skogsförsöksanstalt, h. 5.
- MATTSSON-MÄRN, L., 1917, Formklassstudier i fullslutna tallbestånd. Medd. från Statens Skogsförsöksanstalt, h. 13, 14.
- METZGER, C., 1893, Der Wind als massgebender Faktor für das Wachstum der Bäume. Mündener forstliche Hefte. H. 3. Berlin.
- , 1894, Studien über den Aufbau der Waldbäume und Bestände nach statischen Gesetzen. Mündener forstl. Hefte. H. 5, 6. Berlin.
- , 1895, d:o d:o. H. 7. Berlin.
- PETRINI, SVEN, 1918, Formpunktsmetoden och dess användning för formklassbestämning och kubering. Skogsvårdsför. tidskr.
- PETTERSON, HENRIK, 1924, Naturforskning och skogliga försök som underlag för beståndsvården, Skogsvårdsför. tidskr.
- , 1925, Sambandet mellan kronan och stamformen, Skogsvårdsför. tidskr.
- RINIKER, H., 1873. Über Baumform und Bestandsmasse, Aarau.
- SCHOTTE, GUNNAR, 1912, Om gallringsförsök. Medd. från Statens Skogsförsöksanstalt, h. 9.
- SYLVÉN, NILS, 1916, De svenska skogsträden, en skogsbotanisk handbok. I. Barrträden. Stockholm.
- TIRÉN, LARS, 1924, Om en undersökning av vindhastigheten i skogsbestånd, Skogsvårdsför. tidskr.
- , 1926, Några undersökningar över stamformen, Skogsvårdsför. tidskr.

Tabeller för formbestämning och kubering av stående träd.

Tabellen zur Bestimmung von Form und Inhalt stehender Bäume.

Tab. I.

Tabellen ger för olika differenskvoter ρ (se sid. 93) motsvarande värde γ å undre mätpunktens abskissa i ett system, vars måttenhet m är lika med avståndet mellan två närbelägna mätpunkter. Undre mätpunktens absoluta avstånd λ från origo är $= m\gamma$. Tabellen innehåller de origovstånd, som för varje differenskvot svara mot mätpunktsavstånden 0,5, 2 och 3 meter.

Om det för ett träd's differenskvot i tabellen angivna värdet u multipliceras med avsmalningstalet σ (se sid. 96) fås $\log x_u$, där x_u är undre mätpunktens abskissa i stamkurvas system. Dettas måttenhet a är $= \frac{\lambda}{x_u}$.

Om undre krongränsens och basens absoluta avstånd från origo divideras med a erhålles krongränsens abskissa x_k och basens abskissa x_b .

Die Tabelle gibt für verschiedene Differenzenquotienten ρ entsprechende Werte γ der Abszisse des unteren Messpunktes in einem Systeme, dessen Achseneinheit m dem Abstand zwischen zwei naheliegenden Messpunkten gleich ist. Der Abstand λ des unteren Messpunktes vom Nullpunkt ist $= m\gamma$. Die Tabelle zeigt die Abstände vom Nullpunkt, die für jeden Differenzenquotienten den Messpunktabständen 0,5, 2 und 3 Meter entspricht.

Wenn der für den Differenzenquotienten eines Baumes in der Tabelle angegebene Wert u mit der Verjüngungszahl σ multipliziert wird, bekommt man $\log x_u$, wo x_u die Abszisse des unteren Messpunktes im System der Stammkurve ist. Die Achseneinheit a dieses Systemes ist $= \frac{\lambda}{x_u}$.

Wenn die absoluten Abstände vom Nullpunkt bis zum Kronenansatz und bis zur Basis mit a dividiert werden, ergeben sich die Abszisse x_k des Kronenansatzes und die Abszisse x_b der Basis.

Tab. II.

Ett träd's volym W erhålles genom formeln

$$W = D^2 \beta_u [a(\omega_b - \omega_k) + K\varphi \alpha_k].$$

D är diametern i undre mätpunkten, a måttenheten, K kronans längd och φ absoluta formtalet hos stamdelen inom kronan.

β_u , ω_b , ω_k och α_k fås i kolumnerna β , ω och α av tab. II. Man går därvid in i tabellen vid de x -värden, som svara mot index u (undre mätpunkten), b (basen) eller k (krongränsen).

Das Volumen eines Baumes erhält man durch die Formel

$$W = D^2 \beta_u [a(\omega_b - \omega_k) + K\varphi \alpha_k].$$

D ist der Durchmesser im unteren Messpunkt, a die Achseneinheit, K die Kronenlänge und φ die absolute Formzahl des Stammteils innerhalb der Krone.

β_u , ω_b , ω_k und α_k findet man in den Kolumnen β , ω und α der Tabelle II. Man geht dabei in die Tabelle bei den x -Werten ein, die dem Index u (unterer Messpunkt), b (Basis) oder k (Kronenansatz) entsprechen.

Tab. I. Formbestämningstabell.

$\rho = \frac{v}{u}$	γ	u	$0,5\gamma$	2γ	3γ
I,01	102	0,0042788	51,0	204,0	306,0
I,02	51,5	0,0085158	25,75	103,0	154,5
I,03	34,8	0,0126625	17,40	69,6	104,4
I,04	26,5	0,0167057	13,25	53,0	79,5
I,05	21,5	0,0206846	10,75	43,0	64,5
I,06	18,2	0,0245430	9,10	36,4	54,6
I,07	15,8	0,0283954	7,90	31,6	47,4
I,08	14,0	0,0321846	7,00	28,0	42,0
I,09	12,6	0,0359125	6,30	25,2	37,8
I,10	11,5	0,0395085	5,75	23,0	34,5
I,11	10,6	0,0430347	5,30	21,2	31,8
I,12	9,85	0,0464929	4,925	19,70	29,55
I,13	9,21	0,0499164	4,605	18,42	27,63
I,14	8,66	0,0532891	4,330	17,32	25,98
I,15	8,19	0,0565550	4,095	16,38	24,57
I,16	7,77	0,0598323	3,885	15,54	23,31
I,17	7,41	0,0629602	3,705	14,82	22,23
I,18	7,08	0,0661297	3,540	14,16	21,24
I,19	6,79	0,0691912	3,395	13,58	20,37
I,20	6,53	0,0721881	3,265	13,06	19,59
I,21	6,29	0,0751949	3,145	12,58	18,87
I,22	6,08	0,0780399	3,040	12,16	18,24
I,23	5,88	0,0809575	2,940	11,76	17,64
I,24	5,70	0,0837770	2,850	11,40	17,10
I,25	5,54	0,0864539	2,770	11,08	16,62
I,26	5,38	0,0893082	2,690	10,76	16,14
I,27	5,24	0,0919654	2,620	10,48	15,72
I,28	5,11	0,0945791	2,555	10,22	15,33
I,29	4,99	0,0971276	2,495	9,98	14,97
I,30	4,88	0,0995881	2,440	9,76	14,64
I,31	4,77	0,1021770	2,385	9,54	14,31
I,32	4,67	0,1046508	2,335	9,34	14,01
I,33	4,58	0,1069825	2,290	9,16	13,74
I,34	4,49	0,1094209	2,245	8,98	13,47
I,35	4,41	0,1116842	2,205	8,82	13,23
I,36	4,33	0,1140437	2,165	8,66	12,99
I,37	4,26	0,1161920	2,130	8,52	12,78
I,38	4,19	0,1184233	2,095	8,38	12,57
I,39	4,12	0,1207426	2,060	8,24	12,36
I,40	4,06	0,1228046	2,030	8,12	12,18
I,41	4,00	0,1249387	2,000	8,00	12,00
I,42	3,94	0,1271489	1,970	7,88	11,82
I,43	3,89	0,1290518	1,945	7,78	11,67
I,44	3,83	0,1314124	1,915	7,66	11,49
I,45	3,78	0,1334470	1,890	7,56	11,34
I,46	3,74	0,1351210	1,870	7,48	11,22
I,47	3,69	0,1372741	1,845	7,38	11,07
I,48	3,65	0,1390470	1,825	7,30	10,95
I,49	3,61	0,1408667	1,805	7,22	10,83
I,50	3,57	0,1427351	1,785	7,14	10,71
I,51	3,53	0,1446542	1,765	7,06	10,59
I,52	3,49	0,1466261	1,745	6,98	10,47

$\rho = \frac{v}{u}$	γ	u	$0,5\gamma$	2γ	3γ
I,53	3,46	O,1481410	I,730	6,92	10,38
I,54	3,42	O,1502107	I,710	6,84	10,26
I,55	3,39	O,1518018	I,695	6,78	10,17
I,56	3,36	O,1534273	I,680	6,72	10,08
I,57	3,33	O,1550883	I,665	6,66	9,99
I,58	3,30	O,1567861	I,650	6,60	9,90
I,59	3,27	O,1585219	I,635	6,54	9,81
I,60	3,25	O,1597009	I,625	6,50	9,75
I,61	3,22	O,1615029	I,610	6,44	9,66
I,62	3,19	O,1633466	I,595	6,38	9,57
I,63	3,17	O,1645996	I,585	6,34	9,51
I,64	3,15	O,1658721	I,575	6,30	9,45
I,65	3,12	O,1678187	I,560	6,24	9,36
I,66	3,10	O,1691424	I,550	6,20	9,30
I,67	3,08	O,1704874	I,540	6,16	9,24
I,68	3,06	O,1718542	I,530	6,12	9,18
I,69	3,04	O,1732434	I,520	6,08	9,12
I,70	3,02	O,1746555	I,510	6,04	9,06
I,71	3,00	O,1760913	I,500	6,00	9,00
I,72	2,98	O,1775511	I,490	5,96	8,94
I,73	2,96	O,1790356	I,480	5,92	8,88
I,74	2,95	O,1797874	I,475	5,90	8,85
I,75	2,93	O,1813103	I,465	5,86	8,79
I,76	2,91	O,1828596	I,455	5,82	8,73
I,77	2,90	O,1836444	I,450	5,80	8,70
I,78	2,88	O,1852347	I,440	5,76	8,64
I,79	2,86	O,1868531	I,430	5,72	8,58
I,80	2,85	O,1876732	I,425	5,70	8,55
I,81	2,84	O,1885005	I,420	5,68	8,52
I,82	2,82	O,1901777	I,410	5,64	8,46
I,83	2,81	O,1910277	I,405	5,62	8,43
I,84	2,79	O,1927512	I,395	5,58	8,37
I,85	2,78	O,1936248	I,390	5,56	8,34
I,86	2,77	O,1945065	I,385	5,54	8,31
I,87	2,76	O,1953964	I,380	5,52	8,28
I,88	2,74	O,1972014	I,370	5,48	8,22
I,89	2,73	O,1981165	I,365	5,46	8,19
I,90	2,72	O,1990405	I,360	5,44	8,16
I,91	2,71	O,1999732	I,355	5,42	8,13
I,92	2,70	O,2009149	I,350	5,40	8,10
I,93	2,69	O,2018656	I,345	5,38	8,07
I,94	2,68	O,2028255	I,340	5,36	8,04
I,95	2,67	O,2037948	I,335	5,34	8,01
I,96	2,66	O,2047735	I,330	5,32	7,98
I,97	2,65	O,2057620	I,325	5,30	7,95
I,98	2,64	O,2067601	I,320	5,28	7,92
I,99	2,63	O,2077681	I,315	5,26	7,89
2,00	2,62	O,2087863	I,310	5,24	7,86
2,05	2,57	O,2140234	I,285	5,14	7,71
2,10	2,54	O,2173130	I,270	5,08	7,62
2,15	2,50	O,2218487	I,250	5,00	7,50
2,20	2,47	O,2253797	I,235	4,94	7,41
2,25	2,44	O,2290273	I,220	4,88	7,32

$\rho = \frac{v}{u}$	γ	u	$0,5\gamma$	2γ	3γ
2,30	2,41	0,2327979	I,205	4,82	7,23
2,35	2,39	0,2353831	I,195	4,78	7,17
2,40	2,36	0,2393731	I,180	4,72	7,08
2,45	2,34	0,2421111	I,170	4,68	7,02
2,50	2,32	0,2449141	I,160	4,64	6,96
2,55	2,31	0,2463407	I,155	4,62	6,93
2,60	2,29	0,2492458	I,145	4,58	6,87
2,65	2,27	0,2522222	I,135	4,54	6,81
2,70	2,26	0,2537379	I,130	4,52	6,78
2,75	2,25	0,2552725	I,125	4,50	6,75
2,80	2,23	0,2583998	I,115	4,46	6,69
2,85	2,22	0,2599932	I,110	4,44	6,66
2,90	2,21	0,2616069	I,105	4,42	6,63
2,95	2,20	0,2632415	I,100	4,40	6,60
3,00	2,19	0,2648971	I,095	4,38	6,57
3,10	2,17	0,2682738	I,085	4,34	6,51
3,20	2,16	0,2699958	I,080	4,32	6,48
3,30	2,14	0,2735089	I,070	4,28	6,42
3,40	2,13	0,2753012	I,065	4,26	6,39
3,50	2,12	0,2771179	I,060	4,24	6,36
4,00	2,08	0,2846395	I,040	4,16	6,24
4,50	2,05	0,2905646	I,025	4,10	6,15
5,00	2,04	0,2925969	I,020	4,08	6,12

Tab. II. Kuberingstabell.

x	α	β	ω	x	α	β	ω
1,1	0,001713	458,4	0,0000586	6,0	0,6055	1,297	1,464
1,2	6270	125,3	0,0004372	6,1	6167	1,273	1,525
1,3	0,01298	60,49	0,001384	6,2	6279	1,251	1,587
1,4	2135	36,78	0,003089	6,3	6389	1,229	1,651
1,5	3101	25,33	0,005698	6,4	6499	1,208	1,715
1,6	4166	18,85	0,009324	6,5	6608	1,189	1,781
1,7	5311	14,79	0,01406	6,6	6717	1,169	1,847
1,8	6516	12,05	0,01997	6,7	6824	1,151	1,915
1,9	7770	10,11	0,02711	6,8	6931	1,133	1,984
				6,9	7037	1,116	2,053
2,0	9062	8,667	0,03552	7,0	7142	1,100	2,124
2,1	0,1038	7,565	4524	7,1	7246	1,084	2,196
2,2	1173	6,668	5629	7,2	7350	1,069	2,269
2,3	1308	6,002	6869	7,3	7453	1,054	2,343
2,4	1446	5,433	8246	7,4	7556	1,039	2,418
2,5	1584	4,960	9761	7,5	7657	1,026	2,494
2,6	1722	4,561	0,1141	7,6	7758	1,012	2,572
2,7	1861	4,221	1321	7,7	7859	0,9994	2,650
2,8	2000	3,928	1513	7,8	7958	9869	2,729
2,9	2138	3,673	1720	7,9	8057	9748	2,809
3,0	2276	3,450	1941	8,0	8156	9630	2,890
3,1	2414	3,253	2176	8,1	8253	9516	2,972
3,2	2552	3,078	2424	8,2	8351	9405	3,055
3,3	2689	2,921	2686	8,3	8447	9298	3,139
3,4	2825	2,780	2962	8,4	8543	9194	3,224
3,5	2960	2,653	3251	8,5	8638	9092	3,310
3,6	3095	2,538	3554	8,6	8733	8994	3,397
3,7	3229	2,433	3870	8,7	8827	8898	3,484
3,8	3361	2,336	4199	8,8	8920	8804	3,573
3,9	3494	2,248	4542	8,9	9013	8714	3,663
4,0	3625	2,167	4898	9,0	9106	8625	3,753
4,1	3755	2,092	5267	9,1	9198	8539	3,845
4,2	3884	2,022	5649	9,2	9289	8455	3,937
4,3	4013	1,957	6044	9,3	9380	8373	4,031
4,4	4140	1,897	6452	9,4	9470	8294	4,125
4,5	4267	1,841	6872	9,5	9559	8216	4,220
4,6	4392	1,788	7305	9,6	9649	8140	4,316
4,7	4517	1,739	7750	9,7	9737	8066	4,413
4,8	4641	1,692	8208	9,8	9825	7994	4,511
4,9	4764	1,649	8679	9,9	9913	7923	4,610
5,0	4886	1,608	9161	10,0	1,0000	7854	4,709
5,1	5007	1,569	9656	10,1	1,009	7787	4,810
5,2	5127	1,532	1,016	10,2	1,017	7721	4,911
5,3	5246	1,497	1,068	10,3	1,026	7656	5,013
5,4	5364	1,464	1,121	10,4	1,034	7593	5,116
5,5	5481	1,433	1,175	10,5	1,043	7531	5,220
5,6	5598	1,403	1,231	10,6	1,051	7471	5,325
5,7	5713	1,375	1,287	10,7	1,060	7412	5,430
5,8	5828	1,348	1,345	10,8	1,068	7354	5,536
5,9	5942	1,322	1,404	10,9	1,076	7297	5,644

x	a	β	ω	x	a	β	ω
11,0	1,084	0,7242	5,752	15,5	1,417	0,5543	11,41
11,1	1,093	7188	5,861	15,6	1,424	5517	11,55
11,2	1,101	7134	5,970	15,7	1,430	5492	11,69
11,3	1,109	7082	6,081	15,8	1,437	5466	11,83
11,4	1,117	7031	6,192	15,9	1,443	5441	11,98
11,5	1,125	6980	6,304				
11,6	1,133	6932	6,417	16,0	1,450	5417	12,12
11,7	1,141	6883	6,531	17	1,514	5188	13,60
11,8	1,149	6836	6,645	18	1,576	4984	15,15
11,9	1,157	6789	6,761	19	1,635	4803	16,76
12,0	1,165	6744	6,877	20	1,693	4640	18,42
12,1	1,172	6699	6,994	21	1,748	4492	20,14
12,2	1,180	6655	7,111	22	1,802	4358	21,92
12,3	1,188	6612	7,230	23	1,854	4236	23,74
12,4	1,196	6569	7,349	24	1,905	4123	25,62
12,5	1,203	6528	7,469	25	1,954	4019	27,55
12,6	1,211	6487	7,589	26	2,002	3923	29,53
12,7	1,218	6446	7,711	27	2,049	3833	31,56
12,8	1,226	6407	7,833	28	2,094	3750	33,63
12,9	1,233	6368	7,956	29	2,139	3672	35,75
13,0	1,241	6329	8,080	30	2,182	3600	37,91
13,1	1,248	6292	8,204	31	2,224	3531	40,11
13,2	1,256	6255	8,329	32	2,265	3467	42,35
13,3	1,263	6218	8,455	33	2,306	3406	44,64
13,4	1,270	6183	8,582	34	2,345	3349	46,97
13,5	1,278	6147	8,709	35	2,384	3294	49,33
13,6	1,285	6112	8,838	36	2,422	3243	51,73
13,7	1,292	6078	8,966	37	2,459	3194	54,17
13,8	1,299	6045	9,096	38	2,496	3147	56,65
13,9	1,306	6012	9,226	39	2,531	3103	59,16
14,0	1,314	5979	9,357	40	2,567	3060	61,71
14,1	1,321	5947	9,489	50	2,886	2721	89,02
14,2	1,328	5915	9,621	60	3,162	2484	119,3
14,3	1,335	5884	9,755	70	3,404	2307	152,2
14,4	1,342	5853	9,888	80	3,622	2169	187,3
14,5	1,349	5823	10,02	90	3,819	2057	224,5
14,6	1,356	5793	10,16	100	4,000	1964	263,6
14,7	1,363	5764	10,29	200	5,295	1483	734,3
14,8	1,370	5735	10,43	300	6,136	1280	1308,1
14,9	1,376	5706	10,57	400	6,771	1160	1954,8
				500	7,284	1078	2658,3
15,0	1,383	5678	10,71	600	7,718	1018	3409,0
15,1	1,390	5650	10,84	700	8,095	0,09703	4200,0
15,2	1,397	5623	10,98	800	8,428	9319	5026,5
15,3	1,403	5596	11,12	900	8,728	8999	5884,5
15,4	1,410	5569	11,26	1000	9,000	8727	6771,1

RESÜMEE.

Studien über die Stammform.

Vorwort. Als ich im Sommer 1925 die Oberassistentenstelle an der Forst-
abteilung der Forstlichen Versuchsanstalt antrat, wurde mir von dem dama-
ligen Vorsteher dieser Abteilung, dem verstorbenen Professor GUNNAR SCHOTTE,
die Aufgabe zugewiesen, zu untersuchen, inwieweit sich auf Grund des reich-
haltigen Probestammmaterials der Anstalt unsere Kenntnis von der Stamm-
form der Kiefer erweitern liesse.

Dieses Material, das unter Leitung des ersten Vorstehers der Anstalt, Jäg-
mästare A. MAASS (1902—1908), und danach Professor SCHOTTE'S (1909—
1925) eingesammelt worden war, war hauptsächlich dazu bestimmt gewesen,
der Kubierung der Probeflächen der Anstalt zugrunde zu liegen. In dieser
Hinsicht war das Material bereits ausgenutzt. Indessen gab Professor SCHOTTE
oft der Hoffnung Ausdruck, dass dieses grosse Material ausserdem zu einer
solchen Klarstellung der Formfrage verwendet werden könnte, dass die Ku-
bierung der Probeflächen sich in Zukunft unter Zugrundelegung stehender
Probestämme bewerkstelligen liesse.

Wie aus dem Folgenden hervorgeht, dürfte diese Aufgabe nunmehr als im
Prinzip gelöst anzusehen sein, wenn auch einige Detailarbeiten noch zu erledigen
sind. Die Erwartungen, die in dieser Beziehung von meinem dahingegan-
genen Freunde und Chef gehegt wurden, haben sich somit erfüllt.

Kap. I. Die Forstliche Versuchsanstalt und die Formfrage.

Bei der Schätzung der Probeflächen wendet die Forstliche Versuchsanstalt
Schwedens, wie auch meines Wissens alle ausländischen Versuchsanstalten,
subjektiv gewählte Probestämme an. In einigen Fällen (Schweiz, Württem-
berg) hat man diese Probestämme stehend mittelst sektionsweiser Kubierung
untersucht, im übrigen aber werden sie unter dem Durchforstungsmaterial
oder zu einem geringeren Teile ausserhalb der Probefläche ausgewählt.

Nach den bei uns geltenden Bestimmungen sollen die Probestämme den
nach der Durchforstung übrigbleibenden Bestand der Probefläche repräsentieren,
wobei jedoch wirklich beschädigte, krumm oder gabelig gewachsene oder
sonst abnorme Bäume ausgeschlossen werden.

Derartig ausgewählte Probestämme können natürlich nicht allseitig reprä-
sentativ für die Fläche sein. Sie haben nur Bedeutung für die Kubierung.
Für diesen Zweck genügt es, wenn in jeder Durchmesserklasse die durch Kurven
ausgeglichenen Werte der mittleren Höhe und der mittleren Formzahl der
Probestämme mit den Verhältnissen im Bestande übereinstimmen.

Bei der Auswahl von Probestämmen ist die Aufmerksamkeit hauptsächlich
der Höhe zugewandt worden, und die Erlangung einer richtigen Mittelform-
zahl ist wesentlich von der Voraussetzung abhängig gewesen, dass in dem-

selben Bestände Bäume gleichen Durchmessers und gleicher Mittelhöhe auch dieselbe Mittelformzahl haben.

Die Frage näher zu erörtern, inwieweit diese Schätzungen mit der Wirklichkeit übereinstimmen, liegt ausserhalb des Rahmens dieser Arbeit. Infolge des subjektiven Charakters der Methode kann die Sicherheit des Resultats nicht an der Hand der ausgeführten Beobachtungen berechnet werden. In einem Falle, nämlich bei Aufhebung der Probefläche Nr. 154:II in der Skarhulter Staatsforst, konnte die Methode durch Sektionskubierung der sämtlichen Stämme des Bestandes kontrolliert werden. Hierbei zeigte die Schätzung ein um 1,6 % niedrigeres Resultat als die Sektionskubierung, was mit Rücksicht auf die mit der Methode verknüpften Schwierigkeiten als ein sehr schönes Resultat angesehen werden muss. Andere Erfahrungen ergeben, dass eine Abweichung um 5 % nicht ausgeschlossen ist. Alles hängt hier von der Übung und Geschicklichkeit des Taxators ab.

Die ausländischen Versuchsanstalten dürften mit ähnlichen Schätzungsfehlern arbeiten, vielleicht sogar noch grösseren als unseren, da sie der Regel nach eine geringere Anzahl Probestämme benützen. Für die Schweiz, wo die Probestämme, wenn nötig, stehend sektionsweise kubierte werden, gibt FLURY (1907) einen durchschnittlichen Fehler von 2 % an. Wahrscheinlich ist hier der Vorteil der freien Probestammwahl durch die geringere Anzahl untersuchter Stämme aufgewogen worden.

Diese Methoden stammen aus einer Zeit her, wo es als die wichtigste Aufgabe der Versuchsanstalten betrachtet wurde, durch Untersuchung einer grossen Anzahl Probeflächen die Kubikmasse pro Hektar in sog. Normalbeständen verschiedenen Alters und verschiedener Bonität zu bestimmen und auf Grund solcher Schätzungen Ertragstafeln auszuarbeiten. Fehler der angegebenen Grössenordnung hatten da geringe Bedeutung.

Diese Aufgabe besteht noch fort, aber sie kommt erst in zweiter Linie in Betracht. Nun gilt es vor allem, nach Möglichkeit zu versuchen, die waldbaulichen Fragen betreffs der richtigen Pflege und Verjüngung der Bestände zu beantworten. Die Probleme der Bestandspflege werden in erster Linie durch vergleichende Durchforstungsversuche studiert. Was dabei am meisten interessiert, ist nicht die Masse, sondern der Zuwachs, also der Unterschied zwischen zwei Schätzungen. Wenn ein Bestand beispielsweise einen Zuwachs von 2 % im Jahre hat, so bedeutet ein Schätzungsfehler von 2 % den Zuwachs eines Jahres. Für eine Beobachtungszeit von fünf Jahren entspricht ein Fehler von + 2 % bei der ersten Schätzung und — 2 % bei der zweiten 40 % des Zuwachses. Da die Ertragsziffern der verschiedenen Durchforstungsformen vielleicht um weniger als 10 % voneinander abweichen, so können, solange die Gefahr eines derartigen Fehlers vorliegt, sichere Schlüsse betreffs der Wirkungen der Behandlungsmethoden erst nach Verlauf vieler Jahre gezogen werden.

Für die Praxis, die rasche Orientierung über die richtige Behandlung der Bestände verlangt, bedeutet eine so lange Wartezeit einen sehr grossen Übelstand. Aber auch wissenschaftlich wirkt es äusserst ungünstig, wenn das Resultat eines Durchforstungsversuchs erst nach Jahrzehnten abgelesen werden kann. Für die Versuchsanstalt gibt es sicherlich nur einen Weg zur Lösung der Durchforstungsfragen, nämlich den einer intimen Zusammenarbeit der naturwissenschaftlichen und der forstlichen Kräfte. Botanische Untersuchun-

gen, Bodenanalysen, Temperaturbestimmungen und viele andere Beobachtungen müssen parallel mit den forststatistischen Versuchen ausgeführt werden. Derartige Beobachtungen zu erhalten, die über den Zustand einer Versuchsfläche während Jahrzehnten Auskunft geben, stösst indessen auf sehr grosse Schwierigkeiten. Es ist somit notwendig, seine Bestrebungen darauf zu richten, die Länge der Beobachtungszeit zu reduzieren. Dies kann nur durch eine sichrere Bestimmung der Kubikmasse und des Zuwachses des Bestandes geschehen.

Die erste Bedingung hierfür ist die, dass wir statistisch repräsentative Probestämme erhalten. Statt der Pauschsummen der alten Methode erhalten wir mittelst derartiger Probestämme einen Überblick über die Variation innerhalb des Bestandes. Es wird möglich, den wahrscheinlichen Fehler der Schätzung zu berechnen, wodurch die Anzahl der Probestämme je nach Bedarf gewählt werden kann. Schliesslich entgehen wir damit der drohenden Gefahr, dass die Durchforstungsform Einfluss auf die Wahl der Probestämme ausübt, wodurch sich ein gefährlicher, systematischer Fehler in die vergleichenden Durchforstungsversuche einschleichen kann.

Indessen ist die Bedeutung der statistisch repräsentativen Probestämme keineswegs auf die Schätzung beschränkt. Es verhält sich eher so, dass diese Reform noch befruchtender auf die Bearbeitung derjenigen Probleme wirken wird, die in das Gebiet des Waldbaues fallen. Dadurch, dass wir mit Hilfe statistisch repräsentativer Probestämme die Variation solcher Faktoren wie Höhe, Kronenverhältnis, Kronenform und Kronenschicht studieren, erhalten wir einen Überblick über die Stellung der Individuen zueinander und die Konkurrenz zwischen ihnen. Es eröffnet sich hierdurch ein Arbeitsfeld, das in allen Richtungen im Hinblick auf die Feststellung der Gesetze, welche das Leben des Bestandes bestimmen, durchforscht werden kann.

Statistisch repräsentative Probestämme auf Versuchsflächen können jedoch im allgemeinen nicht gefällt werden, ohne dass der Durchforstungsversuch gestört wird. Der Wunsch, dies zu vermeiden, führt also zu der Notwendigkeit, die Probestämme stehend abzuschätzen.

Ein derartiges Zukunftsziel hat offenbar schon frühzeitig SCHOTTE vorgeschwebt. In seiner Abhandlung »Om gallringsförsök» (»Über Durchforstungsversuche«), 1912, S. 232 sagt er: »Die Abschätzung selbst des stehenden Waldes muss daher zunächst als eine Berechnung angesehen werden, bis man dahin gekommen ist, stehende Stämme völlig objektiv schätzen oder messen zu können«.

Dass ein solches Verfahren bisher nicht eingeführt worden ist, beruhte mit Sicherheit auf Professor SCHOTTE's Überzeugung, dass keine für derartige Zwecke anwendbare Methode, stehende Bäume abzuschätzen, vorlag. Meines Erachtens ist dieser Standpunkt als berechtigt anzusehen. Jedenfalls kann das Verfahren, das während der Zeit nach 1912 bei uns in der Praxis zur Verwendung gekommen ist, nämlich JONSON's kombinierte Formpunkt- und Formklassenmethode, bei der Abschätzung von Versuchsflächen nicht in Betracht kommen. Die Gründe für dieses Urteil werden im nächsten Kapitel dargelegt werden.

Ich habe oben auf die grossen Vorteile hingewiesen, die ein Übergang zu statistisch repräsentativen Probestämmen mit sich bringen würde. Da diese stehend geschätzt werden müssen, so ist es wichtig, dass was einerseits durch die besseren repräsentativen Eigenschaften der Probestämme gewonnen wird, nicht andererseits durch schlechtere Formbestimmung jedes einzelnen Probe-

stamms verloren geht. Bei der Beurteilung einer Methode von diesem Gesichtspunkt aus muss man zwischen systematischen und zufälligen Fehlern unterscheiden. Die mangelhafte Repräsentativität der subjektiv gewählten Probestämme bringt eine Gefahr systematischer Fehler mit sich, während dagegen die Schätzung jedes einzelnen gefällten Stammes vortrefflich ist. Bei objektiv gewählten Probestämmen liegt die Gefahr so gut wie ausschliesslich in dem Fehler, der der Schätzung der einzelnen stehenden Stämme anhaftet. Es ist da von besonderer Bedeutung, dass diese letztere Schätzung soweit als möglich von systematischen Fehlern befreit wird. Dies geschieht durch eine weiter getriebene Einteilung in Typen, also bei direkter Messung durch Bestimmung einer grösseren Anzahl Durchmesser. Infolgedessen ist es möglich, dass der gewonnene Vorteil kleiner systematischer Fehler durch eine erhöhte Empfindlichkeit gegen zufällige Abweichungen erkaufte werden muss. Eine solche Schwäche der Methode ist indessen von geringerer Bedeutung, da sie durch die Verwendung einer grösseren Anzahl Probestämme neutralisiert werden kann.

Könnte es gelingen, den systematischen Fehler ganz zu beseitigen, so würde die Sicherheit der Schätzung nur durch die Arbeitskosten und die Grösse der Versuchsfläche, also letztthin überwiegend durch die Kosten beschränkt werden. Wir haben oben gesehen, von welcher durchgreifender Bedeutung, sowohl praktisch als wissenschaftlich, es ist, dass das Resultat eines Durchforstungsversuchs innerhalb angemessener Zeit abgelesen werden kann. Der einzige Weg zu diesem Ziele ist der, die Schätzung sicherer zu gestalten. Man muss dabei die Vorteile des Zeitgewinns und den Übelstand erhöhter Kosten gegeneinander abwägen und danach die Anzahl der Probestämme bemessen. Wahrscheinlich wird das Resultat einer solchen Erwägung sein, dass gewisse geeignete Flächen besonders genau geschätzt, und dass die naturwissenschaftlichen Parallelversuche auf sie konzentriert werden.

Damit diese Möglichkeit, die Arbeitsmethode dem Bedürfnis anzupassen, erreicht werden könne, ist es notwendig, dass der systematische Fehler bei der Schätzung einzelner stehender Stämme klein wird. Bei meinem Suchen nach einer geeigneten Methode zu einer solchen Schätzung habe ich daher folgende Forderungen aufgestellt:

- 1) Die systematischen Fehler müssen soviel als möglich reduziert werden, auch auf die Gefahr hin, dass die zufälligen Fehler erhöht werden.
- 2) Innerhalb des Rahmens der Typeneinteilung, die durch Punkt 1) veranlasst wird, muss die Empfindlichkeit gegen zufällige Abweichungen soviel als möglich durch geeignete Verlegung der Messpunkte reduziert werden.

Kap. II. Tor Jonsons Formbestimmungsmethode.

Bevor wir neue Auswege zu einer wissenschaftlich befriedigenden Bestimmung der Form stehender Stämme suchen, dürfte es angebracht sein, das Verfahren kritisch zu prüfen, das in Schweden allgemein bei praktischen Untersuchungen dieser Art benutzt wird, nämlich TOR JONSON'S Formbestimmungsmethode.

JONSON leitet Form und Volumen aus der Formklasse ab (Formklassen-

methode). Um dieses Verfahren auf stehende Stämme anwenden zu können, bestimmt er die Formklasse mit Hilfe eines Punktes in der Krone (Formpunkt-methode). Es empfiehlt sich, diese beiden Glieder der Berechnung je für sich zu betrachten.

Die Formklassenmethode.

Der Ausgangspunkt für JONSON's Arbeiten auf diesem Gebiete war der von HÖJER (1903) nachgewiesene Umstand, dass die Durchmesser eines von LOVÉN berechneten Mittelstamms sehr nahe der Funktion

$$\frac{d}{D} = C \log \frac{c+l}{c}$$

folgten, wo C und c Konstanten, d der Durchmesser l Meter vom Gipfel und D der Durchmesser an der Basis sind.

In diesen Ausdruck setzte JONSON (1910, 1911) die Konstantenwerte ein, die sechs Formklassen 0,55—0,80 entsprachen, und erhielt auf diese Weise sechs Kurven, die bei einem Vergleich mit an natürlichem Fichtenmaterial formklassenweise berechneten Mitteldurchmessern gute Übereinstimmung zeigten. Da diese weniger gut für die Kiefer ausfiel, wurde die Gleichung für diese Baumart durch Hinzufügung einer sog. biologischen Konstante abgeändert zu

$$\frac{d}{D} = C \log \frac{c+l-2,5}{c}$$

Hinzuzufügen ist, dass JONSON bei der Anwendung der HÖJER'schen Gleichung zu relativen Zahlen überging, so dass d in Prozenten des Basisdurchmessers und l in Prozenten der Länge von Gipfel zu Basis ausgedrückt wurden. Als Basis wurde in Konsequenz mit JONSON's absoluten Formklassen nicht der Stock, sondern die Bruthöhe gewählt.

Der Formklassenbegriff wurde in unserem Lande durch MAASS (1908) eingeführt, im Anschluss an SCHUBERG, KUNZE und SCHIFFEL. Die Formklasse wurde durch den Formquotienten definiert, d. h. das Verhältnis zwischen dem Durchmesser des Baumes an der Mitte und dem Bruthöhendurchmesser. JONSON wies (1910) nach, dass dieser Formquotient durch die Höhe des Stammes beeinflusst würde, weshalb er in Analogie mit RINKER's (1873) absoluten Formzahlen zu absoluten Formklassen überging, die durch den Quotienten zwischen dem Durchmesser an der Mitte des Stamnteils oberhalb Bruthöhe und dem Bruthöhendurchmesser charakterisiert wurden.

Betreffs der absoluten Formklasse hat JONSON selbst betont (1910, S. 308 ×), dass sie nicht selten in lästiger Weise durch einen Wurzelanlauf, der über Bruthöhe hinausreicht, beeinflusst wird. Sie ist auch davon abhängig, ob der obere Messpunkt in oder unter die Krone fällt. In Wirklichkeit liegt kein Anlass vor, zu vermuten, dass die Stammkurve innerhalb der Krone mit der Kurve unterhalb derselben zusammenhängen wird. Besonders an Laubbäumen ist das entgegengesetzte Verhältnis oft offensichtlich.

Es kann nicht genug betont werden, dass die Stammkurve, die für eine bestimmte Formklasse mittelst HÖJER's Gleichung erhalten wird, nur einen von vielen Stammtypen mit demselben Formquotienten bezeichnet, die jeder für sich völlig definiert sind und untereinander recht bedeutend abweichen. Hier wird vollständig von den Variationen innerhalb der Formklasse abgesehen, die dadurch entstehen, dass der obere Messpunkt in die Krone oder der

untere Messpunkt in das Gebiet des Wurzelanlaufs fällt. Desgleichen wird von allen kleineren, mehr lokalen Abweichungen abgesehen, wie Knorren, Spuren von Beschädigungen usw., die die Variationen der Form noch weiter vermehren. Dass die Formvariation innerhalb der Formklasse trotz dieser Begrenzung bedeutend sein kann, geht aus dem Beispiel in Fig. 1 hervor.

Die beiden Stammkurven *A* und *B* stellen zwei Stämme der Formklasse 0,70 dar. Die Stämme denkt man sich in ein Koordinatensystem eingetragen, mit der Länge längs der Abszissenachse. Die Ordinaten bezeichnen Durchmesser. Nur der Stammteil oberhalb Brusthöhe wird in Betracht gezogen.

Aus der Figur erhellt ohne weiteres, dass die beiden Stämme ganz verschiedene Form haben. Es geht hieraus hervor, dass die absolute Formklasse ein schlechter Formausdruck ist. Dagegen gewährt sie eine recht gute Vorstellung von der Formzahl, die, wenn Basisdurchmesser und Höhe gegeben sind, die Kubikmasse bestimmt.

Die absolute Formzahl ist nämlich für den Stamm *A* 0,494 und für den Stamm *B* 0,476. Mittelst der HÖJER'schen Gleichung erhält man in Formklasse 0,70 die absolute Formzahl 0,484. Durch Anwendung des letztgenannten Wertes bestimmt man demnach die Kubikmasse von *A* um 2,02 % zu niedrig und die Kubikmasse von *B* um 1,68 % zu hoch.

Bei der Anwendung der Methode auf Bestände erfolgt eine gewisse Ausgleichung, die diese Fehler noch weiter vermindert. Da es sich gezeigt hat, dass der Typus *A* überwiegend bei Bäumen mit hoch sitzenden Kronen vorkommt, während der Typus *B* bei Bäumen mit niedrigen Kronen dominiert, so lässt sich gleichwohl eine vollständige Fehlerausgleichung in den Bestandsmittelzahlen nicht erwarten. Es ist vielmehr wahrscheinlich, dass man bei Kubierung mittelst der HÖJER'schen Gleichung mit systematischen Fehlern rechnen muss, die in gewissen Bestandstypen positiv und in anderen negativ sind. Diese Fehler können jedoch kaum eine solche Grössenordnung erreichen, dass sie bei praktischen Schätzungen der Kubikmasse ganzer Bestände Bedeutung erlangen. Für genauere Bestimmungen ist es indessen wünschenswert, dass die Typenvariation innerhalb jeder angewandten Formgruppe durch die Zerlegung der Formklasse in Untertypen beschränkt wird. Dies kann dadurch geschehen, dass man ausser den zwei formklassenbestimmenden Durchmessern noch einen weiteren zweckmässig belegenen Durchmesser misst. Einer derartigen Methode habe ich mich im folgenden bedient, mit dem Unterschiede jedoch, dass ich mich dabei ganz unabhängig von der Formklasse gemacht habe.

Um die Anwendung der Formklassenmethode zu erleichtern, hat JONSON eine Sammlung Hilfstabellen: »Massatabeller för träduppskattning» (»Massentafeln zur Baumschätzung») (1918) ausgearbeitet. Die Tabellen liefern Auskunft über die Kubikmasse für verschiedene Kombinationen von Höhe, Brusthöhendurchmesser und absoluter Formklasse. Diese Tabellen werden in der Abhandlung einer eingehenden Kritik unterzogen, welche zeigt, dass sie völlig anwendbar für den praktischen Gebrauch sind. Die theoretische Herleitung aber ist unbefriedigend, was bei der Anwendung der Tabellen für wissenschaftliche Zwecke zu grossen Unzuträglichkeiten führt.

Die Voraussetzung für die praktische Anwendbarkeit der Tabellen ist, dass die Formklasse ohne störenden Einfluss teils der Krone und des Wurzelan-

laufs und teils der Formvariation innerhalb der Formklasse bestimmt werden kann. Dies ist an liegenden Stämmen möglich, wo so viele Durchmesser gemessen werden können, dass die Stammkurve überblickt und eventuell graphisch ausgeglichen werden kann. Zur Kubierung liegender Stämme bedarf es indessen gar nicht dieser Methode, da diese leichter mittelst Sektionskubierung geschätzt werden können. Der Wert der Formklassenmethode für praktische Schätzungen hängt daher von der Möglichkeit ab, die Formklasse an stehenden Bäumen zu bestimmen.

Der Ausweg, den JONSON zu diesem Zweck angewiesen hat, ist die

Formpunktmethode.

JONSON's Formpunktmethode stützt sich auf METZGER's bekannte Hypothese (1893, 1894, 1895), dass die Form des Stammes durch Anpassung an die biegende Kraft des Winddrucks bestimmt wird. Unter Hinweis auf bekannte mechanische Gesetze schloss METZGER hieraus, dass der Stamm unterhalb der Krone die Form eines kubischen Paraboloids haben müsste, dessen Gipfel im Angriffspunkt des Winddrucks läge. Er wies auch an untersuchten Fichtenstämmen nach, dass eine derartige Stammform existierte und dass der Gipfel-punkt des Vergleichsparaboloids dabei eine solche Lage in der Krone hatte, dass er sehr wohl als das Druckzentrum des Windes darstellend angenommen werden konnte.

Als JONSON auf den vortrefflichen Gedanken kam, METZGER's Hypothese mit HÖJER's Gleichung zu kombinieren, stiess er auf gewisse Schwierigkeiten. Für METZGER, der davon ausging, dass der Stamm die Form eines kubischen Paraboloids habe, war es eine natürliche Sache, den Gipfel-punkt desselben durch die bekannte Konstruktion mit Hilfe der Kuben der Durchmesser zu suchen. JONSON dagegen war davon überzeugt, dass die Stammkurve der HÖJER'schen Gleichung folge, also einer logarithmischen Kurve, die nur teilweise Ähnlichkeit mit einer kubischen Parabel aufweist. Für ihn handelte es sich somit darum, in die logarithmische Kurve eine kubische Parabel einzupassen, die METZGER's Stammparaboloid repräsentieren könnte. Indessen lassen sich auf einen logarithmisch geformten Baum einer bestimmten Formklasse beliebig viele Paraboloiden mit verschiedenen Gipfel-punkt-lagen einpassen. Hier erhob sich also die Frage nach der Wahl eines Vergleichsparaboloids. JONSON wählte in jeder Formklasse dasjenige Paraboloid, das dem Augenmass nach mit exakter Übereinstimmung an der Basis sich am besten den unteren Teilen des Stammes anschloss. Die Art dieses Anschlusses ist nicht klar definiert worden. Das Verfahren ist subjektiv und entzieht sich dadurch objektiver Kritik.

Die so bestimmten Paraboloidgipfel-punkte nennt JONSON *Formpunkte*. Durch gewisse im folgenden zu erwähnende Korrekturen lässt er indessen später wieder die Identität des Formpunktes mit dem Gipfel des Stammparaboloids fallen und versteht unter Formpunkt den Angriffspunkt des Winddrucks.

Die Einpassung der Vergleichsparaboloiden an der Basis ist meines Erachtens nicht rationell. Wird sie gesetzmässig mit tangierenden Kurven ausgeführt, so ergibt sie sicher zu hoch gelegene Formpunkte. Eine Tendenz in derselben Richtung macht sich auch geltend, wenn die Paraboloiden nach dem Augenmass eingepasst werden, wie JONSON es getan hat.

Bezüglich einer Formklasse, nämlich 0,80, hat auch JONSON dies erkannt.

Dort hatte der Gipfelpunkt des Paraboloids eine Lage 7 % oberhalb des Baumgipfels. Um diesem Übelstand abzuhelpfen, wurde der Formpunkt willkürlich auf 98 % des Stammes, von der Basis an gerechnet, gesenkt. Behufs Ausgleichung der Kurve, die die Funktion zwischen Formklasse und primärem Formpunkt angab, wurde ausserdem die Formpunkthöhe in Formklasse 0,65 von 61 % zu 62 % und in Formklasse 0,75 von 87 % zu 85 % geändert. Damit war in drei von sieben Formklassen der Zusammenhang des Formpunktes mit dem Gipfelpunkt des eingepassten Paraboloids aufgehoben.

Für die verschiedenen Formklassen hatten nun die Formpunkthöhen folgende Werte:

Tab. I.

Formklasse	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80
Formpunkthöhe	0,33	0,42	0,51	0,62	0,73	0,85	0,98

Die Formpunkthöhen sind mit der Stammlänge über dem Boden als Einheit angegeben. Die Formklassen beziehen sich auf den ganzen Baum.

Nun wollte jedoch JONSON den Zusammenhang zwischen der absoluten Formklasse für den Stammteil oberhalb Brusthöhe und der Formpunkthöhe des ganzen Baumes klarstellen. Da JONSON's Formbestimmung ausschliesslich auf den Stammteil oberhalb Brusthöhe basiert ist, so wäre es von seinem Gesichtspunkt aus am natürlichsten gewesen, wenn er auch bei der Einpassung des Vergleichsparaboloids die Brusthöhe als Basis betrachtet hätte. Für die Formpunkthöhe oberhalb Brusthöhe wären dann die in Tab. I angegebenen Werte unmittelbar gültig gewesen. Ihre Umsetzung in Prozente der Länge des ganzen Baumes hätte dann nach der Formel geschehen können:

$$F = \frac{f(H - 1,3) + 1,3}{H} \dots \dots \dots (5)$$

wo *F* die gesuchte Formpunkthöhe des Baumes, *f* die Formpunkthöhe oberhalb Brusthöhe nach Tab. I und *H* die Höhe des Baumes ist.

Indessen hat JONSON einen anderen Weg gewählt. Er zieht die der Formklasse oberhalb Brusthöhe entsprechende Stammkurve bis zum Boden hin aus und berechnet danach die Formklasse des ganzen Baumes. Dann liest er an der Kurve, die die Werte in Tab. I ausgleicht, die Formpunkthöhe des Baumes ab.

Existierte der angenommene Zusammenhang zwischen Formklasse und Formpunkt, so würde dieses Verfahren dasselbe Resultat ergeben wie Einpassung bei Brusthöhe und Anwendung der Formel (5). Gemäss JONSON's Voraussetzungen ist nämlich der Formpunkt identisch mit dem Angriffspunkt des Winddrucks, und die Lage dieses letzteren in der Krone kann nicht dadurch geändert werden, dass ein grösserer oder geringerer Teil des Stammes in Betracht gezogen wird. Indessen liefern diese beiden Berechnungen nicht dasselbe Resultat, was am besten durch ein Beispiel erläutert wird.

Ein 5 m hoher Baum, dessen absolute Formklasse oberhalb Brusthöhe 0,60 ist, erhält bei Ausziehen der Stammkurve bis zum Boden die Formklasse 0,62. Für diese Formklasse wird durch Interpolation in Tab. I die Formpunkthöhe 0,55 erhalten.

Die Formpunkthöhe desselben Baums oberhalb Brusthöhe ist nach Tab. I 0,51. Durch Einsetzen dieses Wertes in die Formel (5) wird für den ganzen Baum die Formpunkthöhe 0,64 erhalten.

Dieser Widerspruch zeigt, dass METZGER's Hypothese nicht mit HÖJER's Gleichung in der von JONSON angewandten Weise kombiniert werden kann. Der Hauptfehler in JONSON's System liegt zweifellos darin, dass die Vergleichsparaboloide an der Basis eingepasst worden sind.

Die so berechneten Formpunkte finden sich auf jeder Tabellenseite von JONSON's »Massatabeller för träduppskatning» (1918) wieder. Aus dem Obigen dürfte hervorgehen, dass der Zusammenhang zwischen diesen Formpunkthöhen und METZGER's Hypothese sehr schwach ist. Die Methode, die Vergleichsparaboloide an der Basis einzupassen, die subjektive Art der Durchführung der Einpassung, die bei der Anfertigung von Tab. 1 vorgenommenen Korrekturen und weitere Korrekturen, die hier nicht berührt werden können, haben im Verein den erstrebten Zusammenhang derart gelockert, dass man von einer Anwendung des METZGER'schen Gedankenganges nicht sprechen kann.

Bei einer Beurteilung der JONSON'schen Formpunktmethodöe tut man am klügsten, von METZGER's Hypothese abzusehen und die angegebenen Formpunkthöhen als freistehende Hypothesen zu betrachten. Sie erhalten Wert erst in dem Masse, wie sie durch direkte Beobachtungen bestätigt werden. Solche sind indessen schwer anzustellen, da wir in der Regel nicht wissen, wo der Angriffspunkt des Winddruckes liegt. Jede Abweichung von JONSON's Funktion zwischen Formpunkt und Formklasse kann dann auch als ein Beweis dafür aufgefasst werden, dass der Formpunkt falsch beurteilt worden ist. Unter solchen Verhältnissen geht die Kontrolle in einem Kreise herum, und die Methode kann unangefochten bleiben, auch wenn sie noch so fehlerhaft ist.

Durch gewisse von JONSON vorgeschriebene Korrekturen hat die Formpunktmethodöe schon von vornherein einen stark empirischen Einschlag erhalten. Dies wird bei der Anwendung der Methode durch Zuschüsse aus der eigenen Erfahrung des Taxators noch verstärkt. Ein geschickter Taxator lernt allmählich mit ziemlich grosser Sicherheit diejenige Formpunktlage bestimmen, die bei Anwendung der JONSON'schen Funktion die annähernd richtige Formklasse gibt. Fehler der Funktion wirken hierbei nur in der Weise ein, dass sie das Zusammenhalten der Beobachtungen des Taxators erschweren. Auf diese subjektive Beurteilung gründet sich grossenteils der praktische Wert der Formpunktmethodöe. Es lässt sich indessen fragen, ob es nicht ebenso leicht wäre, die Formklasse direkt abschätzen zu lernen.

Zusammenfassung.

Es liegt in der Natur der Sache, dass die vorstehende Prüfung keine Anhaltspunkte zur Beurteilung des praktischen Wertes der JONSON'schen Formbestimmungsmethodöe liefern kann. In seiner praktischen Anwendung ist das Verfahren, wie gesagt, stark subjektiv, was in hohem Grade eine objektive Kritik erschwert. Einer allgemein verbreiteten Meinung nach liefert die Methodöe in der Hand eines geschickten Taxators gute Resultate, wenn es gilt, die mittlere Formzahl bei einem gemischten Material festzustellen, z. B. beim Taxieren grösserer, einigermaßen normal bestandener Waldgebiete. Wir haben gegenwärtig keinen Anlass, die Richtigkeit dieses Urteils zu bezweifeln.

Die Frage, die hier beantwortet werden sollte, war indessen die, ob JONSON's Formbestimmungsmethodöe als Hilfsmittel bei den Untersuchungen der Forstlichen Versuchsanstalt dienen kann. Bei einer derartigen Anwendung muss man danach streben, soweit als möglich das subjektive Beurteilen durch

objektive Beobachtungen und objektive Korrektionsnormen zu ersetzen. Es liesse sich denken, dass Material hierzu durch Präzisionsuntersuchungen an repräsentativen Probestämmen in verschiedenen Bestandstypen eingesammelt werden könnte. Man würde auf diese Weise Erfahrung darüber gewinnen, wo in den Kronen der Formpunkt unter verschiedenen Verhältnissen angesetzt werden muss, damit die mittelst der Formpunkt- und Formklassenmethode bestimmte Kubikmasse richtig ausfalle. Die Aussichten, auf diesem viel Arbeit erfordernden und kostspieligen Wege vorwärtszukommen, sind jedoch nicht gross. Die teilweise fehlerhafte theoretische Konstruktion der Methode muss nämlich dazu führen, dass vorhandene biologische Zusammenhänge noch verwickelter erscheinen, als sie es in Wirklichkeit schon sind.

Von einer wissenschaftlichen Methode ist zu verlangen, dass man ihre Fehlermöglichkeiten klar und reinlich soll diskutieren können. Eine solche Diskussion ist eine Lebensbedingung für alle wissenschaftliche Arbeit. Ohne sie erstarrt die Arbeitsmethode zur Schablone, und die Entwicklung auf dem Gebiete stockt.

Dieser Forderung genügt JONSON'S Formbestimmungsmethode nicht. Infolge von Fehlern und Unklarheiten der theoretischen Konstruktion lässt sich in einem gegebenen Falle nicht beurteilen, inwieweit eine Abweichung des Resultats auf dem Material oder auf einer besonderen Kombination der Fehler der Methode beruht. Daher kann JONSON'S Methode, wie anwendbar sie auch in der grossen Praxis sein mag, nicht wissenschaftlichen Untersuchungen zugrunde gelegt werden.

Um wissenschaftlichen Ansprüchen zu genügen, muss dieses ganze Problem nach klareren Linien als bisher aufgestellt werden. Wir können dabei mit Vorteil unsere Überlegungen an JONSON'S zwei Ausgangspunkte, nämlich HÖJER'S Gleichung und METZGER'S Hypothese, anknüpfen.

Kap. III. Die logarithmische Kurve.

Wie oben erwähnt, zeigte HÖJER (1903), dass die Durchmesser eines von LOVÉN berechneten Mittelstamms mit kleinen Fehlern bestimmt werden konnten durch die Formel

$$\frac{d}{D} = C \log \frac{c + l}{c} \dots \dots \dots (8)$$

Es erhob sich die Frage, inwiefern die Formel (8) generalisiert werden könnte.

An diesem Punkte setzten meine Untersuchungen ein. Da es nicht ausgeschlossen war, dass der von HÖJER und JONSON nachgewiesene Zusammenhang eine generellere Natur besass, als wie es aus HÖJER'S Gleichung hervorging, so stellte ich mir zunächst die Aufgabe, die Bedeutung dieser Formel klarzustellen. Die fragliche Erörterung, die sich in dem Aufsätze »Sambandet mellan kronan och stamformen» (»Der Zusammenhang zwischen Krone und Stammform») (1925) findet, ist grundlegend für die hier vorgelegte Untersuchung, weshalb ich sie hier teilweise wiederhole.

Zu dem eben angegebenen Zwecke betrachten wir die einfachste logarithmische Funktion, nämlich

$$y = \log x.$$

Diese Funktion ist in Fig. 3 graphisch dargestellt, wobei dieselbe Masseneinheit für die beiden Achsen gewählt worden ist. Da $\log 1 = 0$ ist und die Logarithmen für Zahlen kleiner als 1 negativ sind, so schneidet die Kurve die x -Achse in dem Punkte $x = 1$. Für grössere Werte von x wird die Kurve ausserordentlich flach, sie steigt aber ununterbrochen an und erhält für $\lim x = \infty$ unendlich grosse Ordinaten.

Angenommen nun, der Teil der Kurve oberhalb der x -Achse repräsentiere einen Stamm mit der Länge längs der x -Achse und dem Gipfel im Punkte $x = 1$. Die Ordinaten mögen die Durchmesser des Stammes vorstellen. Die Abszisse für die Basis des Stammes, die in variierendem Abstand vom Nullpunkt liegen kann, wird im folgenden stets mit x_b bezeichnet. Ist die Basis im Punkte $x = 2$ belegen, so ist der Basisdurchmesser = $\log 2$ und der Mitten-
 durchmesser = $\log 1,5$, also die Formklasse = $\frac{\log 1,5}{\log 2} = 0,585$. In Tabelle 2 sind die Formklassen angegeben, die durch die Verlegung der Basis nach höheren x -Werten erhalten werden. Wir finden, dass die Formklasse ununterbrochen steigt, so dass sie z. B. für $x_b = 40$ $0,819$ ist.

Wird die Basis nach $x = \infty$ verlegt, so ist die Formklasse = $\frac{\infty}{\infty}$, ein unbestimmter Ausdruck, der durch Differenzierung sich als = 1 erweist. Für $x_b = 1$ wird schliesslich die Formklasse $\frac{0}{0}$ erhalten, welcher Ausdruck auf dieselbe Weise als $0,5$ bestimmt wird.

Durch Verlegung der Basis in geeigneten Abstand vom Nullpunkt können wir somit aus einer und derselben, die einfache Funktion $y = \log x$ darstellenden Kurve alle Formklassen zwischen $0,5$ und 1 erhalten.

Da der Gipfel des Baumes stets im Punkte $x = 1$ liegt, so ist die Gesamtlänge des Stammes = $x_b - 1$. Wenn wir in Tab. 2 diesen Ausdruck für die Länge mit der Ordinate der Basis, die der Annahme gemäss den Basisdurchmesser vorstellt, vergleichen, so finden wir, dass die Ordinaten überall grösser sind im Verhältnis zu $(x_b - 1)$, als es dem Verhältnis des Basisdurchmessers zur Länge bei natürlichen Bäumen entspricht. Infolgedessen können wir nicht unsere Annahme aufrechterhalten, dass die Ordinaten der Kurve Durchmesser wirklicher Bäume darstellen. Wir untersuchen jedoch, ob die Funktion $y = \log x$ die relative Verjüngung, d. h. das Verhältnis zwischen dem Durchmesser d in einem willkürlichen Punkt x am Stamme und dem Basisdurchmesser D , richtig wiedergibt.

Für dieses Verhältnis haben wir den Ausdruck.

$$\frac{d}{D} = \frac{\log x}{\log x_b} \dots \dots \dots (9)$$

Bezeichnen wir $\frac{1}{\log x_b}$ mit C , so wird

$$\frac{d}{D} = C \log x \dots \dots \dots (10)$$

In einem Koordinatensystem ist die Abszisse für einen Punkt auf der x -Achse = dem Abstand des Punktes vom Nullpunkt, *ausgedrückt in Masseinheiten*. Nehmen wir nun an, dass die in Fig. 3 angewandte Masseinheit a

Meter sei, und dass der gegebene Punkt x auf dem Stamme z Meter vom Gipfel abläge. Der Abstand des Punktes vom Nullpunkt ist dann $= (a + z)$ Meter $= \frac{a + z}{a}$ Masseneinheiten, woraus die Abszisse

$$x = 1 + \frac{z}{a} \dots \dots \dots (11)$$

Nehmen wir weiter an, z sei $= l\%$ der absoluten Länge L des Baumes, und a sei $= c\%$ von L , so erhält man

$$\frac{z}{a} = \frac{l}{c}.$$

Wird dieser Wert in Gl. (11) eingesetzt, so ergibt sich

$$x = 1 + \frac{l}{c} = \frac{c+l}{c},$$

woraus durch Einsetzen in Gl. (10)

$$\frac{d}{D} = C \log \frac{c+l}{c},$$

welches HÖJER's Gleichung ist, wie diese von JONSON benutzt worden ist.

Die Funktion $y = \log x$ ergibt also, wenn der Gipfel des Baumes in den Punkt $x = 1$ verlegt wird, dasselbe Verhältnis zwischen den Durchmessern wie HÖJER's Gleichung und zeigt demnach, bei dieser Placierung des Gipfels, die relative Verjüngung natürlicher Bäume in demselben Grade wie HÖJER's Gleichung.

Die Funktion $y = \log x$ hat den Vorteil, dass eine einzige Kurve die Verjüngung bei allen Bäumen repräsentiert, wobei Bäume, die einer gewissen Formklasse angehören, von der Kurve bis zu einer gewissen Abszisse x_b repräsentiert werden. Der Umstand, dass alle Formklassen durch dieselbe Kurve dargestellt werden, ermöglicht eine bequeme und genaue Bestimmung der Verjüngung bei einer unbegrenzten Anzahl Formklassen. Bei JONSON dagegen ist die Verjüngung ein für allemal nur für eine geringe Anzahl Formklassen ausgerechnet, während ihre Bestimmung für dazwischenliegende Formklassen eine weitläufige Berechnung oder eine recht unsichere Interpolation voraussetzt.

Die Überlegenheit der einfachen logarithmischen Funktion liegt indessen vor allem darin, dass sie genereller ist als die HÖJER'sche Gleichung. Wir sahen, dass die beiden Ausdrücke identische Bestimmungen der relativen Durchmesser des Stammes nur unter der Voraussetzung lieferten, dass der Gipfel des Baumes in den Punkt $x = 1$ verlegt wurde. HÖJER's Gleichung stimmt also mit einem Spezialfall der Funktion $y = \log x$ überein.

Diese Einsicht führt uns dazu, zu erwägen, ob die genannte Placierung des Gipfels unter allen Verhältnissen die zweckmässigste ist. In dem oben angeführten Aufsatz (1925) habe ich provisorisch versucht, den Gipfel in den Nullpunkt zu verlegen, wobei für JONSON's Material bessere Übereinstimmung erhalten wurde als mit HÖJER's Gleichung. Indessen ist auch diese Verlegung des Gipfels nur ein Spezialfall. Wir wollen nun untersuchen, welche Möglichkeiten die logarithmische Kurve hat, natürliche Stammformen wiederzugeben, wenn die Lage des Gipfels im Koordinatensystem frei variieren darf.

Sobald der Gipfel anderswo als im Punkte $x = 1$ placiert wird, kann die logarithmische Kurve nicht die relative Verjüngung des ganzen Baumes darstellen, da ja die Ordinate in dem genannten Punkte stets = 0 ist. Wir begrenzen daher die vorliegende Aufgabe dahin, dass sie nur den Stammteil unterhalb der Krone umfasst. Einen geeigneten Ausdruck für die Stammform innerhalb der Krone zu finden, bleibt eine spätere Frage. Ausserdem wird hier, wie bei allen derartigen Untersuchungen, der mit Wurzelanlauf behaftete unterste Stammteil ausgeschlossen.

Wir nehmen also an, dass die Durchmesser des Stammes unterhalb der Krone und oberhalb des Wurzelanlaufs den Ordinaten der logarithmischen Kurve, d. h. den Logarithmen der Abszissen der Messpunkte, proportional sind. Hierbei wird vorausgesetzt, dass die Lage des Gipfels im Koordinatensystem nicht bekannt ist.

Die gemachte Annahme kann ausgedrückt werden durch die Gleichung

$$\frac{d}{D} = \frac{\log x}{\log x_b} \dots \dots \dots (12)$$

Bezeichnen wir $\frac{D}{\log x_b}$ durch Q , so erhalten wir

$$d = Q \log x \dots \dots \dots (14)$$

In Gl. (14) ist x die Abszisse des gegebenen Messpunktes, worunter der Abstand des Punktes vom Nullpunkt, ausgedrückt in Masseinheiten, verstanden wird. Den absoluten Abstand eines Messpunkts vom Nullpunkt bezeichnen wir im folgenden mit l , dabei von der Bedeutung des Buchstabens bei der Herleitung der HÖJER'schen Formel abgehend. Wir erhalten

$$x = \frac{l}{a}$$

Die Gl. (14) erhält dann folgendes Aussehen:

$$d = Q \log \frac{l}{a} \dots \dots \dots (15)$$

Für drei Messpunkte in den Abständen l_1 , l_2 und l_3 vom Nullpunkt erhält man

$$d_1 = Q \log \frac{l_1}{a}$$

$$d_2 = Q \log \frac{l_2}{a}$$

$$d_3 = Q \log \frac{l_3}{a}$$

$$\text{woraus } d_2 - d_1 = Q \log \frac{l_2}{l_1} \dots \dots \dots (16)$$

$$\text{und } d_3 - d_2 = Q \log \frac{l_3}{l_2} \dots \dots \dots (17)$$

Durch Division des Ausdrucks (16) durch den Ausdruck (17) erhält man:

$$\frac{d_2 - d_1}{d_3 - d_2} = \frac{\log \frac{l_2}{l_1}}{\log \frac{l_3}{l_2}} = \frac{\log l_2 - \log l_1}{\log l_3 - \log l_2} \dots \dots \dots (18)$$

Da die gegenseitigen Abstände der drei Messpunkte direkt gemessen werden können, enthält die Gleichung (18) nur eine Unbekannte, nämlich den absoluten Abstand eines der Messpunkte vom Nullpunkt. Wir sind folglich imstande, aus dem Quotienten zweier Durchmesserdifferenzen die Lage des Nullpunkts abzuleiten. Diesen wichtigen Quotienten nenne ich im folgenden den Differenzenquotienten (ρ).

Für die Anwendung der Methode auf stehende Bäume gehen wir von einem Durchmesser D aus, dessen Abstand vom Nullpunkt λ Meter sei. Dieser Messpunkt, der irgendwo am Stamme liegen kann, wird im folgenden der untere Messpunkt genannt. Danach markieren wir m Meter oberhalb des unteren Messpunktes einen mittleren Messpunkt und m Meter oberhalb dieses letzteren einen oberen Messpunkt. Wir wählen in Gl. (18):

$$\begin{aligned} l_3 &= \lambda \\ l_2 &= \lambda - m \\ l_1 &= \lambda - 2m. \end{aligned}$$

Gleichzeitig drücken wir alle Längen in dem Messpunktabstand m aus, was ruhig geschehen kann, da ja beispielsweise

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{l_2 : m}{l_1 : m} \text{ ist.}$$

Gleichung (18) erhält dann folgendes Aussehen:

$$\rho = \frac{\log \frac{\lambda - m}{m} - \log \frac{\lambda - 2m}{m}}{\log \frac{\lambda}{m} - \log \frac{\lambda - m}{m}} = \frac{\log \left(\frac{\lambda}{m} - 1 \right) - \log \left(\frac{\lambda}{m} - 2 \right)}{\log \frac{\lambda}{m} - \log \left(\frac{\lambda}{m} - 1 \right)} \dots (19)$$

Bezeichnen wir $\frac{\lambda}{m}$ mit γ , so erhalten wir:

$$\rho = \frac{\log (\gamma - 1) - \log (\gamma - 2)}{\log \gamma - \log (\gamma - 1)} \dots \dots \dots (20)$$

Gleichung (20) kann nicht direkt gelöst werden. Wir setzen daher eine Anzahl Werte von γ ein und berechnen die entsprechenden Differenzenquotienten. Diese werden in einem Koordinatensystem abgetragen, worauf die erhaltenen Punkte durch eine Kurve verbunden werden, an welcher man für jeden Differenzenquotienten den entsprechenden Wert von γ ablesen kann. Die so gefundenen Werte werden durch Einsetzen in die Formel (20) kontrolliert. Da der Abstand des unteren Messpunktes vom Nullpunkt $\lambda = m \gamma$ ist, erhält man dann den absoluten Abstand des fraglichen Messpunktes vom Nullpunkt dadurch, dass man γ mit dem Messpunktabstand m multipliziert.

In Tab. I (auf S. 142) sind auf diese Weise für verschiedene Differenzen

quotienten berechnete Werte von γ nebst den den Messpunktabständen 0,5, 2 und 3 Meter entsprechenden Werten von λ angegeben.

Wir kehren nun zu der Formel (20) zurück. Da λ den absoluten Abstand des unteren Messpunktes vom Nullpunkt bezeichnet und m der Abstand zwischen zwei benachbarten Messpunkten ist, so stellt γ , das $= \frac{\lambda}{m}$ ist, die Abszisse des unteren Messpunktes in einem System dar, dessen Masseinheit gleich dem Messpunktabstande m ist. $(\gamma - 1)$ stellt die Abszisse des mittleren Messpunktes und $(\gamma - 2)$ die Abszisse des oberen Messpunktes in demselben System dar. Die logarithmischen Ausdrücke bezeichnen Ordinaten einer in diesem System gezogenen Kurve von der Form $y = \log x$.

Um den Zusammenhang zwischen dieser Kurve und der gesuchten Stammkurve zu veranschaulichen, zeichnen wir die erstere in Fig. 4 (siehe Kurve I) auf. Die Differenz $\log \gamma - \log (\gamma - 1)$ bezeichnen wir mit u und die Differenz $\log (\gamma - 1) - \log (\gamma - 2)$ mit v . Hieraus erhalten wir den Differenzenquotienten

$$\rho = \frac{v}{u} \dots \dots \dots (21)$$

Die in Fig. 4 gezeichnete Kurve I ist nur ausnahmsweise die gesuchte Stammkurve, da ja die Masseinheit m willkürlich gewählt ist. Wir wünschen nun zu der wirklichen Masseinheit a des Stammes überzugehen, ohne dabei den Differenzenquotienten zu verändern.

Dies geschieht dadurch, dass wir die Kurve I parallel der y -Achse verschieben. Bei einer solchen Verschiebung bleiben die Differenzen v und u unverändert, weshalb auch der Differenzenquotient sich nicht ändert. Aber der Schnittpunkt der Kurve mit der x -Achse rückt beispielsweise bei Verschiebung in der positiven Richtung der y -Achse dem Nullpunkt immer näher, was gleichbedeutend damit ist, dass die Masseinheit abnimmt.

Angenommen, die Masseinheit a werde erreicht, wenn die Kurve die Lage II in Fig. 4 einnimmt. Wenn die neue Masseinheit a in der ursprünglichen Masseinheit der Figur, die m ist, ausgedrückt wird, so wird sie $\frac{a}{m}$. Die Grösse der Verschiebung beträgt k ursprüngliche Masseinheiten. Wir erhalten dann:

$$-k = \log \frac{a}{m}, \text{ woraus} \\ k = \log \frac{m}{a} \dots \dots \dots (22)$$

Die Gleichung für die Kurve II ist in dem ursprünglichen System:

$$y = \log \frac{l}{m} + k,$$

woraus wir durch Einsetzen des in (22) gefundenen Wertes von k erhalten:

$$y = \log \frac{l}{m} + \log \frac{m}{a} = \log \frac{l}{a}, \dots \dots \dots (23)$$

welches die Gleichung für die Kurve II in dem neuen System ist.

An einem stehenden Baume kennen wir indessen nicht die Masseinheit a . Wir müssen uns daher ein Hilfsmittel verschaffen, um diese bestimmen zu können.

Aus Fig. 4 geht hervor, dass die Differenz u im unteren Messpunkt während des Verschiebens unverändert bleibt, während dagegen die Ordinate in demselben Punkt sich ändert. Die neue Lage der Kurve ist, ausser durch den Differenzenquotienten, völlig definiert durch den Quotienten dieser beiden Grössen.

Gemäss der grundlegenden Voraussetzung für diese Überlegung verhalten sich die Durchmesser im unteren und mittleren Messpunkt d_3 und d_2 zueinander wie die entsprechenden Ordinaten y_3 und y_2 in dem System mit der Masseinheit a . Hieraus erhält man:

$$\frac{d_3 - d_2}{d_3} = \frac{y_3 - y_2}{y_3} \dots \dots \dots (24)$$

Wir bezeichnen die Durchmesserdifferenz ($d_3 - d_2$) mit U und den Durchmesser im unteren Messpunkt d_2 mit D . Die Differenz der Ordinaten ($y_3 - y_2$) ist bereits vorher mit u bezeichnet worden. Ist x_u die Abszisse des unteren Messpunktes in dem System mit der Masseinheit a , so ist $x_u = \frac{\lambda}{a}$ und $y_3 = \log x_u$. Durch Einsetzen dieser Bezeichnungen in Gl. (24) erhalten wir:

$$\frac{U}{D} = \frac{u}{\log x_u} \dots \dots \dots (25)$$

Diesen Quotienten nenne ich den Verjüngungsquotienten. Er drückt die relative Verjüngung auf m Meter gleich oberhalb des unteren Messpunktes aus. Zur Vereinfachung der Rechnungen wird indessen im folgenden der invertierte Wert des Verjüngungsquotienten verwendet, den wir die Verjüngungszahl (σ) nennen. Es ist also

$$\sigma = \frac{D}{U} = \frac{\log x_u}{u} \dots \dots \dots (26)$$

woraus $\log x_u = u\sigma \dots \dots \dots (27)$

Es ist aber $u = \log \gamma - \log (\gamma - 1)$. Dieser Faktor ist somit eine Funktion des Differenzenquotienten, weshalb er mit dem Differenzenquotienten als Eingang tabelliert werden kann. Dies ist in Tab. I geschehen. Um $\log x_u$ zu finden, haben wir also nur an dem Baum den Differenzenquotienten zu bestimmen, darauf in Tab. I den entsprechenden Wert von u aufzusuchen und schliesslich diesen Wert mit der an dem Baum gefundenen Verjüngungszahl zu multiplizieren.

Nachdem x_u bestimmt worden, erhält man die Masseinheit a durch die Beziehung

$$a = \frac{\lambda}{x_u} \dots \dots \dots (28)$$

Eine Kurve von der Form $y = \log x$ ist eindeutig definiert durch die Lage des Nullpunktes und die Masseinheit. Es bedeutet daher eine vollständige

Ausnützung der Möglichkeiten der Kurve, die relative Verjüngung des Stammteils unterhalb der Krone wiederzugeben, wenn man bei dem Vergleich sowohl die Lage des Nullpunktes als die Masseinheit frei variieren lässt. Das hat hier mit Hilfe der neuen Begriffe Differenzenquotient und Verjüngungszahl geschehen können. Sollte wider Vermuten die erreichte Anpassung sich als unzureichend erweisen, so bleibt nichts anderes übrig, als neue, sicherlich verwickeltere Vergleichsfunktionen aufzusuchen. Indessen scheint die hier entwickelte Methode sehr hochgestellten Ansprüchen zu genügen. Wir kommen auf diese Frage in Kap. VIII zurück.

Kap. IV. Bestimmung des Volumens.

Die Ordinaten der Kurve $y = \log x$ stellen relative Masse der Durchmesser dar. Wir wünschen nun die entsprechende Profilkurve zu betrachten, deren Ordinaten relative Masse von Radien sind. Die Gleichung der Profilkurve kann geschrieben werden

$$z = \frac{\log x}{2} \dots \dots \dots (33)$$

Die Profilkurve, die x -Achse und die einer Abszisse x entsprechende Ordinate schliessen eine Fläche A ein. Wir suchen nun das Volumen w desjenigen Körpers, der dadurch zustande kommt, dass die Fläche A sich um die x -Achse dreht. Bekanntlich ist

$$w = \int_1^x \pi z^2 dx,$$

woraus wir, gemäss der Herleitung auf S. 98, erhalten:

$$w = \frac{\pi}{4} \{x [(\log x)^2 - 2M \log x + 2M^2] - 2M^2\}, \dots \dots (37)$$

wo M die Zahl $0,4342945$ ist.

Dieses ist das Volumen des oben definierten Rotationskörpers, ausgedrückt in der Masseinheit der Kurve. Um das wirkliche Volumen W , ausgedrückt in Kubikmeter, eines Stammes von derselben relativen Form zu erhalten, reduzieren wir die Grundfläche und Länge des Körpers auf absolute Masse.

Wir gehen dabei von einem am Baume gemessenen Durchmesser aus, in diesem Falle am bequemsten von dem Durchmesser D des unteren Messpunktes. Die Grundfläche des Baumes ist hier $\frac{\pi D^2}{4}$. Die entsprechende Grund-

fläche des Rotationskörpers ist $\frac{\pi}{4} (\log x_u)^2$. Der Reduktionsfaktor für die

Grundfläche ist daher $\frac{D^2}{(\log x_u)^2}$.

Die Längenreduktion muss durch das Verhältnis zwischen zwei einander entsprechenden Längen geschehen. Wir wählen hierzu am zweckmässigsten den Abstand des unteren Messpunktes vom Nullpunkt, welcher Abstand in absolutem Mass λ und in Masseinheiten x_u ist. Der Reduktionsfaktor für die Länge ist dann $\frac{\lambda}{x_u}$.

Durch Multiplikation des Volumens w des Rotationskörpers mit den beiden Reduktionsfaktoren erhalten wir das Volumen des Stammes

$$W = \frac{D^2 \lambda w}{(\log x_u)^2 x_u} \dots \dots \dots (38)$$

Da $\frac{D}{\log x_u} = Q$ und $\frac{\lambda}{x_u} =$ der Masseinheit a ist, so ist

$$W = Q^2 a w,$$

welcher Ausdruck in gewissen Fällen vorzuziehen ist.

Für die Arbeitsmethode, die nachstehend dargelegt werden soll, bedienen wir uns der Formel:

$$W = \frac{D^2 a w}{(\log x_u)^2} \dots \dots \dots (40)$$

Indessen hat ein natürlicher Baum nur ausnahmsweise seiner ganzen Länge nach dieselbe relative Form wie der Rotationskörper. Wir haben daher vorläufig unsere Aufgabe auf ein Studium des Stammteils unterhalb der Krone und oberhalb des Wurzelanlaufs beschränkt. Von letzterer können wir bei Berechnung des Volumens absehen. Die Kubierung soll daher den Stammteil umfassen, der zwischen der Kronengrenze und einer zweckmässig gewählten Basis gelegen ist. Wir übergehen hier die Frage des Stockabzuges und lassen den in die Berechnung einbezogenen Stammteil bis zum Boden reichen.

Dem fraglichen Stammteil entspricht am Rotationskörper derjenige Teil, der zwischen der Abszisse x_k der Kronengrenze und der Abszisse x_b der Basis liegt. Das Volumen dieses Teils finden wir dadurch, dass wir in Formel (37) zunächst die Abszisse x_b der Basis einsetzen, wodurch wir den ganzen Rotationskörper w_b bis zu dieser Abszisse erhalten. Danach setzen wir in Formel (37) die Abszisse x_k der Kronengrenze ein, wodurch das Volumen w_k bis zu dieser letzteren Abszisse erhalten wird. Der dem Stammteil unterhalb der Krone entsprechende Teil w_s des Rotationskörpers ist dann $= w_b - w_k$. Dieser Körper wird auf absolute Masse mit Hilfe derselben Reduktionsfaktoren wie oben reduziert. Ist W_s das wirkliche Volumen des Stammteils unterhalb der Krone, so erhalten wir in Übereinstimmung mit Formel (40)

$$W_s = \frac{D^2 a (w_b - w_k)}{(\log x_u)^2} \dots \dots \dots (41)$$

Zu diesem Ausdruck hätten wir mehr direkt durch Integration zwischen den Grenzen $x = x_k$ und $x = x_b$ gelangen können. Der Ausdruck $-2M^2$ in der Formel (37) wäre dann weggefallen. Für die Aufstellung einer Hilfstabelle ist indessen der hier gewählte Weg geeigneter.

Es erübrigt nun, den Stammteil innerhalb der Krone zu behandeln. Wie oben betont wurde, liegt kein biologischer Grund für die Annahme vor, dass dieser Stammteil sich nach derselben Kurve wie der Stamm im übrigen formte. Ich habe es daher für angezeigt erachtet, ihn ganz für sich zu studieren.

Da der Kronenstamm in der Regel Messungen schwer zugänglich ist, sind wir behufs Kubierung desselben auf Erfahrungszahlen angewiesen. Dieses Gebiet ist jedoch bisher von der Forschung so gut wie unberührt geblieben. Wir können daher nicht erwarten, dass die Formfrage dieses Stammteils auf

einmal soll vollständig klargestellt werden können. Wahrscheinlich wird es zunächst notwendig sein, sich an Mittelwerte für Bestände verschiedener Typen zu halten. Zur Berechnung solcher Mittelwerte eignet sich indessen nicht das jetzt vorliegende Material, da ja die darin eingehenden Probestämme nicht statistisch repräsentativ für die Bestände sind. Durch Stichproben, auf die wir später zurückkommen werden, ist jedoch festgestellt worden, dass die absoluten Formzahlen bei dem Stammteil innerhalb der Krone für die Kiefer sich gewöhnlich innerhalb recht enger Grenzen um den Wert $0,40$ herum bewegen. Wir gehen daher *provisorisch* von diesem Werte aus. Die Kronenlänge kann gemessen werden. Dagegen ist der Durchmesser an der Kronengrenze, der zur Bestimmung der Grundfläche daselbst erforderlich ist, nur ausnahmsweise direkter Messung zugänglich. Er muss berechnet werden, was unter Ausgehen von der Stammform unterhalb der Krone geschehen kann.

Nachdem die Nullpunktlage und die Masseinheit mit Hilfe des Differenzenquotienten und der Verjüngungszahl bestimmt worden sind, können wir leicht die Abszisse x_k der Kronengrenze und die Abszisse x_u des unteren Messpunktes berechnen. Ist d_k der Durchmesser am unteren Messpunkt, so ist

$$\frac{d_k}{D} = \frac{\log x_k}{\log x_u}, \dots \dots \dots (42)$$

woraus sich die Grundfläche an der Kronengrenze ergibt:

$$g_k = \frac{\pi D^2 (\log x_k)^2}{4 (\log x_u)^2} \dots \dots \dots (43)$$

Bezeichnen wir die Länge der Krone mit K und die absolute Formzahl des Stammteils innerhalb der Krone mit φ , so ist das Volumen dieses Stammteils

$$W_k = \frac{\pi D^2 (\log x_k)^2 K \varphi}{4 (\log x_u)^2} \dots \dots \dots (44)$$

Um das Volumen des Baumes zu erhalten, muss W_k zu dem Volumen des Stammteils unterhalb der Krone (Formel 41) addiert werden. Da wir aus der Summe $\frac{\pi}{4}$ abzusondern wünschen, bezeichnen wir in der Formel (41) w mit

$\frac{\pi \omega}{4}$. In Formel (37) ist somit ω der in geschweifte Klammern eingeschlossene Ausdruck. Bei dieser Bezeichnung ist gemäss den Formeln (41) und (44) das Volumen des ganzen Stammes

$$W = D^2 \cdot \frac{\pi}{4 (\log x_u)^2} [\alpha (\omega_b - \omega_k) + K \varphi (\log x_k)^2] \dots \dots (45)$$

Als Hilfsmittel zur Volumenberechnung nach dieser Formel wünschen wir Tabellen aufzustellen. Um ihre Anwendung auch seitens derer zu erleichtern, denen es schwer fällt, die Einzelheiten der Formel zusammenzuhalten, führen wir einige neue Bezeichnungen ein. In Tabelle II (S. 145) ist

$$\alpha = (\log x)^2$$

$$\beta = \frac{\pi}{4 (\log x)^2}$$

$$\omega = x [(\log x)^2 - 2 M \log x + 2 M^2] - 2 M^2.$$

Diese Ausdrücke sind in der Tabelle für eine Anzahl Werte von x berechnet worden. Um anzugeben, bei welchem x -Wert man in die Tabelle eingehen soll, wird zu a , β und ω in Formel (49) hier unten ein Index hinzugefügt, nämlich k , u oder b . Index k bedeutet, dass bei dem x -Wert einzugehen ist, der die Abszisse der Kronengrenze darstellt. Index u gibt Eingang bei $x =$ Abszisse des unteren Messpunktes und Index b Eingang bei $x =$ Abszisse der Basis an.

Bei Anwendung dieser Bezeichnungen erhalten wir das Volumen des Baumes

$$W = D^2 \beta_u [a (\omega_b - \omega_k) + K \varphi \alpha_k] \dots \dots \dots (49)$$

Es sei hier daran erinnert, dass W das Volumen des Baumes ist, D der Durchmesser am unteren Messpunkt, a die Masseinheit, K die Länge der Krone und φ die absolute Formzahl des Stammteils innerhalb der Krone. W ist in Kubikmeter, D , a und K in Meter ausgedrückt.

Kap. V. Mechanische Gesichtspunkte.

Wir gehen nun über zu einer Diskussion der Hypothese METZGER's und ihrer Anwendung auf Bäume, deren Stammkurve der Funktion $y = \log x$ folgt.

Angenommen, ein homogener Balken mit kreisrunden Querschnitten sei an dem einen Ende eingespannt, während das andere frei ist. Auf das freie Ende wirke eine zur Längsachse des Balkens senkrechte Kraft P ein.

Nach einer bekannten mechanischen Näherungsformel ist dann

$$Pz = \frac{1}{32} s \pi d^3, \dots \dots \dots (50)$$

wo z den Abstand von dem Angriffspunkt der biegenden Kraft P zu einem gegebenen Querschnitt bezeichnet, s die Normalspannung in der äussersten Faser dieses Querschnitts und d den Durchmesser desselben Querschnitts.

Die Formel (50) ruht auf gewissen Voraussetzungen, die nicht immer erfüllt sind. In der Technik ist man jedoch der Ansicht, dass die Formel im allgemeinen zu praktisch anwendbaren Resultaten führt.

Diese Formel wünschen wir auf Baumstämme anzuwenden. Wir sehen hierbei von dem keineswegs unwichtigen Umstande ab, dass ein Stamm in Wirklichkeit nicht homogen ist. Eine Berücksichtigung dieses Umstandes würde in mehreren Hinsichten die Berechnung wesentlich komplizieren.

Bei Anwendung der Formel (50) auf stehende Bäume besteht die biegende Kraft P aus dem Druck des Windes auf die Krone. Wenn für einen gegebenen Baum P und s als konstant vorausgesetzt werden, so besagt die Formel, dass die Durchmesser kuben den Abständen von dem Angriffspunkt des Winddruckes proportional sein sollen. Damit ein Stamm bei einem gewissen Winddruck dieselbe Normalspannung in den äussersten Fasern aller Querschnitte erhalten soll, muss er folglich die Form eines kubischen Paraboloids mit dem Gipfel im Druckpunkt des Windes haben. Unter den Voraussetzungen, die der Formel (50) zugrunde liegen, bedeutet eine derartige Stammform, dass die Bruchgefahr bei Biegungsspannungen die gleiche ist in allen Querschnitten.

Hieraus folgt, dass eine gewisse Sicherheit gegen Bruch durch die biegende Einwirkung des Windes bei grösstmöglicher Materialersparnis erzielt wird, wenn der Stamm unterhalb der Krone wie ein kubisches Paraboloid geformt ist, dessen Gipfel im Angriffspunkt des Winddruckes liegt.

Dies ist der Inhalt der METZGER'schen Hypothese, obwohl die Darstellung hier etwas anders gestaltet worden ist, um den Übergang zum Folgenden zu vermitteln.

Aus METZGER'S und anderer Untersuchungen hat sich ergeben, dass die Bäume oft eine solche Stammform haben, wie die Hypothese sie fordert. Wie lässt diese Erfahrung sich mit unserer hier gemachten Annahme vereinen, dass die relative Form des Stammes durch die Kurve $y = \log x$ wiedergegeben wird?

Die Gleichung der logarithmischen Kurve ist

$$y = \log x, \dots \dots \dots (51)$$

$$\text{woraus } z = y^3 = (\log x)^3 \dots \dots \dots (52)$$

Eine in dem Koordinatensystem der logarithmischen Kurve gezogene kubische Parabel hat die Gleichung

$$y = C(x - b)^{\frac{1}{3}}, \dots \dots \dots (53)$$

$$\text{woraus } z = y^3 = C^3(x - b), \dots \dots \dots (54)$$

wo C eine vorläufig unbekannte Konstante und b die Abszisse für den Schnittpunkt der Parabel mit der x -Achse ist.

Wenn die Kurve (53) bei gewissen Werten von b und C die Kurve (51) in einem Punkte mit der Abszisse x tangiert, so muss offenbar die entsprechende Kurve (54) die Kurve (52) in einem Punkt mit derselben Abszisse tangieren.

Aber die Kurve (54) ist eine gerade Linie. Um einen Überblick über die Bedingungen für eine Tangierung zwischen den Kurven (51) und (53) zu erhalten, brauchen wir also nur die geradlinigen Tangenten zur Kurve (52) zu studieren.

Wir derivieren die Funktion (52) und finden, dass die Funktion einen Wendepunkt bei $x = 7,389$ hat. Die Wendetangente schneidet die x -Achse in $x = 2,463$, und ihre Steigung ist nach (58) $= \frac{12 M^3}{7,389}$. Hieraus erhält man die Gleichung (61) der Wendetangente. Wir setzen nach (54) $z = y^3$ und erhalten (62).

Die Kurve (62) ist eine kubische Parabel, die die x -Achse im Punkte $x = 2,463$ schneidet. Sie tangiert und schneidet die Kurve $y = \log x$ im genau dreifachen Abstände vom Nullpunkt, nämlich im Punkte $x = 7,389$. Für diese Parabel ist die Konstante C in Gl. (53) $= 0,51048$.

Die Wendetangente (61) schliesst sich enger an die Kurve $z = (\log x)^3$ an, als es der Fall bei irgendeiner anderen Tangente ist. Hieraus können wir den Schluss ziehen, dass die kubische Parabel (62) mehr als irgendeine andere kubische Parabel sich an die Kurve $y = \log x$ anschliesst.

Wenn eine beliebige gerade Linie die Kurve $z = (\log x)^3$ in einem Punkte mit der Abszisse \bar{x} tangiert und die x -Achse in $x = b$ schneidet, so ist

$$b = \frac{\bar{x}(3 - \ln \bar{x})}{3} \dots \dots \dots (63)$$

Wir derivieren die Funktion (63) und finden, dass b ein Maximum für $\ln \bar{x} = 2$ hat. Wir haben oben gefunden, dass diese Bedingung von der Wendetangente erfüllt wird, die die x -Achse in $x = 2,463$ schneidet. Letzterer Wert bezeichnet also die grösste vorkommende Abszisse b für den Schnittpunkt zwischen der x -Achse und einer Tangente der Kurve $z = (\log x)^3$. Wir können hieraus schliessen, dass keine kubische Parabel, die die Kurve $y = \log x$ tangiert, die x -Achse rechts von dem Punkte $x = 2,463$ schneidet.

Aus (63) geht hervor, dass $b = 1$ für $x = 1$ und approximativ für $x = 16,8$ wird. Für den zwischenliegenden Wert $x = 7,389$ erreicht b sein Maximum, das soeben als $2,463$ befunden worden ist. Den Schnittpunkt einer Parabel mit der x -Achse nennen wir im folgenden den Ausgangspunkt der Parabel. Da der Ausgangspunkt zwischen $x = 1$ und $x = 2,463$ liegt, so finden sich stets zwei kubische Parabeln, von denen die eine die Kurve $y = \log x$ zwischen $x = 1$ und $x = 7,389$ und die andere dieselbe Kurve zwischen $x = 7,389$ und $x = 16,8$ tangiert. Wird der Ausgangspunkt links von $x = 1$ placiert, so verschwindet der linke dieser beiden Tangierungspunkte aus dem positiven Teil der Logarithmenkurve, so dass nur ein Tangierungspunkt übrig bleibt, der bei fortschreitender Verschiebung des Ausgangspunktes nach links immer mehr nach rechts rückt.

Die logarithmische Kurve wird somit von unendlich vielen kubischen Parabeln mit verschiedenen Ausgangspunkten tangiert. Da wir METZGER's Hypothese auf logarithmisch geformte Bäume anzuwenden wünschen, so gilt es folglich in jedem Einzelfalle eine von diesen Parabeln als Vergleichsparabel auszuwählen. Es ist sogar die Frage aufgeworfen worden, ob man nicht behufs Erzielung einer kleinstmöglichen mittleren Abweichung zwischen den beiden Kurven auf die Forderung verzichten könnte, dass die Kurven einander tangieren sollen.

Will man zu dieser Frage Stellung nehmen, so muss man daran festhalten, dass die logarithmische Kurve keine kubische Parabel ist. Stimmt die relative Form der Stammkurve, wie hier angenommen worden, mit der Kurve $y = \log x$ überein, so kann folglich die von METZGER nachgewiesene Übereinstimmung mit einer kubischen Parabel nicht vollständig sein. Setzen wir mit METZGER voraus, dass eine Anpassung an Biegungsbeanspruchungen stattfindet, und dass diese Anpassung eine Tendenz hat, dem Stamme die Form eines kubischen Paraboloids zu geben, so müssen wir auch voraussetzen, dass andere Ursachen eine gesetzmässige Abweichung von der Paraboloidform erzwingen. Ob diese Abweichung auf Variationen der Beschaffenheit des Holzes in verschiedenen Teilen des Stammes beruht, ob sie durch andere mechanisch wirksame Ursachen hervorgerufen wird, oder ob sie ganz einfach auf mangelhafter mechanischer Anpassung beruht, alle diese Fragen zu untersuchen liegt ausserhalb des Rahmens der vorliegenden Arbeit. Von den Gesichtspunkten aus, die hier angelegt worden sind, ist es entscheidend, ob eine Abweichung tatsächlich nachgewiesen werden kann.

Bei dem Suchen nach der wahrscheinlichen Lage des Druckpunktes müssen wir die Erfahrung verwerten, die durch METZGER's und anderer Untersuchungen gewonnen worden ist, dass nämlich der Gipfelpunkt eines längs dem ganzen Stamme zwischen Krone und Wurzelanlauf eingepassten Paraboloids oft an

einer Stelle in der Krone liegt, die bei äusserer Betrachtung als Angriffspunkt des Winddrucks angenommen werden kann.

Um die Bedeutung dieser Beobachtung klarzustellen, zeichnen wir in Fig. 5 die Kurve $z = (\log x)^3$. Damit die Wendung deutlicher hervortrete, ziehen wir die Kurve links bis zum Punkte $x = 1$ aus, obwohl die Stammkurve wirklicher Bäume in den Sektionen um diesen Punkt herum die Funktion $y = \log x$ nicht folgt. Die Kurve ist rechts bis zur Basisabszisse 32 ausgezogen worden, die, wenn der Nullpunkt im Gipfel des Baumes liegt, der Formklasse 0,80 entspricht. In Fig. 5 stellt also die s-förmig gebogene Linie B die Kurve $z = (\log x)^3$ dar. Die gerade Linie A repräsentiert die Wendetangente dieser Kurve.

Wenn man an einem logarithmisch geformten Baum die von METZGER angewandte Methode mit graphischer Abtragung der Kuben der Durchmesser durchführt, so erhält man eine Kurve von der Form B . Kann die Kurve für einen gewissen Stammteil durch eine gerade Linie (METZGER's »Konstruktionslinie«) ausgeglichen werden, so ist dieser Stammteil annäherungsweise ein kubisches Paraboloid mit dem Gipfel in dem Schnittpunkt der Konstruktionslinie mit der x -Achse.

Bei den gewöhnlichst vorkommenden Stammformen liegt der Nullpunkt nahe dem Gipfel des Baumes, und die Basisabszisse hat einen Wert von ungefähr 10. Ist das Kronenverhältnis 0,40, so ist für einen derartigen Baum die Abszisse der Kronengrenze = 4. Durch Anlegen eines Lineals an Fig. 5 können wir uns davon überzeugen, dass die Konstruktionslinie, die zwischen $x = 4$ und $x = 10$ die Kuben der Ordinaten der logarithmischen Kurve ausgleicht, sehr nahe mit der Wendetangente A zusammenfällt. Da nun die Kurve B die Wendetangente A schneidet, so muss in dem angenommenen Falle auch die Konstruktionslinie A schneiden, obwohl in sehr spitzem Winkel. Betreffs Bäume mit der Basisabszisse 10 können wir daher erwarten, dass METZGER's Konstruktion zu einem Druckpunkt führen wird, der gleich links von dem Punkt $x = 2,463$, wo die Wendetangente die x -Achse schneidet, liegt.

Bezüglich derartiger gewöhnlich vorkommender Bäume ergibt also METZGER's Konstruktion Druckpunkte, die sehr nahe dem Punkt $x = 2,463$ liegen. Die Erfahrung, die in solchen Fällen betreffs einer Übereinstimmung zwischen den Resultaten der Konstruktion und der nach äusserer Beurteilung wahrscheinlichen Lage des Druckpunktes gewonnen worden ist, kann demnach auch als Stütze für die Auffassung betrachtet werden, dass der Druckpunkt in oder nahe dem Punkte $x = 2,463$ liegt.

In demselben Masse, wie die Basisabszisse weiter nach rechts verschoben wird, also für Bäume höherer Formklassen, rückt indessen der mittelst METZGER's Methode berechnete Druckpunkt mehr und mehr nach links, bis er schliesslich links von dem Gipfel des Baumes (oberhalb des Gipfels) zu liegen kommt. Ist man so weit gekommen, so ist es klar, dass nunmehr die Methode unrichtige Resultate für logarithmisch geformte Bäume gibt. Da der Übergang sukzessiv geschehen ist, so können wir den Schluss ziehen, dass METZGER's Konstruktion auch für dazwischenliegende Basisabszissen Druckpunkte ergibt, die zu weit nach links liegen. Das Gleiche muss bezüglich des für Bäume mit der Basisabszisse 10 oben konstruierten Druckpunktes gelten.

Von Punkten rechts von $x = 2,463$ gehen keine Tangenten zur Kurve B hin aus. Ein Grund dafür, die Druckpunktbestimmung auf eine schneidende

Konstruktionslinie von einem rechts von $x = 2,463$ gelegenen Punkte aus zu gründen, dürfte nicht angegeben werden können. Da der für Bäume mit der Basisabszisse 10 bestimmte Druckpunkt, der gleich links von dem Punkte $x = 2,463$ lag, nach rechts verlegt werden muss, andererseits aber kein Grund vorhanden ist, ihn nach rechts von dem letztgenannten Punkt zu verlegen, so betrachten wir den Punkt $x = 2,463$ als die wahrscheinlichste Lage des fraglichen Druckpunktes.

Für einen zwischen der Kronengrenze und dem Wurzelanlauf nach der logarithmischen Kurve geformten Baum kann der wahrscheinliche Angriffspunkt des Winddrucks in befriedigender Weise durch die von METZGER angewandte Konstruktion nur dann bestimmt werden, wenn es sich um die gewöhnlichst vorkommenden Formklassen handelt. In bezug auf hohe und niedrige Formklassen sind wir auf die für alle Formklassen anwendbare Methode angewiesen, zuerst den Nullpunkt und die Masseinheit der logarithmischen Kurve zu bestimmen und dann den hypothetischen Druckpunkt $2,463$ Masseinheiten vom Nullpunkt entfernt zu placieren.

Um zu betonen, dass der auf letztgenannte Weise bestimmte Punkt unter Ausgehen von den Dimensionen des Stammes hergeleitet worden ist, nennen wir ihn im folgenden den Stampfpunkt. Sein Zusammenfall mit dem Angriffspunkt des Winddrucks ist bis auf weiteres hypothetisch. Nur wenn der Angriffspunkt des Windes auf Grund der Oberflächenverteilung der Krone und der Windgeschwindigkeit in verschiedenen Höhen berechnet oder wenn er okular unter Berücksichtigung dieser Faktoren beurteilt wird, nennen wir ihn im folgenden den Druckpunkt.

Unsere ganze bisher angestellte Überlegung ist von der Voraussetzung ausgegangen, dass die relative Form des Stammes exakt durch die Kurve $y = \log x$ ausgedrückt wird. In Wirklichkeit kommt eine so vollständige Übereinstimmung nie vor, sondern die Stammkurve weist grössere oder geringere Abweichungen von der Logarithmenkurve auf. Besonders in den mittleren Formklassen können diese Abweichungen oft grössere Beträge als die Differenzen zwischen der kubischen Parabel und der Logarithmenkurve darstellen. Man kann dann nicht mit Bestimmtheit entscheiden, ob der Stamm überwiegend der einen oder der anderen Kurve folgt. Es wird in solchem Falle eine Geschmackssache sein, ob man den hypothetischen Druckpunkt mit Hilfe von METZGER's Konstruktion, welche richtig ist, wenn die Stammkurve eine kubische Parabel ist, oder nach der für die Herleitung des Stampfpunktes oben angegebenen Methode bestimmen will, welche letztere, wie man voraussetzen darf, ein richtiges Resultat für logarithmisch gebaute Stämme liefert.

Wir wenden uns nun der Behandlung der absoluten Dimensionen von Stämmen zu, deren relative Form mit der Kurve $y = \log x$ übereinstimmt. Oben ist vorausgesetzt worden, dass die relative Form unter Anpassung an Biegungsbeanspruchungen entsteht, wobei der Stamm jedoch durch andere Ursachen gehindert wird, die Form des kubischen Paraboloids vollständig anzunehmen. Es fragt sich nun, ob eine derartige Tendenz zur Anpassung auch betreffs der absoluten Dimensionen sich bemerkbar macht. Diese Frage muss zum Gegenstand besonderer Untersuchungen gemacht werden. In diesem

Zusammenhänge soll nur dargelegt werden, wie eine solche Untersuchung an die hier entwickelten Gesichtspunkte angeknüpft werden kann.

Eine derartige Anpassung ist durchaus nicht unwahrscheinlich. Schon der Umstand, dass Bäume überhaupt existieren, beweist das Vorkommen einer Anpassung, die die Durchmesserstärke der Bäume auf gewisse, zur Widerstandsfähigkeit gegen normalen Winddruck erforderliche Mindestdimensionen bringt. Zu untersuchen ist demnach zunächst, ob alle Bäume in demselben Grade gerüstet sind, ausserordentlichen Biegungsbeanspruchungen zu widerstehen.

Die Gleichung einer logarithmischen Stammkurve kann geschrieben werden:

$$d = Q \log x, \dots \dots \dots (64)$$

wo Q das Verhältnis zwischen dem Durchmesser und der Ordinate in einem zugänglichen Messpunkt ist.

In dem Tangierungspunkt $x = 7,389$ mit der kubischen Parabel von $x = 2,463$ aus ist also der Durchmesser

$$\delta = Q \log 7,389,$$

woraus sich ergibt

$$\delta = 2 M Q \dots \dots \dots (65)$$

Dieser Durchmesser ist Basisdurchmesser eines kubischen Paraboloids, dessen Gipfel im Punkte $x = 2,463$ liegt. Der Abstand z des Durchmessers δ von dem Gipfel des Paraboloids ist demnach $= (7,389 - 2,463) a = 4,926 a$, wo a die Masseinheit der logarithmischen Kurve ist.

Durch Einsetzen dieser Werte von δ und z in die Formel (50) erhält man

$$\frac{P}{0,01306 s} = \frac{Q^3}{a}, \dots \dots \dots (66)$$

wo P die biegende Kraft und s die Normalspannung in der äussersten Faser des Querschnittes bei $x = 7,389$ ist.

Die Anpassung der absoluten Dimensionen an den Winddruck muss also bedeuten, dass der Stamm bei einer gewissen biegenden Kraft P solche Dimensionen erhält, dass die Normalspannung s konstant wird. Nun ist ein Baum während der langen Zeit, in welcher das Dickenwachstum vor sich geht, äusserst wechselnden Biegungsbeanspruchungen ausgesetzt. Findet eine direkte Anpassung statt, so dürfte diese als an die mittlere Beanspruchung geknüpft aufzufassen sein. Damit der Baum ausserordentlichen Windgeschwindigkeiten gewachsen sein soll, muss also die Normalspannung, deren Erreichung als Ziel der Anpassung vorausgesetzt wird, wesentlich unterhalb der Bruchspannung liegen.

Wir betrachten also die unter mittleren Verhältnissen auftretende Normalspannung s als konstant für alle Bäume und ersetzen in der Formel (66) den

Ausdruck $\frac{1}{0,01306 s}$ durch die Konstante k . Die Formel erhält dann folgendes Aussehen:

$$k P = \frac{Q^3}{a} \dots \dots \dots (67)$$

Der Ausdruck $\frac{Q^3}{a}$ kann durch Untersuchung der Form einzelner Bäume

bestimmt werden. Unter der Voraussetzung, dass die hier gemachten Annahmen bezüglich der Anpassung der absoluten Dimensionen an den Winddruck richtig sind, erhalten wir hierdurch ein relatives Mass für den von dem Baum aufgefangenen Winddruck. Diese Grösse kann für alle Bäume eines Bestandes summiert werden, wobei, wenn die Hypothese richtig ist, eine gewisse Gesetzmässigkeit in den Summen pro Hektar hervortreten muss. Wir erhalten

$$k \Sigma P = \Sigma \frac{Q^3}{a} \dots \dots \dots (68)$$

Die biegende Kraft P stellt ein Produkt des aufgefangenen Winddrucks T pro Quadratmeter und der gesamten Blätter- und Astoberfläche B der Krone dar. In einem sehr lichten Bestande ist T gross, ΣB aber klein. ΣP ist dann klein. Je geschlossener der Bestand wird, um so mehr nimmt T ab und nimmt ΣB zu. Es ist möglich, dass ΣP ein Maximum bei geringerer als voller Bestockung hat, was für eine Beurteilung der Wirkungen der Durchforstung von grossem Interesse sein würde. Solange dieses Verhältnis nicht klargestellt worden ist, können wir indessen davon ausgehen, dass ΣP sein Maximum bei voller Bestockung erreicht. Es ist wahrscheinlich, dass eine Lichtstellung des Bestandes innerhalb der bei gewöhnlicher Durchforstung vorkommenden Grenzen ΣP nicht sonderlich beeinflusst.

Jedenfalls muss bei gleichem Schluss, definiert durch die Blätteroberfläche pro Hektar, ΣP annähernd konstant sein. Natürlich können hier verschiedene Kronentypen gewisse Unterschiede aufweisen, solange aber solche nicht nachgewiesen worden sind, dürfte man völlig berechtigt sein, provisorisch eine solche Annahme zu machen.

Gemäss Formel (68) muss dann in Beständen von gleichem Schluss, die nach vorhergehenden Durchforstungen ins Gleichgewicht gekommen sind, $\Sigma \frac{Q^3}{a}$ pro Hektar annähernd konstant sein, unabhängig von der Stammzahl.

Zu einer vollständigen Klarstellung des Zusammenhanges der absoluten Form mit dem Winddruck bedarf es genauer Spezialuntersuchungen, ähnlich den von TIRÉN (1924, 1926) ausgeführten. Derartige Studien können jedoch nur in einer geringen Anzahl von Fällen durchgeführt werden. Sie müssen daher durch statistische Untersuchungen ergänzt werden, die die Formverhältnisse in einer grösseren Anzahl Beständen feststellen. Vorausgesetzt dass die relative Form der Stämme am besten durch die logarithmische Kurve wiedergegeben wird, gibt die Formel (68) dabei ein gutes Hilfsmittel an die Hand. $\Sigma \frac{Q^3}{a}$ für einen Bestand kann nämlich leicht durch Untersuchung einer Anzahl repräsentativer Probestämme bestimmt werden. Es gilt dann, den Zusammenhang dieser Grösse mit der Bestandesdichte und der Stammzahl zu studieren.

Durch eine derartige statistische Behandlung des Problems dürfte es möglich sein, die Konturen des fraglichen Zusammenhangs in kurzer Zeit ihren grossen Zügen nach klarzustellen. Wenn die Auffassung, zu der ich durch bisher ausgeführte Untersuchungen gelangt bin, sich dabei bestätigt, muss eine solche Kenntnis sich auch für die Aufstellung von Ertragstafeln für verschiedene

Durchforstungsgrade verwerten lassen können. Es eröffnet sich auf diese Weise nämlich die Möglichkeit, dem Zusammenhang zwischen der Stammzahl und der Kubikmasse in Beständen gleichen Schlusses beizukommen.

Kap. VI. Sichtung und Gruppierung des Materials.

Von den oben entwickelten Gesichtspunkten aus wollen wir nun geeignete Teile des Kiefernstammmaterials der Forstlichen Versuchsanstalt studieren.

Für dieses Material ist der Durchmesser des Stammes ohne Rinde und mit Rinde, ausser bei 1,3 m bei 0,5 m vom Boden und danach bei jedem weiteren Meter verzeichnet worden. Um bei der Bearbeitung Mitteldurchmesser gleichlanger Bäume berechnen zu können, wurde die Untersuchung auf isolierte Höhenklassen beschränkt. Hierzu wurden die Höhen 4, 8, 12, 16, 20 und 24 m gewählt. Bei der Klassenbildung wurde eine Abweichung von 1 dm zugelassen, so dass z. B. zu 16 m alle Bäume gerechnet wurden, die mit den Längen 15,9, 16 und 16,1 m protokolliert worden waren.

Für das Studium der Formvariation innerhalb der Höhenklassen war es erwünscht, alle Durchmesser auf relative Masse umzurechnen. Da ich die Form des Gipfels und die des unteren Stammteils je für sich untersuchen wollte, wählte ich hierbei als Einheit den gemessenen Durchmesser d_2 , der nächst unterhalb der Mitte des Baumes lag. Für jeden der 1043 Stämme wurde eine Karte ausgeschrieben, auf der die Durchmesser des unberindeten und des berindeten Stammes in Prozenten der so bestimmten Einheitsdurchmesser angegeben wurden. Ausserdem wurden auf den Karten einige Vermerke über den Bestand und den Probestamm gemacht, wovon folgende für diese Untersuchung benutzt wurden.

Unter der Rubrik »Ras« (»Rasse«) wurde unter Zugrundelegung von SYLVÉN'S Karte (1916, S. 212) angegeben, ob der Probestamm aus dem Verbreitungsgebiet der nordschwedischen Kiefer (1), dem Übergangsbereich (2) oder dem Gebiet der südschwedischen Kiefer (3) herstammte. Ferner wurden der Durchmesser ohne Rinde bei 2,5 m vom Boden, das Alter, die Kronenschicht nach SCHOTTE'S Schema sowie die Länge der Krone in Meter angezeichnet.

Dieses Material ist vorläufig nur hinsichtlich *der relativen Stammform ohne Rinde* bearbeitet worden. Es galt dabei das Material so zu sortieren, dass die Variationen der Stammform in grossen Zügen klargestellt wurden. Zu diesem Zwecke wurden die Karten zunächst im Hinblick auf den relativen Durchmesser d_3 bei 2,5 m vom Boden verteilt. Hierbei wurden der Hauptgruppe 100 Bäume mit Durchmessern von 100 bis 105, der Hauptgruppe 105 Bäume mit Durchmessern von 105 bis 110 usw. zugewiesen. Darauf wurden die Karten in jeder solchen Hauptgruppe in Gipfelgruppen nach dem relativen Durchmesser d_1 an der Messstelle, die nächst unterhalb der Mitte zwischen dem Gipfel und dem am Messpunkt nächst unterhalb der Mitte des Baumes gelegenen Einheitsdurchmesser d_3 lag, gesondert. Der Gipfelgruppe 50 wurden so Bäume mit relativen Durchmessern d_1 von 50 bis zu 55 usw. zugewiesen.

Bei dieser Sortierung, die nur für die Höhenklassen 8—24 durchgeführt worden ist, lagen die für die Gruppierung bestimmenden Durchmesser an folgenden Höhen über dem Boden:

Höhenklasse	Höhe über dem Boden in Meter für		
	d_1	d_2	d_3
8	5,5	3,5	2,5
12	8,5	5,5	2,5
16	11,5	7,5	2,5
20	14,5	9,5	2,5
24	17,5	11,5	2,5

Nachdem innerhalb aller Höhenklassen das Material auf Hauptgruppen und Gipfelgruppen verteilt worden war, wurden für jede Gruppenkombination die relativen Durchmesser an den vorkommenden Messpunkten summiert, worauf die Mitteldurchmesser daselbst berechnet wurden. Ausserdem wurde für jede Gruppenkombination der Mittelwert des Rassenindex, des Durchmessers ohne Rinde bei 2,5 m über dem Boden, des Alters, des Kronenschichtindex und der Länge der Krone berechnet.

Kap. VII. Die Bearbeitung.

Bei der Bearbeitung des Materials bediente ich mich in erster Linie der Methoden, die in meinem Aufsatz »Sambandet mellan kronan och stamformen» (1925, S. 53 ff.) genauer dargelegt worden sind. Das Verfahren ist dadurch charakterisiert, dass die Verjüngungsserien des Materials verglichen werden mit der Kurve

$$y = \log x, \dots \dots \dots (69)$$

wobei der Nullpunkt in den Gipfel des Baumes verlegt wird.

Da $y=0$ für $x=1$ ist, also für einen Massabstand vom Gipfel, so kann diese Formel nicht die Form des ganzen Baumes wiedergeben. Infolgedessen habe ich die Hauptkurve (69) mit einer tangierenden Gipfelkurve kombiniert, die der Funktion

$$y = K \log \frac{k+x}{k} \dots \dots \dots (70)$$

folgt, worin K und k Konstanten sind (ebenda, S. 59, Formel 7).

Bei JONSON's Kiefernmittelstämmen erwies es sich, dass der Tangierungspunkt zwischen den beiden Kurven 3 bis 4 Masseinheiten vom Gipfel ablag. Für den letzten dieser Werte ist $K=2$ und $k=4$. Die Gleichung der Gipfelkurve kann dann geschrieben werden

$$y = 2 \log \left(1 + \frac{x}{4} \right), \dots \dots \dots (71)$$

welche Formel bei dieser Untersuchung angewandt worden ist.

Es ist zu betonen, dass die Gipfelkurve nicht notwendig die Hauptkurve zu tangieren braucht. Zu diesem Ausweg griff ich 1925, weil die Lage des Kronenansatzes für mein damals angewandtes Material nicht bekannt war. Geschieht der Anschluss unterhalb der Krone, so ist ja der gleichmässige Übergang in eine tangierende Gipfelkurve am wahrscheinlichsten. Kann dagegen der Berührungspunkt der beiden Kurven in die untere Grenze der Krone verlegt werden, so besteht kein Hindernis, sie einander schneiden zu lassen. Das Ziel muss dann sein, eine logarithmische Kurve zu finden, die so eng wie möglich sich dem Stammteil unterhalb der Krone anschliesst, während

der Gipfel für sich behandelt wird. Besonders in bezug auf Laubbäume wird ein solches Verfahren meistens notwendig sein.

Bei Untersuchung eines natürlichen Materials ist es vorteilhaft, ein Koordinatensystem mit logarithmischer Graduierung der x -Achse und Millimeter-einteilung der y -Achse anzuwenden. Alle Punkte, die auf einer logarithmischen Kurve mit dem Nullpunkt im Gipfel des Baumes gelegen sind, kommen dann in einer geraden Linie zu liegen. Diese Linie schneidet die x -Achse im Punkte $x=1$, also eine Masseinheit von Gipfel entfernt.

Mit Hilfe der eben beschriebenen Konstruktion ist es leicht, zu bestimmen, wo die Stammkurve im Verlauf zum Gipfel hin die logarithmische Hauptkurve verlässt und in die Gipfelkurve übergeht. Dies geschieht in dem Punkt, wo die Durchmesserpunkte aufhören, in gerader Linie zu liegen.

Der Gang der Arbeit war folgender. Zuerst wurde die ebengenannte Konstruktion ausgeführt und die Masseinheit des Systems, in Meter ausgedrückt, an der logarithmischen Skala der x -Achse abgelesen. Durch Division der Abstände der Messpunkte vom Gipfel durch die Masseinheit wurden die Abszissen der Messpunkte erhalten, worauf die entsprechenden Ordinaten nach Formel (69) für Punkte der Hauptkurve und nach Formel (71) für Punkte der Gipfelkurve berechnet wurden. Zum Vergleich mit dem Material mussten dann diese Ordinaten auf Procente des Einheitsdurchmessers reduziert werden. Der hierbei angewandte Reduktionsfaktor α wurde so gewählt, dass der relative Durchmesser im Messpunkt des Einheitsdurchmessers gleich dem durch die gerade Linie ausgeglichenen Wert m wurde, der meistens von 100 etwas abwich. War die Abszisse des Einheitsdurchmessers x , so war also $\alpha = m : \log x$, unter der Voraussetzung, dass der fragliche Messpunkt auf der Hauptkurve lag. Schliesslich wurden alle Ordinaten mit α multipliziert, wodurch eine Serie berechneter relativer Durchmesser erhalten wurde, die mit den beobachteten Werten verglichen werden konnten.

Die Verjüngungsserien der Höhenklassen.

Die als Mittel für jede Höhenklasse erhaltenen Verjüngungsserien sind in Tab. 3 zusammengestellt.

Wir sehen, dass der Wurzelanlauf sich in allen Höhenklassen stark geltend macht. Er macht sich, besonders in der 20-Meterklasse, bis höher als 10 % der Länge hinauf bemerkbar, ein grösserer Fehler entsteht aber nicht, wenn man diesen Punkt als auf der Hauptkurve liegend betrachtet.

Im Gipfel haben alle Klassen einen negativen Fehler. Dieser wäre verringert worden, wenn der Tangierungspunkt auf $x=3,6$ verlegt worden wäre. Besonders in der obersten Sektion beruht indessen der Fehler darauf, dass der Gipfel nicht vollständig der HÖJER'schen Gleichung folgt, die der Gipfelkurve zugrunde liegt. Auf die Kubikmasse hat dieser Fehler äusserst geringen Einfluss.

Der ganze übrige Teil des Stammes wird völlig befriedigend durch die angewandte Kurvenkombination wiedergegeben.

Das Material, das den nun berechneten Verjüngungsserien zugrunde liegt, stammt aus vielen verschiedenen Beständen in allen Teilen des Landes her. Es ist wahrscheinlich, dass solche Stämme, die vorzugsweise bei Durchforstung von Kiefernwald fallen, überrepräsentiert sind, im übrigen aber dürfte

das Material als repräsentativ für eine grosse Anzahl wahllos entnommener Bäume von gewisser Höhe sein.

Aus der Untersuchung geht hervor, dass die *Mittelform* bei einem derartigen Material mit grosser Genauigkeit mit Hilfe der vorgeschlagenen Kombination zweier logarithmischer Kurven wiedergegeben werden kann, wenn nur die Masseinheit des Systems bekannt ist.

Vorausgesetzt, dass die Stammkurve eines Mittelstamms vollkommen mit den kombinierten Kurven übereinstimmt, kann offenbar die Masseinheit exakt durch den Quotienten zweier Durchmesser bestimmt werden. Ist die Übereinstimmung nur eine ungefähre, so wird eine auf diese Weise hergeleitete Masseinheit nur annähernd richtig. Alle Vorsicht muss dann beobachtet werden, wenn anwendbare Resultate erzielt werden sollen. Um den Einfluss zufälliger Fehler zu vermindern, müssen die beiden Durchmesser so weit voneinander entfernt als möglich genommen werden. Der untere Durchmesser kann infolge des Wurzelanlaufs nicht gut niedriger als bei 10 % der Baumhöhe liegen. Handelt es sich um die Stammform ohne Rinde an stehenden Bäumen, so muss der obere Durchmesser so niedrig genommen werden, dass eine Rindenuntersuchung in dieser Höhe möglich ist. Bedient man sich hierbei einer Leiter, so kann in den meisten Fällen der Durchmesser bei 30 % der Länge des Baumes über dem Boden bequem untersucht werden.

Da die ganze Überlegung hier sich auf Mittelstämme bezieht, so müssen also die Mitteldurchmesser in diesen Messpunkten der Formbestimmung zugrunde gelegt werden. Wenn die beiden Messpunkte auf der Hauptkurve liegen, können wir die Mittelabszisse x_b der Basis herleiten aus der Gleichung

$$\frac{d_{90}}{d_{70}} = \frac{\log 0,9x_b}{\log 0,7x_b},$$

wo d_{90} den Mitteldurchmesser 90 % der Länge vom Gipfel (10 % vom Boden) entfernt und d_{70} den Mitteldurchmesser 70 % vom Gipfel (30 % vom Boden) entfernt bezeichnen.

An dem nun bearbeiteten Material ist der Angriffspunkt des Winddrucks nicht geschätzt worden. Wir können es daher nicht als Kontrollmethode anwenden. Dagegen liefert Tab. 4 gewisse Auskünfte über die Möglichkeit, aus der Länge der Krone die Form des Stammes herzuleiten.

Wie man sieht, bewegt sich die Abszisse des Kronenansatzes, d. h. die Länge der Krone, ausgedrückt in Masseinheiten, innerhalb recht enger Grenzen. Bei Berücksichtigung der Anzahl Stämme in jeder Höhenklasse ergibt sich als Mittelabszisse des Kronenansatzes für das Gesamtmaterial 4,91. Oben habe ich gezeigt, dass das mit einem logarithmisch geformten Stamm am besten übereinstimmende kubische Paraboloid seinen Gipfel 2,463 Masseinheiten vom Nullpunkt entfernt hat, der in diesem Falle in den Gipfel des Baumes verlegt worden ist. Der Gipfelpunkt des Paraboloids, der als mit dem Angriffspunkt des Winddrucks zusammenfallend angenommen worden ist, liegt demnach bei diesem Material im grossen Mittel nahezu genau mitten in der Krone.

Tab. 4 zeigt, dass das Material in den verschiedenen Höhenklassen recht bedeutende Verschiedenheiten sowohl in bezug auf Rasse wie auf Kronenschicht aufweist. Der Rassenindex ist am niedrigsten in Höhenklasse 16, was besagt, dass das Material dort mehr nordschwedisch ist als in den übri-

gen Höhenklassen. Der Schichtindex ist am niedrigsten in Höhenklasse 24, er steigt ununterbrochen mit fallender Höhe, was besagt, dass die niedrigeren Höhenklassen Bäume von durchschnittlich niedrigerer Kronenschicht umfassen.

Bei Beurteilung des Einflusses der Kronenschicht auf die Form muss indessen beachtet werden, dass SCHOTTE's Kronenschichteinteilung, die hier zur Anwendung gekommen ist, einen Schluss auf die gegenseitige Stellung der Kronen nur innerhalb desselben Bestandes oder gleicher Bestände zulässt. Vergleicht man dagegen Bestände mit verschiedenem Schlussgrad oder verschiedenen Kronenverhältnissen bei den herrschenden Bäumen, so gibt der Kronenschichtindex kein Mass für die Stellung der Krone ab. Für SCHOTTE's Kronenschichteinteilung ist bekanntlich die Höhe der Bäume bestimmend, so dass Bäume, deren Gipfel nicht bis zu $\frac{5}{6}$ der Höhe der herrschenden Bäume hinaufreichen, zur zweiten Schicht, diejenigen, die nicht bis zu $\frac{2}{3}$ hinaufreichen, zur dritten Schicht und diejenigen, die nicht die halbe Höhe der herrschenden Bäume erreichen, zur vierten Schicht gerechnet werden. Angenommen nun, in zwei gleich geschlossenen Beständen *A* und *B* sei das Kronenverhältnis der herrschenden Bäume in *A* 0,30 und in *B* 0,70. Ein Baum, der bis zur Mitte der Kronen der herrschenden Bäume hinaufreicht, erhält in *A* die relative Höhe 0,85 und wird also nach SCHOTTE's Schema der ersten Schicht zugewiesen, während ein solcher Baum in *B* die relative Höhe 0,65 erhält und der dritten Schicht zugewiesen wird. Obwohl die Kronen der beiden Bäume in bezug auf Licht, äussere Transpirationsbedingungen und Winddruck annähernd gleich gelegen sind, erhalten sie also ganz verschiedene Schichtbezeichnung.

Solange es sich nur um gleich geschlossene Bestände handelt, kann diese Schwierigkeit dadurch vermieden werden, dass man die Schichteinteilung auf die Stellung der beherrschten Kronen im Verhältnis zu den *Kronen* der herrschenden Bäume gründet. Bei Beständen verschiedener Geschlossenheit aber gestaltet sich das Verhältnis komplizierter. Wenn in einem dichteren Bestande *C* und einem lichterem Bestande *D* das Kronenverhältnis der herrschenden Bäume das gleiche ist, erhalten Bäume, die bis zur Mitte der Kronen der herrschenden Bäume hinaufreichen, in beiden Beständen dieselbe Schichtbezeichnung auch bei dem veränderten Einteilungsgrunde, obwohl die fraglichen Bäume im Bestande *D* unbestreitbar eine freiere Stellung haben als im Bestande *C*.

Wegen dieser Schwierigkeiten hat LÖNNROTH (1925, S. 92) vorgeschlagen, bei derartigen Arbeiten eine subjektive Schichteinteilung anzuwenden. Es ist hier nicht der Ort, zu diesem Vorschlage Stellung zu nehmen. Doch erscheinen die Vorteile objektiver Arbeitsmethoden auf dem Gebiete der Versuchstätigkeit so gross, dass man solange als möglich eine befriedigend objektive Methode erstreben muss.

Hier soll jedoch nur betont werden, dass man einen starken Zusammenhang zwischen dem Schichtindex in Tab. 4 und der Abszisse des Kronenansatzes nicht erwarten kann. Als eine Anregung zu fortgesetzten Untersuchungen verdient indessen vielleicht der Umstand Beachtung, dass es sich denken lässt, dass die Abszisse des Kronenansatzes die aus Tab. 4 ersichtlichen Werte erhält, wenn südlichere Rasse und niedrigere Kronenschicht eine Tendenz haben, dieselbe zu vermindern. Da der hypothetische Druckpunkt (der Stammfuß) 2,463 Masseinheiten vom Gipfel des Baumes entfernt liegt,

würde dies bedeuten, dass der Angriffspunkt des Winddrucks niedriger in den Kronen bei Bäumen südlicherer Rasse und niedrigerer Kronenschicht liegt. Diese beiden Schlüsse stehen in Einklang mit METZGER's Hypothese. Unter sonst gleichen Verhältnissen muss der Druckpunkt des Windes niedriger in den mehr konischen Kiefernkronen Südschwedens liegen als bei der oft mehr zylindrischen Krone der norrländischen Kiefer. Und bei herrschenden Bäumen, deren Gipfel beträchtlich grösserer Windgeschwindigkeit als die niedrigeren Partien der Krone ausgesetzt ist, muss in der Regel der Druckpunkt höher in der Krone liegen als bei beherrschten Bäumen, bei denen auf die oberen und unteren Teile der Krone weniger abweichende Windgeschwindigkeiten einwirken. Bezüglich stark beherrschter Bäume kommt hinzu, dass das Druckzentrum noch weiter nach unten hin durch die Einwirkung von Winden verschoben wird, die unterhalb des Kronendachs der herrschenden Bäume hinstreichen.

In Anbetracht der kleinen Abweichungen bei den in Tab. 4 verzeichneten Werten der Abszisse des Kronenansatzes dürfte anzunehmen sein, dass diese Grösse im Mittel für Bestände recht unbedeutend variieren wird. Ist das der Fall, was untersucht zu werden verdient, so bietet sich hier ein einfaches Verfahren, Bestände zu kubieren. Wir nehmen vorläufig an, dass die Bestandsmittelwerte für die Abszisse des Kronenansatzes sich mit geringen Abweichungen um dasselbe Mittel herum bewegen, das für die Mittelwerte des vorliegenden Materials erhalten worden ist, nämlich 4,91. Ist K die mittlere Länge der Kronen und L die der Stämme sowie x_b die Abszisse der Basis, so ist dann

$$\frac{x_b}{4,91} = \frac{L}{K},$$

woraus sich ergibt $x_b = 4,91$ mal das invertierte Kronenverhältnis.

Da in diesem Material die beherrschten Stämme vermutlich überrepräsentiert sind, so dürfte es jedoch wahrscheinlich sein, dass der Bestandsmittelwert für die Abszisse des Kronenansatzes etwas höher als 4,91 ist, so dass er vorschlagsweise als rund 5 angenommen werden kann.

Zu genaueren Bestimmungen bedarf dieser Faktor sicherlich einer Justierung, vor allem für Schlussgrad und Rasse. Dies kann indessen nur durch Bestandsanalysen geschehen. Dass eine solche Methode für wissenschaftliche Untersuchungen sollte anwendbar werden können, soll hiermit jedoch nicht gesagt sein.

Die Verjüngungsserien der Hauptgruppen.

Wir gehen nun zu den innerhalb jeder Höhenklasse gebildeten Hauptgruppen über und wählen als Beispiel die stammreichste Höhenklasse 12 Meter (Tab. 5).

In dieser Höhenklasse liegen die für die Hauptgruppierung bestimmenden Durchmesser 2,5 und 5,5 Meter vom Boden ab. Es fällt sogleich ins Auge, dass eben diese Messstellen die grössten Abweichungen des Materials von den berechneten Werten aufweisen, wenn wir in diesem Zusammenhange von dem Wurzelanlauf absehen. Die bei 2,5 m erhaltenen Fehler in den Hauptgruppen 100 bis 140 zeigen der Reihe nach folgende Beträge: — 7,7, — 4,3, — 1,8, + 0,2, + 1,4, + 3,9, + 5,2, + 8,0, + 8,0. Die entsprechenden Fehler bei

5,5 m sind: + 4,0, + 3,0, + 1,8, + 0,6, — 1,2, — 2,0, — 3,7, — 5,0, — 8,3. Dagegen sind die Fehler an der dazwischenliegenden Messstelle 3,5 m: + 0,6, — 0,8, — 0,6, + 1,0, 0, + 0,7, — 0,6, — 0,2, — 6,3.

Die Gruppe 100, die die geringste Verjüngung repräsentiert, weist also einen grossen negativen Fehler bei 2,5 m und einen grossen positiven Fehler bei 5,5 m auf. Bei Fortgang nach Gruppen mit grösserer Verjüngung hin nehmen beide Fehler ab, so dass sie Mindestwerte in der Gruppe 115, die die grösste Stammzahl umfasst, erreichen. Gehen wir weiter zu Gruppen mit noch grösserer Verjüngung, so nehmen die Fehler wieder zu, aber mit umgekehrten Vorzeichen, so dass in der Gruppe 140 ein grosser positiver Fehler bei 2,5 m und ein grosser negativer Fehler bei 5,5 m vorhanden ist.

Die Fehler bei 3,5 m zeigen dagegen keinen solchen Gang, und sie sind im übrigen numerisch kleiner.

Um diese Erscheinung richtig zu verstehen, dürfte es notwendig sein, den Begriff Normalform zu diskutieren. JONSON (1910, S. 305) verstand darunter eine Stammform, die mit HÖJER's Gleichung übereinstimmte. Wir akzeptieren hier den Begriff, aber mit insofern veränderter Bedeutung, dass wir darunter Stammformen verstehen, die durch die vorgeschlagene Kombination zweier logarithmischer Kurven wiedergegeben werden können. Bäume von Normalform können demnach unendlich wechselnde relative Form haben. Um diese zu definieren, bedarf es einer weiteren Bestimmung, nämlich der der Abszisse x_b der Basis.

Indessen liegt es in der Natur der Sache, dass ein so zusammengesetzter Organismus wie ein Baum nicht vollständig mit einer mathematisch bestimmten Normalform übereinstimmen kann. Es ist eine Tatsache von grossem Interesse, dass Mittelwerte von vielen Bäumen sich einer solchen Normalform nähern, in jedem Messpunkt aber weisen die in den Mittelwert eingehenden einzelnen Bäume zahlreiche Abweichungen sowohl in positiver wie in negativer Richtung auf.

Sortiert man ein solches Material unter Zugrundelegung des Quotienten eines niedrigeren und eines oberen Durchmessers, so müssen in der Klasse, die den grössten Quotienten repräsentiert, solche Bäume vereinigt werden, die ihrer allgemeinen Form nach sich stark verjüngen, und die überdies durch eine positive Abweichung von dieser Form bei dem unteren Durchmesser und durch eine negative Abweichung bei dem oberen Durchmesser ausgezeichnet sind. Wenn dann Mittelwerte für die Mitteldurchmesser der Gruppe an verschiedenen Messpunkten berechnet werden, können die einseitigen Abweichungen der beiden für die Sortierung angewandten Durchmesser nicht ausgeglichen werden, während die Variationen der übrigen Durchmesser mehr oder weniger einander aufheben. Infolgedessen wird die Normalform der Gruppe am besten durch die bei der Sortierung nicht angewandten Durchmesser angegeben. Auf diesen Umstand hat die hier verwendete Methode Rücksicht genommen. Berechnet man dagegen die Formklasse einer Gruppe nur unter Zugrundelegung eines Durchmesserquotienten, so ist die Folge unausbleiblich die, dass die Extreme der Form recht bedeutend übertrieben werden.

Mit Ausnahme der extremsten Gruppen muss indessen die Übereinstimmung als so gut angesehen werden, dass die Normalform einer Kubierung der Mittelstämme der Hauptgruppen zugrunde gelegt werden kann. Es gilt also, eine für jede Hauptgruppe geeignete Variante der Normalform zu finden.

Zu diesem Zwecke müssen wir die Masseinheit oder die Basisabszisse bestimmen.

Die Möglichkeit, die Basisabszisse mit Hilfe des Quotienten zweier Mitteldurchmesser herzuleiten, ist hier grundsätzlich dieselbe wie bezüglich der Mittelstämme der Höhenklassen. Der Unterschied ist nur der, dass die Berechnung in diesem Falle unsicherer wird, da die Übereinstimmung mit der logarithmischen Hauptkurve schlechter ist.

Dagegen liefert ein Versuch, unter Zugrundelegung der Länge der Krone die Stammform bei den Mittelstämmen der Hauptgruppen zu bestimmen, negatives Resultat. Bei Prüfung der aufgestellten Tabellen findet man, dass sowohl die Mittellänge wie der Schichtindex der Krone ohne deutlichen Zusammenhang mit der Form der unteren Hälfte des Stammes variiert.

Der geringe Zusammenhang zwischen Kronenlänge und Hauptgruppe wird durch Tab. 6 beleuchtet, die für die Höhenklasse 16 m die Verteilung der Stammzahl auf verschiedene Kombinationen dieser beiden Bestimmungen ausweist. In jeder der fünf Kronenlängensklassen zwischen 2,5 m und 7,4 m sind mit einer einzigen Ausnahme alle Hauptgruppen vertreten. Die Stammzahl in jeder solchen Kronenlängensklasse gruppiert sich ziemlich symmetrisch um dieselbe Mittelhauptgruppe herum, nämlich 120. Man erhält aus Tab. 6 den Eindruck, dass die Verteilung der Stämme auf Hauptgruppen nahezu unabhängig von der Länge der Krone ist.

Für dieselbe Höhenklasse 16 m sind in Tab. 7 die Mitteldurchmesser der Kronenlängensklassen bei 2,5 m, ausgedrückt in Prozenten des Einheitsdurchmessers, verzeichnet. Mit Ausnahme der ersten und der beiden letzten Kronenlängensklassen bewegen sich diese Mitteldurchmesser innerhalb der Grenzen 121,3 und 123,5. Sie sind somit praktisch genommen gleich, was besagt, dass die Mittelstämme aller Kronenlängensklassen nahezu derselben Hauptgruppe angehören.

In dem Mittelstamm für eine ganze Höhenklasse werden also Mittelwerte von Kronenlängen und Stammformen vereinigt, die bei den einzelnen Bäumen ohne nennenswerten gegenseitigen Zusammenhang variieren. Es ist da erstaunlich, dass diese Mittelstämme ein so gesetzmässiges Verhältnis zwischen Kronenlänge und Stammform aufweisen können, wie sie es tatsächlich tun.

Dieses Resultat ist verwandt mit MATTSSON-MÅRN's (1917) und PETRINI's (1918) Erfahrung, dass bei einzelnen Stämmen die Korrelation zwischen dem Schwerpunkt der Krone und der Formklasse schwach oder gleich Null ist, während dagegen ein gesetzmässiger Zusammenhang zwischen diesen Faktoren stattzuhaben scheint, wenn es sich um grosse Mittelwerte handelt.

Die hier angestellte Untersuchung braucht ebensowenig wie die MATTSSON-MÅRN's und die PETRINI's als ein Beweis gegen METZGER's Hypothese gedeutet zu werden, da diese ja an den Angriffspunkt des Winddrucks geknüpft ist, dessen Lage in den meisten Fällen unbekannt ist. Bäume mit kleinen Kronen gehören gewöhnlich niedrigeren Kronenschichten an, und in Übereinstimmung hiermit kann man erwarten, dass ihr Druckpunkt im Mittel niedrig in der Krone liegen wird. Andererseits sind Bäume mit grossen Kronen meistens herrschend, und sie haben daher wahrscheinlich den Druckpunkt hoch belegen. Bei einer Anzahl Bäume derselben Höhe muss daher die Druckpunkthöhe weniger variieren als die Kronenlänge.

In der hier untersuchten Höhenklasse 16 m müsste indessen der Druck-

punkt, um METZGER's Hypothese zu genügen, ungefähr dieselbe absolute mittlere Höhe haben in allen Kronenlängenklassen. Dies ist, wenn man von den extremsten Klassen absieht, zwar denkbar, aber es ist keineswegs wahrscheinlich. Eher ist anzunehmen, dass die unbekannte biologische Realität, für die METZGER's Hypothese einen Ausdruck abgeben soll, nicht völlig durch die Hypothese gedeckt wird. Vielleicht wird der Stamm unter Einfluss einer Menge von Ursachen geformt, die meistens so kombiniert sind, dass sie eine ungefähre Anpassung an den Winddruck hervorrufen, während in weniger gewöhnlichen Fällen andere Ursachenkombinationen zur Entstehung von Stammformen führen, die mehr oder minder von der durch die Winddruckhypothese geforderten Form abweichen.

Die Verjüngungsserien der Gipfelgruppen.

Die Stämme in jeder Hauptgruppe sind in Gipfelgruppen sortiert worden, die nach dem relativen Durchmesser in ungefähr dem halben Abstände zwischen dem Einheitsdurchmesser und dem Gipfel benannt worden sind. Auch für diese Sortierung gilt, was betreffs der Verteilung in Hauptgruppen angeführt worden ist, nämlich dass zufällige Fehler bei den gruppenbestimmenden Durchmessern die Extreme der Form übertreiben. In den extremsten Gruppen haben ausserdem die geringe Stammzahl und auch andere Ursachen dahin gewirkt, dass die erhaltenen Stammkurven recht unregelmässig ausgefallen sind. Infolgedessen habe ich mein Studium der Gipfelkurven auf einen Vergleich in jeder Hauptgruppe zwischen der höchsten und der niedrigsten Gipfelgruppe, die mindestens zehn Prozent der Stammzahl der Hauptgruppe umfasst, beschränkt. Das Resultat ist seiner Richtung nach vollkommen das gleiche in allen Höhenklassen und Hauptgruppen. Es wird beleuchtet durch ein Beispiel in Fig. 6, die die Stammkurven in der Höhenklasse 12, der Hauptgruppe 115 sowie den Gipfelgruppen 60 und 75 wiedergibt.

Fig. 6 liefert die wichtige Auskunft, dass die zu derselben Hauptgruppe gehörenden Gipfelkurven schon unmittelbar oberhalb des Einheitsdurchmessers sich voneinander trennen. Die untere Grenze der Krone liegt in beiden Fällen wesentlich oberhalb des Messpunktes des Einheitsdurchmessers. Man kann also die Stammkurven der Gipfelgruppen nicht dadurch darstellen, dass man verschiedene Kronenstammkurven an den unteren Kronengrenzen sich an eine für die ganze Hauptgruppe gemeinsame Hauptkurve anschliessen lässt. Wir müssen einen Ausweg finden, innerhalb einer Hauptgruppe, also im Prinzip bei Bäumen derselben Formklasse, die Stammkurve unterhalb der Krone zu variieren.

Bei unserer Grundvoraussetzung, dass der Stamm unterhalb der Krone der Funktion $y = \log x$ folgt, ist eine solche Variation nur dann möglich, wenn die Lage des Nullpunktes geändert wird. Durch das Studium der Gipfelgruppen kommen wir also zu der Erkenntnis, dass die Nullpunktplacierung im Gipfel des Baumes nur als eine Mittelwerterscheinung aufzufassen ist.

Ist die Lage des Nullpunktes nicht bestimmt, so sind drei Punkte der logarithmischen Kurve erforderlich, um denselben zu definieren. Bei Anwendung der HÖJER'schen Gleichung bildet die bekannte Gipfellage im Punkte $x = 1$ einen von diesen Punkten, weshalb nur zwei Durchmesser gemessen zu werden brauchen. Dabei wird indessen keine Variation innerhalb der Formklasse möglich. Infolgedessen und um bessere Übereinstimmung mit

der Natur zu erhalten, wünschen wir den Gipfel von der Lage $x = 1$ freizumachen. Zur Bestimmung der logarithmischen Hauptkurve sind dann drei Durchmesser erforderlich.

Wir sind auf diese Weise zu der Formbestimmungsmethode gelangt, die in Kap. III dargelegt worden ist. Ihre Anwendung wird im nächsten Kapitel eingehender erörtert werden.

Bezüglich des Zusammenhanges zwischen der Krone und der Stammform sehen wir in Fig. 6, dass die untere Kronengrenze höher in Gipfelgruppe 75 als in Gipfelgruppe 60 liegt. Um diesen Zusammenhang zu studieren, wählen wir als Beispiel die Höhenklasse 12 und innerhalb dieser die stammreichste Hauptgruppe 115. Von der niedrigsten Gipfelgruppe 50 zu der höchsten Gipfelgruppe 80 hin finden wir folgende Kronenlängen: 4,70 (ein Baum), 8,30, 5,11, 4,05, 4,01, 3,32 und 2,65. Die entsprechenden Kronenschichtindizes sind 1,5 (ein Baum), 1,00, 1,29, 1,42, 1,58, 1,73 und 2,00.

Diese Ziffern sind typisch für das, was auch in den übrigen Höhenklassen, Hauptgruppen und Gipfelgruppen vorkommt. Mit Ausnahme stammarmer extremer Gruppen, die von der Regel abweichen können, geht ein erhöhter Gipfelquotient überall Hand in Hand mit kleinerer relativer Kronenlänge und grösserem Kronenschichtindex, d. h. niedrigerer Kronenschicht. In derselben Höhenklasse und Hauptgruppe ist also ein kleines Kronenverhältnis ein Indikator von vollwüchsigem Gipfel. Eine gesetzmässige Variation des Rassenindex hat hier nicht wahrgenommen werden können.

Um den Zusammenhang zwischen Kronenverhältnis, Kronenschicht und Stammform noch weiter zu beleuchten, ist in jeder Höhenklasse das ganze Material auf Gipfelgruppen verteilt worden, ohne Rücksicht auf Hauptgruppen. In Höhenklasse 12 zeigen für diese Gipfelgruppen berechnete Mittelwerte von Gipfelgruppe 50 zu Gipfelgruppe 80 hin folgende Kronenlängen: 4,70 (ein Baum), 5,36, 5,13, 4,22, 3,75, 3,33 und 2,80. Die entsprechenden Kronenschichtindizes sind: 1,00, 1,20, 1,31, 1,46, 1,58, 1,73 und 1,90. Die Rassenindizes variieren unregelmässig.

Mit Ausnahme von Gipfelgruppe 50, die nur durch einen Stamm repräsentiert ist, geht also ein Steigen des Gipfelquotienten überall zusammen mit fallenden Kronenlängen und steigenden Kronenschichtindizes.

Der Einheitsdurchmesser bei 5,5 m ist in allen Gipfelgruppen 100. Der Mitteldurchmesser bei 2,5 m ist von Gipfelgruppe 50 zu Gipfelgruppe 80 hin folgender: 115,1 (ein Baum), 117,9, 119,7, 118,9, 117,7, 117,9 und 118,6. Die mittlere Verjüngung zwischen 2,5 m und 5,5 m ist folglich praktisch genommen gleich in allen Gipfelgruppen.

Die eben angeführten Kronenlängen stellen gruppenweise berechnete Mittelwerte dar. Um die so erhaltenen Resultate zu kontrollieren, ist das ganze Material der Höhenklasse 16 nach Kronenlängen sortiert worden, worauf der Mitteldurchmesser bei 2,5, 9,5 und 11,5 m berechnet wurde. Es haben sich dabei die Zahlen ergeben, die in Tab. 7 wiedergegeben sind.

Von den Durchmessern bei 2,5 m ist der Durchmesser in der Gruppe 1,5—2,4 offenbar abnorm. Dieser Stamm misst sowohl bei 2 wie bei 3 Meter 117,5 Prozent des Einheitsdurchmessers. In den Klassen 8,5—9,4 und 9,5—10,4 liegt der bei 7,5 m gelegene Einheitsdurchmesser an der Kronengrenze oder innerhalb der Krone, was die hohen relativen Durchmesser bei 2,5 m erklärt. Für alle übrigen Kronenklassen ist die Verjüngung zwischen 2,5 m und 7,5 m ungefähr dieselbe.

Der Messpunkt 9,5 m liegt unterhalb der Krone nur in den fünf ersten Kronenklassen. In diesen Klassen ist die Durchmesservariation sehr unbedeutend. Sobald der Messpunkt in die Krone fällt, nimmt der Durchmesser mit zunehmender Kronenlänge ab, was sich daraus erklärt, dass die relative Lage des Messpunktes in der Krone dabei sich nach dem Gipfel zu verschiebt.

Der Messpunkt 11,5 m, der der Sortierung nach Gipfelgruppen innerhalb der Höhenklasse 16 m zugrunde liegt, fällt nur in den drei ersten Kronenklassen unterhalb der Krone. Die Variation ist hier unregelmässig und, wenn man von der Klasse 1,5—2,4 m absieht, die nur durch einen Stamm repräsentiert ist, unbedeutend. In den übrigen Kronenklassen, bei denen der Messpunkt 11,5 m innerhalb der Krone liegt, nimmt der Durchmesser mit zunehmender Kronenlänge in derselben Weise ab, wie soeben betreffs des Durchmessers bei 9,5 m erwähnt wurde.

Aus der Verteilung auf Kronenlängenklassen scheint hervorzugehen, dass die Länge der Krone keinen nennenswerten Einfluss auf die Verjüngung unterhalb der Mitte des Stammes hat, sofern diese unterhalb der Krone liegt. In dieser Hinsicht herrscht volle Übereinstimmung mit den Resultaten, die bei Verteilung auf Hauptgruppen und auf Gipfelgruppen erhalten wurden.

Was die obere Hälfte des Stammes betrifft, so sind die Resultate in gewissem Grade einander widersprechend. Bei der Verteilung auf Gipfelgruppen wurde ein offensichtlicher Zusammenhang zwischen der Mittellänge der Krone und der Form dieses ganzen Stammteils erhalten, während ein solcher Zusammenhang bei der Verteilung auf Kronenlängenklassen nur bezüglich der Durchmesser innerhalb der Krone zutage getreten ist. Dieses gegensätzliche Verhältnis ist von grossem Interesse, da es die Gefahren ins Licht stellt, die mit Formstudien an Mittelstämmen verknüpft sind.

Angenommen, es verhalte sich so, wie das Resultat der Kronenlängensortierung es auszuweisen scheint, dass nämlich die Stammkurven der Kronen bei den Kronengrenzen sich an eine und dieselbe Hauptkurve anschliessen. Solchenfalls wird die Mittelkurve für eine Gipfelgruppe sich von der Hauptkurve in dem Punkte trennen, wo die in der Gruppe vorkommende längste Krone ihre untere Grenze hat, also weit unterhalb der für die Gruppe berechneten Mittellänge der Kronengrenze.

Der Umstand, dass die Mittelkurven der Gipfelgruppen sich voneinander weit unterhalb der Krone trennen, braucht demnach nicht zu bedeuten, dass die zu diesen Gruppen gehörenden einzelnen Bäume Stämme haben, die unterhalb der Krone verschiedenen Hauptkurven folgen. Wir fanden, dass die Mittelstämme der zu derselben Hauptgruppe gehörigen Gipfelgruppen nicht Hauptkurven mit derselben Nullpunktlage haben konnten. Nun sehen wir, dass die sämtlichen einzelnen Bäume der Hauptgruppe demungeachtet dieselbe Hauptkurve mit derselben Nullpunktlage haben können. Dieser Umstand ist dazu geeignet, zur Vorsicht bei der Anlegung biologischer Gesichtspunkte an die Stammform von Mittelstämmen zu mahnen.

Die Verjüngung innerhalb der Krone.

Um einen Überblick über die Verjüngung des Stammes innerhalb der Krone zu erlangen, ist die absolute Formklasse für diesen Stammteil in allen zur

Höhenklasse 12 m gehörigen Gipfelgruppen berechnet worden. Diese Formklassenwerte finden sich in Tab. 8 zusammengestellt, die also Quotienten des Durchmessers an der Mitte der Krone und des Durchmessers an der Kronengrenze enthält.

Wie man sieht, bewegen sich die Mittelformklassen in Tab. 8 praktisch genommen innerhalb der Grenzen 0,55 und 0,65. Hiervon machen nur drei Werte eine Ausnahme.

Für das auf Kronenlängenklassen verteilte Material in Höhenklasse 16 m sind die in Tab. 9 wiedergegebenen Kronenformklassen erhalten worden.

Auch hier bewegen sich die Kronenformklassen um einen Mittelwert von ungefähr 0,60. Sieht man von der ersten und der letzten Gruppe ab, die nur durch je einen Baum vertreten sind, so ist die niedrigste Kronenformklasse 0,576 und die höchste 0,633. Der Mittelwert für die ganze Höhenklasse ist 0,602.

Um eine Vorstellung von dem Einfluss von Rasse und Kronenschicht zu erhalten, ist eine Kronenlängenkategorie, nämlich 2,5—3,4 m, der Höhenklasse 8 m im Hinblick auf diese Bestimmungen sortiert worden, worauf die Mittelformklasse für den Stammteil innerhalb der Krone in jeder Gruppe berechnet wurde. Das Resultat ist aus Tab. 10 ersichtlich.

Wie man sieht, liegt die Übergangszone am höchsten in allen Schichten, danach kommt die nordschwedische Rasse und zuletzt die südschwedische. Innerhalb aller Rassegebiete hat die zweite Schicht die höchste Mittelformklasse, danach kommt die dritte und zuletzt die erste. Die Mittelformklasse für sämtliche Bäume ist 0,600.

Von grösstem Interesse in dieser Zusammenstellung ist das Maximum der Mittelformklasse in der Übergangszone und in der zweiten Schicht. Diese Kulmination in einer Zwischenzone und einer Zwischenschicht verringert ziemlich stark den Wert der für ganze Höhenklassen und Kronenlängenklassen berechneten Mittelwerte des Rassen- und des Kronenschichtindex.

Im übrigen können weitergehende Schlüsse aus den ebenerwähnten Ziffern nicht gezogen werden, da ja keine Gewähr dafür vorhanden ist, dass die beobachteten Probestämme die fraglichen Rassen und Kronenschichten statistisch repräsentieren.

Von Bedeutung ist jedoch die ständig wiederkehrende Erfahrung, dass die Mittelformklasse für den Stammteil innerhalb der Krone sich innerhalb enger Grenzen um einen Wert von ungefähr 0,60 herum bewegt. Vorausgesetzt, dass die Stammkurve der Krone der HÖJER'schen Gleichung folgt, entspricht diese Formklasse einer absoluten Formzahl von etwas mehr als 0,40. Wir können provisorisch die letztgenannte Ziffer bei der Kubierung stehender Stämme benutzen. Allmählich muss es möglich sein, durch Untersuchung repräsentativer Probestämme genauere Mittelformzahlen für den Stammteil innerhalb der Krone zu erhalten, die für Bestände verschiedener Typen Geltung besitzen.

Kap. VIII. Methode zur Schätzung von Versuchsflächen.

Auf Grund der oben gegebenen Erörterungen lassen sich folgende Richtlinien für die Schätzung von Versuchsflächen aufstellen.

1. Die Schätzung muss möglichst mit Hilfe statistisch repräsentativer Probestämme geschehen, die stehend untersucht werden.

2. Wenn es sich um Mittelwerte einer grossen Anzahl wahllos entnommener Bäume handelt, scheint ein gewisser Zusammenhang zwischen der Krone und der Stammform unzweifelhaft zu bestehen. Ungeklärt ist jedoch die Frage, ob ein solcher Zusammenhang bei Beständen verschiedener Typen vorausgesetzt werden kann. Infolgedessen kann es jetzt nicht in Frage kommen, die Schätzung der Durchforstungsflächen der Versuchsanstalt auf Grund von Beobachtungen betreffs der Lage und Form der Krone vorzunehmen.

3. Betreffs des Stammteils innerhalb der Krone (des Kronenstamms) hat es sich gezeigt, dass die absolute Formzahl im Verhältnis zur Grundfläche an der Kronengrenze sich innerhalb enger Grenzen um den Wert $0,40$ herum bewegt. Da dieser Stammteil in der Regel einen recht geringen Teil von der Kubikmasse des Baumes ausmacht, so wirkt ein geringer Fehler bei der Bestimmung seiner absoluten Formzahl nur unbedeutend auf das Endresultat ein. Es erscheint daher berechtigt, provisorisch die Mittelformzahl $0,40$ bei einer Schätzung der Kubikmasse der Kronenstämme in ganzen Beständen zu verwenden. Die Methode kann dann allmählich dadurch verfeinert werden, dass der Mittelwert $0,40$ durch Erfahrungszahlen aus verschiedenen Bestandstypen, die man bei Untersuchung gefällter repräsentativer Probestämme erhalten hat, ersetzt wird.

4. Im übrigen muss die Kubierung durch direkte Messung geschehen. Der Bestand wird bei Brusthöhe kluppiert, worauf repräsentative Stämme nach einer objektiven Methode entnommen werden, am einfachsten dadurch, dass man jeden n :ten Baum in der Stammnummerliste wählt. An den Probestämmen wird mittelst geeigneten Instruments die Höhe des Gipfels und der Kronengrenze über dem Boden gemessen und das Resultat in gewöhnlicher Weise durch Höhenkurven ausgeglichen. Der Unterschied zwischen den beiden Höhenkurven gibt in jeder Durchmesserklasse die Länge der Krone an. Da die Mittelformzahl der Kronenstämme als bekannt vorausgesetzt wird, erübrigt es zu ihrer Kubierung nur, die Grundfläche an der Kronengrenze zu bestimmen. Diese Bestimmung geschieht an Hand der Stammkurve unterhalb der Krone. Wir kommen hierauf noch weiter bei Punkt 9 zu sprechen.

5. Zur Kubierung des Stammteils unterhalb der Krone bedarf es der Kenntnis seiner Profilkurve. Wir setzen dabei voraus, dass die Durchmesser des Stammteils proportional den Ordinaten der Kurve $y = \log x$ sind. Eine andere Annahme wird nicht gemacht. Es wird offen gelassen, ob der Gipfel im Punkte $x = 1$ liegt (HÖJER's Gleichung), ob er im Nullpunkt liegt, oder ob er anderswie in dem Koordinatensystem der Stammkurve placiert ist. Sollte einer der ebengenannten Spezialfälle vorliegen, so gibt sich dies bei Anwendung der mehr generellen Kurve zu erkennen.

6. Bei einer derartigen freien Placierung der Punkte $x = 0$ und $x = 1$ müssen drei Durchmesser gemessen werden, damit die logarithmische Vergleichskurve bestimmt sein soll. Dabei ist es erwünscht, dass die beiden äussersten Masse so weit voneinander wie möglich genommen werden, da hierdurch der störende Einfluss zufälliger Abweichungen vermindert wird. Das mittlere Mass ist behufs einfacherer Rechnung am besten mitten zwischen den beiden äusseren zu nehmen.

7. Handelt es sich um die Bestimmung der Kubikmasse mit Rinde, so kann der obere Messpunkt in die Kronengrenze und der untere so niedrig wie möglich oberhalb des Wurzelanlaufs verlegt werden. Bei einigen Stammtypen

liegt der Wendepunkt der Stammkurve so hoch, dass man den konkaven unteren Teil kaum als Wurzelanlauf bezeichnen kann. Auch in solchen Fällen müssen indessen alle drei Durchmesser an dem von der Längsachse aus konvexen Teil der Stammkurve genommen werden.

Bei derartiger Verlegung der Messpunkte muss oft der obere Durchmesser mittelst eines optischen Instruments, z. B. Liljenströms Dendrometer, beobachtet werden.

8. Handelt es sich um Schätzung der Kubikmasse ohne Rinde, so müssen in der Regel alle drei Durchmesser so verlegt werden, dass sie einer Rindenuntersuchung zugänglich sind. Bei Probeflächenuntersuchungen bietet es keine grösseren Schwierigkeiten, zu diesem Zweck eine leichte Leiter mitzunehmen, mittelst deren Hilfe der Durchmesser und die Rindendicke bequem bei 6 m Höhe über dem Boden untersucht werden können. Betreffs des unteren Durchmessers gilt auch in diesem Falle das in Punkt 7 Gesagte.

9. Nachdem die drei Durchmesser erhalten worden, werden Differenzenquotient und Verjüngungszahl berechnet, worauf der Nullpunkt und die Masseinheit der Vergleichskurve nach den in Kap. III gegebenen Anweisungen bestimmt werden. Damit sind sowohl die Grundfläche an der Kronengrenze als auch die Kubikmasse des Stammteils unterhalb der Krone bestimmt. Die Kubikmasse des ganzen Baumes kann direkt durch die Formel 49 auf S. 101 erhalten werden.

10. Auch wenn man versucht, den unteren Messpunkt oberhalb des Wendepunktes der Stammkurve zu verlegen, kann man nicht völlig sicher sein, dass dies gelungen ist. In solcher Hinsicht gewährt der Differenzenquotient einen gewissen Anhalt, da ja nur Messpunkte, deren Differenzenquotient grösser als 1 ist, auf der logarithmischen Kurve liegen können. Diese Kontrolle ist indessen nicht genügend. Es ist höchst erwünscht, dass die aus drei Messpunkten hergeleitete Logarithmenkurve durch noch einen Messpunkt oder am besten mehrere kontrolliert wird. Zunächst, bis hinreichende Erfahrung bezüglich der einschlägigen Verhältnisse gewonnen worden ist, müssen daher die Durchmesser an so vielen Messpunkten wie möglich gemessen werden, vorschlagsweise bei 2, 3, 4, 5 und 6 m vom Boden.

11. Eine Formbestimmung nach dieser Methode ist natürlich äusserst empfindlich für zufällige Abweichungen. Bei der Anwendung der Methode auf einzelne Bäume muss daher möglichste Sorgfalt darauf verwendet werden, diese zu vermindern. Nur solche Durchmesser dürfen gemessen werden, die sich dem Auge als frei von Fehlern darstellen. Gleichwohl entstehende Ungleichmässigkeiten werden graphisch ausgeglichen, bevor der Differenzenquotient und die Verjüngungszahl berechnet werden. Besonders wenn man den Zusammenhang zwischen der Stammform und verschiedenen biologischen Faktoren zu studieren wünscht, müssen Messung und Fehlerausgleichung mit grösstmöglicher Genauigkeit bewirkt werden.

12. Bei Kubierung von Beständen kann indessen die erforderliche Ausgleichung im allgemeinen auf viel einfachere Weise erreicht werden. Liegt die Kronengrenze ungefähr gleichhoch in sämtlichen Durchmesserklassen, so denkt man sich alle Probestämme des ganzen Bestandes zu einem einzigen soliden Körper vereinigt, der dann auf dieselbe Weise behandelt wird, wie es soeben für einzelne Bäume beschrieben worden ist. Bei Anwendung dieser Methode müssen die Durchmesser an gleichen Höhen bei allen Bäumen

genommen werden. Für jeden Messpunkt werden die Quadrate der Durchmesser summiert, worauf die Quadratwurzel aus der Summe den Durchmesser des gesuchten Körpers im Messpunkte angibt.

In Beständen, bei denen die untere Kronengrenze beträchtlich mit dem Durchmesser variiert, werden die Probestämme in Gruppen mit ungefähr gleichen Kronengrenzenlagen eingeteilt. Danach wird in jeder Gruppe dieselbe Berechnung durchgeführt, wie sie im vorigen Falle für den ganzen Bestand zur Anwendung kam.

Es ist keineswegs selbstverständlich, dass ein durch derartiges Summieren gebildeter Körper eine Profilkurve von der Form $y = \log x$ haben wird. Ob dies der Fall ist, kann man indessen leicht bezüglich der zugänglichen Messpunkte untersuchen. Lassen sich die dort erhaltenen Durchmesser durch eine logarithmische Kurve ausgleichen, so muss man berechtigt sein, diese bis zur Kronengrenze auszuziehen. Für den Fall, dass eine genügende Übereinstimmung mit der Logarithmenkurve nicht erreicht wird, dürfte in der Regel eine weitere Einteilung in Gruppen anzuraten sein.

Jedenfalls hat man es in der Hand, auf Grund des Materials zu beurteilen, ob die Methode anwendbar ist. Es ist möglich, dass Ausnahmeverhältnisse vorliegen, wo nichts anderes übrigbleibt, als den Bestand nach der früher angewandten subjektiven Methode zu kubieren. Dies kann besonders dann notwendig sein, wenn bei einer grösseren Anzahl Stämme der Wendepunkt abnorm hoch gelegen ist. Bei der Behandlung solcher Flächen tut man daher klug daran, vorläufig Probestämme auch nach der subjektiven Methode zu entnehmen.

13. Um dem neuen Verfahren volle Gerechtigkeit widerfahren zu lassen, müsste dasselbe an statistisch repräsentativen Probestämmen kontrolliert werden. Da solche gegenwärtig mir nicht zu Gebote stehen, habe ich zu diesem Behufe 39 St. sektionsweise gemessene Probestämme benutzt, die ich bei dem Durchforstungsmaterial bei der 1925 vorgenommenen Revision der Versuchfläche Nr. 40, Bispgården, entnommen habe. Bei einem derartigen Vergleich muss man dafür sorgen, dass Wurzelanlauf und Stockabzüge nicht auf das Resultat einwirken. Ich habe daher bei der Kubierung nur den Stammteil über 2 m Höhe berücksichtigt. Der Sektionskubierung gemäss beträgt die Masse dieses Stammteils insgesamt für sämtliche Probestämme 3,4477 cbm, welches Volumen also mit dem berechneten verglichen werden soll.

Die mittlere Höhe der Probestämme ist 15,67 m, und die Kronengrenze liegt im Mittel 9,90 m über dem Boden. Die Summe der Durchmesserquadrate ist bei 2,5 m Höhe 0,613727, bei 4,5 m 0,533108 und bei 6,5 m 0,448842. Demgemäss ist der Differenzenquotient = 1,12978 und die Verjüngungszahl = 14,70645. γ ist = 9,225 und $u = 0,0498305$. Hieraus erhält man den Nullpunktabstand λ vom unteren Messpunkt = 18,45 m und die Masseinheit $a = 3,4132$ m.

Auf Grund dieser Zahlen erhält man nach Formel (49) die gesuchte Kubikmasse = 3,4558 cbm, also 0,23 Prozent zu hoch. Indessen ist dabei die Mittelformzahl der Kronenstämme als 0,40 angenommen worden. In diesem Falle, wo es sich um gefällte Probestämme handelt, kann die fragliche Formzahl kontrolliert werden. Sie beträgt der Sektionierung gemäss 0,42. Wird dieser Wert in Formel (49) eingesetzt, so ergibt sich für die Kubikmasse der

Wert $3,4827$ cbm, welches Resultat das der Sektionskubierung um $1,02$ Prozent übersteigt.

Wir erhalten eine Vorstellung von der Natur dieser Abweichung dadurch, dass wir die berechneten Durchmesserquadrate D^2 des Probestammkörpers mit den Summen der Quadrate d^2 der gemessenen Durchmesser vergleichen (Tab. 11).

Da die logarithmische Kurve durch die Punkte $2,5$, $4,5$ und $6,5$ m gelegt worden ist, wäre daselbst volle Übereinstimmung erzielt worden, wenn die Berechnung mit hinreichend vielen Dezimalen ausgeführt worden wäre. Die Fehler bei $3,5$, $5,5$, $7,5$ und $8,5$ m scheinen zufälliger Natur zu sein und hätten wahrscheinlich durch Vergrösserung der Anzahl Probestämme vermindert werden können. Dagegen dürfte der Fehler bei $9,5$ m, welches der grösste der beobachteten Fehler ist, zu wesentlichem Teile systematisch sein. Während der Messpunkt $8,5$ m innerhalb der Krone nur bei 8% der Probestämme liegt, fällt nämlich der Messpunkt $9,5$ m in die Krone bei 40% . Bei dem Durchmesser an diesem Punkt macht sich daher der in der Regel durchmesservermindernde Einfluss der Krone stark geltend, was zur Folge hat, dass der ohne Rücksicht auf die Krone berechnete Wert zu hoch ausfällt.

Aus demselben Grunde hat auch die für die Mittelhöhe $9,9$ m der Kronengrenze berechnete Grundfläche eine Tendenz, grösser auszufallen als die Summe der Kronengrenzgrundflächen der einzelnen Probestämme.

Die Variation der Kronengrenzhöhe bringt also eine Tendenz zu allzu hoher Kubierung der Stammteile sowohl oberhalb als unterhalb der Mittelhöhe der Kronengrenze mit sich. Diesem Fehler kann offenbar durch Einteilung des Materials in Gruppen mit annähernd gleicher Kronengrenzhöhe entgegengewirkt werden.

Die Probestämme von der Versuchsfläche Nr. 40 sind nur als ein Beispiel angeführt worden. Erst wenn wir repräsentative Probestämme von einer genügenden Anzahl Versuchsflächen in verschiedenen Bestandstypen erhalten, wird es möglich sein, die neue Methode einer effektiven Kontrolle zu unterziehen. In diesem Beispiel ist indessen ein Resultat erhalten worden, das an und für sich als befriedigend bezeichnet werden muss. Aus guten Gründen ist ausserdem anzunehmen, dass dieses Resultat durch eine grössere Anzahl Probestämme und deren Einteilung in Gruppen mit annähernd gleicher Kronengrenzhöhe noch weiter hätte verbessert werden können.

14. Besonders für Fichte mit tief hinabreichender Krone kann es notwendig werden, einen oder mehrere Messpunkte in die Krone zu verlegen. Es empfiehlt sich da, das Stammstück oberhalb des oberen Messpunktes auf dieselbe Weise zu kubieren, wie es hier für den Kronenstamm geschehen ist. Die Formzahl des oberen Teils ist leicht aus der für den ganzen Kronenstamm angenommenen Formzahl zu berechnen.

15. Bei der vorgeschlagenen Methode ist es ein grosser Vorteil, dass innerhalb eines Bestandes oder eventuell einer Stammgruppe alle Durchmessermaße bei denselben absoluten Höhen genommen werden können. Hierdurch wird die Messarbeit in hohem Grade erleichtert. Andererseits stösst es auf keine Schwierigkeiten, in jedem Bestande die Messpunkte in die für den Bestand geeigneten Höhen zu verlegen. Schliesslich ist zu betonen, dass bei Summierung der Durchmesserquadrate jeder Durchmesser mit seinem richtigen Gewicht die Form des Probestammkörpers beeinflusst.

16. Besonders bei Zuwachsuntersuchungen ist es ein grosser Vorteil, dass die Masse nicht in bestimmten relativen Höhen genommen werden müssen. An drei gleichweit voneinander gelegenen Stammscheiben kann man bequem den Zuwachs eines Baumes von dem Jahre an, wo die Kronengrenze die oberste Scheibe erreichte, studieren. Bisher ist man bei der Lösung derartiger Probleme auf eine graphische Bearbeitung vollständiger Stammanalysen angewiesen gewesen. In gewöhnlichen Fällen ist eine solche Methode allzu umständlich, und man hat da zu dem unbefriedigenden Ausweg gegriffen, den Zuwachs nur des Brusthöhendurchmessers und der Höhe zu untersuchen. Den Formzuwachs hat man nicht berechnen können, sondern man hat angenommen, dass die Formklasse während des Wachstums unverändert bleibt.
