

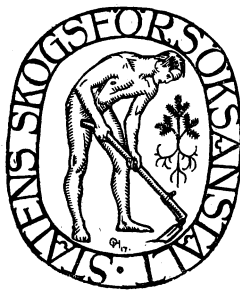
FORMPUNKTSMETODEN OCH DESS ANVÄNDNING FÖR FORMKLASSBESTÄM- NING OCH KUBERING

EN PRÖVNING PÅ GRANMATERIAL FRÅN NORRBOTTEN

*THE METHOD OF OBTAINING THE FORM-CLASS AND VOLUME OF
SINGLE TREES BY THE USE OF FORM POINT. AN INVESTIGATION
BASED ON A SPRUCE MATERIAL FROM NORRBOTTEN, SWEDEN*

AV

SVEN PETRINI



UR MEDDELANDE FRÅN STATENS SKOGSFÖRSÖKSANSTALT · HÄFT. 15
(Särtryck ur Skogsvårdsföreningens Tidskrift 1918)

CENTRALTRYCKERIET, STOCKHOLM 1919.

MEDDELANDEN

FRÅN

STATENS
SKOGSFÖRSÖKSANSTALT

HÄFTET 15. 1918

MITTEILUNGEN AUS DER FORSTLICHEN VERSUCHS- ANSTALT SCHWEDENS

15. HEFT

REPORTS OF THE SWEDISH INSTITUTE OF EXPERIMENTAL FORESTRY

No 15

RAPPORTS DE LA STATION DE RECHERCHES
DES FORETS DE LA SUÈDE

No 15



REDAKTÖR:
PROFESSOR GUNNAR SCHOTTE

INNEHÅLL.

	Sid.
Redogörelse för verksamheten vid Statens Skogsförsöksanstalt under år 1917: (Bericht über die Tätigkeit der Kgl. Forstlichen Versuchsanstalt Schwedens im Jahre 1917.)	
I. Skogsavdelningen (Forstliche Abteilung) av GUNNAR SCHOTTE	1
II. Naturvetenskapliga avdelningen (Naturwissenschaftliche Abteilung) av HENRIK HESSELMAN	7
III. Entomologiska laboratoriet (Forstentomologische Abteilung) av IVAR TRÄGÅRDH	9
IV. Avdelningen för förnygringsförsök i Norrland (Abteilung für die Verjüngungsversuche in Norrland) av EDVARD WIBECK	12
EDVARD WIBECK: Widéns kulturplog. Erfarenheter gjorda vid Statens Skogsförsöksanstalts avdelning för förnygringsförsök i Norrland	17
Der Widén'sche Kulturpflug	I
GÖSTA MELLSTRÖM: Skogsträdens frösättning år 1917	43
Samenertrag der Waldbäume in Schweden im Jahre 1917	IV
IVAR TRÄGÅRDH: Skogsinsekternas skadegörelse under år 1916. Översikt enligt jägmästarnas och länsjägmästarnas rapporter	69
Das Auftreten der schädlichen Forstinsekten in Schweden im Jahre 1916	VII
Redogörelse för Skogsförsöksanstaltens verksamhet under treårsperioden 1915—1917 jämte förslag till arbetsprogram: (Bericht über die Tätigkeit der Versuchsanstalt während der Dreijahrsperiode 1915—1917 nebst Vorschlag eines Programms).	
I. Gemensamma angelägenheter (Gemeinsame Angelegenheiten) av GUNNAR SCHOTTE	117
II. Skogsavdelningen (Forstliche Abteilung) av GUNNAR SCHOTTE	125
III. Naturvetenskapliga avdelningen (Naturwissenschaftliche Abteilung) av HENRIK HESSELMAN	143
IV. Entomologiska laboratoriet (Forstentomologische Abteilung) av IVAR TRÄGÅRDH	154
V. Avdelningens för förnygringsförsök i Norrland verksamhet åren 1916 och 1917 jämte arbetsförslag för 3-årsperioden 1918—1920 (Die Tätigkeit der Abteilung für die Verjüngungsversuche in Norrland in den Jahren 1916—1917 nebst Vorschlag eines Programms während der Dreijahrsperiode 1918—1920)	175

VI. Sammanfattning	188
Zusammenfassung des Arbeitsprogramms der Forstlichen Versuchsanstalt Schwedens für die Jahre 1918—1920	XI
Summary of the programme of the Swedish State Institute of Experimental Forestry for the triennial period 1918—20.....	XV
NILS SYLVEN: 1917 års knäcksjuka i norra Västergötland..	192
Der Kieferndrehen im nördlichen Västergötland im Jahre 1917	XIX
L. MATTSSON: Stormhärjningen i norra Dalarna hösten 1917	205
Die Sturmverheerung im nördlichen Dalekarlien im Herbste des Jahres 1917...	
IVAR TRÄGÅRDH: Tallbocken (<i>Monochamus sutor</i> L.). En viktig teknisk skadegörare bland långhorningarna	221
Der Schusterbock.....	XXVI
SVEN PETRINI: Formpunktsmetoden och dess användning för formklassbestämning och kubering. En prövning på granmaterial från Norrbotten.....	233
The method of obtaining the form-class and volume of single trees by the use of form point. An investigation based on a spruce material from Norrbotten, Sweden	XXIX
Innehållsförteckning över publikationer från Statens Skogsför- söksanstalt (Meddelanden h. 1—15) åren 1904—1918	275



FORMPUNKTSMETODEN OCH DESS ANVÄNDNING FÖR FORMKLASS- BESTÄMNING OCH KUBERING.

EN PRÖVNING PÅ GRANMATERIAL FRÅN NORRBOTTEN.

The method of obtaining the form-class and volume of single trees by the use of form-point. An investigation based on spruce material from Norrbotten, Sweden.

Förord.

Under sommaren 1915 var författaren indelningsassistent å dåvarande Luleå distrikt. I arbetet ingår även formpunktsbestämning för varje provträd under taxeringen, och detta gör att man mycket noga kommer att observera trädens form och utseende. Vid ett sammanträffande i Luleå mellan indelningsassistenterna å distriktet uppstod en livlig diskussion angående formpunktsmetodens direkta tillämplighet på norrlandsgranen för kubikmasseberäkningar. Vi voro alla ense om att granarna i allmänhet borde ha bättre form, än vad den lågt ansatta formpunkten gäve vid handen, och det beslöts, att en utredning över hithörande förhållanden skulle företagas samt att jägmästare J. E. WRETLIND och författaren skulle stå i spetsen för densamma. Vi beslöto vidare att skriftligen vända oss till alla skogsmän i statsjänst inom Luleå och inom Skellefteå distrikt samt särskilt lägga taxatorer och indelningsförrättare på hjärtat att insamla material. Cirkulär trycktes därför och utsändes. Dessa cirkulär hade följande lydelse:

Inom Luleå distrikt hava framkommit vissa tvivelsmål angående möjligheten att direkt utröna granens kubikmassa med hjälp av formpunktsmetoden, och skogstaxatorn därstädes, jägmästare Åke Berg, har gjort en undersökning, enligt vilken betydligt för låga resultat skulle erhållas vid användande av nämnda metod. Undertecknade ha därför tänkt söka bringa klarhet i frågan, huruvida felbedömningen av granens avsmalning med ledning av formpunkten är avsevärd, och om i så fall användbara reduktionstal för norrlandsgranen kunna fastställas.

Om skogsstatens tjänstemän inom olika distrikt, i första hand indelningsassistenterna, samarbeta, borde saken lätt kunna utredas genom insamlande

av provträd, på sätt som nedan föreslås, under regndagar eller annan disponibel tid.

Därvid skulle först formpunkten bedömas på rot enligt Tor Jonsons metod, fullt objektivt utan hänsyn till på grund av lokal erfarenhet vunnen kunskap om behövliga korrekationer. Därefter utrönes, sedan trädet fällt, den verkliga avsmalningen på och under bark genom klavning vid brösthöjd (1,3 m) samt på halva avståndet mellan brösthöjden och toppen. Måtten böra anges i mm, men klavningen kan det oaktat utföras med centimeterklave, på vilken 10-delarna interpoleras efter ögonmått.

För att provträds materialet bättre skall kunna utnyttjas, vore synnerligen värdefullt, om även trädens ålder, deras ställning i beståndet — för detta ändamål nöjaktigt uttryckt såsom förhäskande (F H), häskande (H), sidotryckt, (S) eller undertryckt (U) — markbeskaffenheten, fuktighetsförhållandena samt vindexpositionen undersöktes. Ståndortens exposition anges som ringa, normal eller stark. Ett fullständigt uppmätande av trädet i 2-m:s sektioner för att utröna stamkurvans verkliga förlopp, helst såväl på som under bark, skulle ävenledes vara önskvärt. Uppgifterna sammanföras lämpligen i formulär av nedanstående uppställning:

Kronopark Län, Distrikt	Mark och läge	Exposition	Stamklass	Ålder i år	Formpunkt bed. på rot	Längd meter	Grön krona börjar	Mätningssätt	Br. h. diam. i mm	Diam. mitt mellan br. h. och toppen	Diam. i mm på ett avst. från marken av					
											0,3	3,3	5,3	7,3	etc.	

Insamlade uppgifter tordé efter hand eller efter sommararbetenas slut godhetsfullt insändas till någon av undertecknade för att samarbetas. I förhoppning på Edert intresse för den betydelsefulla frågans snara lösning ha vi äran teckna

SVEN J:SON PETRINI.

e. Jägmästare.

J. E. WRETLIND.

e. Jägmästare.

Adress: Skogstaxatorn, Luleå.

Förutom det ovan citerade cirkuläret infördes även ett upprop i Norrlands Skogsvårdsförbunds Tidskrift av liknande innehåll.

Intresset för den blivande undersökningen var stort — hos oss undertecknade. Någon anslutning vann tanken emellertid ej hos några andra, i varje fall var intresset ej nog stort för att rendera oss något material. Och då säsongen var slut, hade WRETLIND insamlat 40 stycken sektionerade provstammar och fört. 64 stycken. Från vårt eget distrikt erhöles vi visserligen också några provträd, men dessa voro ej sektionerade och kunde sålunda ej användas tillsammans med de 104 sektionsmätta, då noggrannheten ej kunde kontrolleras.

Det material som fanns ordnades i Stockholm under december månad 1915 och januari månad 1916 och grafiska stamkurvor upplades efter sektionsmått. Jägm. WRETLIND sökte därefter hos K. Domänstyrelsen förordnande att få bearbeta materialet, vilket emellertid avlogs.

Sedan har materialet fått ligga ända till hösten 1917, då förf. hos styrelsen för Skogshögskolan och Statens Skogsförsöksanstalt ansökte om studieunderstöd för att få fullfölja undersökningen. Detta beviljades, varefter bearbetningarna ägde rum under höstterminens lopp, och författandet av föreliggande redogörelse över resultaten verkställdes, sedan förf. blivit anställd såsom t. f. assistent vid skogsförsöksanstalten.

Under den tid som förflutit sedan materialet insamlades ha vissa undersökningar å hithörande område sett dagen i Sverige, nämligen L. MATTSONS arbeten rörande formklassen i fullslutna tallbestånd och rörande lärkens stamform. I fråga om gran känner jag intet liknande försök på det gebit varom här är fråga.

I det jag här uttalar min tacksamhet till jägmästare WRETLIND för materialet, som han ställt till mitt förfogande och till professor TOR JONSON för råd och anvisningar vänder jag mig särskilt till styrelsen för Skogshögskolan och Statens Skogsförsöksanstalt med ett varmt tack för dess välvilja, varigenom undersökningen kunnat bli slutförd.

Stockholm i februari 1918.

Materialet.

Såsom ovan omtalats utgöres materialet för föreliggande undersökning utav 104 fällda provstammar. Delvis ha provstammarna behandlats i tvenne skilda grupper på resp. 64 och 40 träd, varjämte då även beräkningarna utförts för hela materialet. Träden äro tagna från Bodens revir, dels från Ljusåtraktens kronopark, blocken II och IV, dels från Brännbergstraktens kronopark och dels från Slättbergs kronopark. Marken, varå träden ha växt, varierar mycket liksom även bestånden, där de äro tagna. Så härstamma en del träd ifrån rena granbestånd, sådana som ofta förekomma i bäckdalar och på bergens ost- och nordsluttningar. Andra träd åter äro vuxna i blandbestånd eller ha förekommit insprängda i tallskog. Markens fuktighetsförhållanden växla från friskt till fuktigt läge eller försumpat tillstånd. Boniteten och slutenheten ha givetvis också varit växlande. Expositionen har överallt där provstammarna tagits varit ringa till normal. Åldern varierar upp till 300 år för de äldsta, och de yngsta äro något yngre än 100 år. De flesta träden äro dock i 4:de åldersklassen (50-åriga åldersklasser), och det rör sig alltså huvudsakligen om gammal skog.

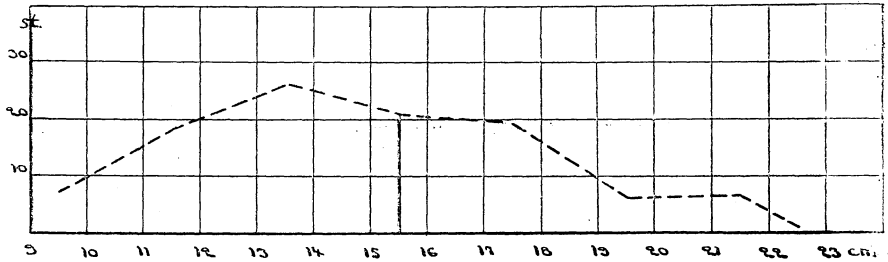


Fig. 1. Stammarnas fördelning i 2-cm klasser inom bark. Medelgrundtestammen är 15,2 cm
The dispersion of the stems divided in breast-height diameter classes of 2 cms, measured without the bark.

Så som materialet blivit hopsamlat, anser jag mig ganska säkert kunna påstå, att det representerar alla väsentliga olikheter inom det område det gäller. En och annan torde hysa välgrundade betänkligheter mot att sammanföra ett heterogent material av denna art, då icke ett synnerligen stort antal provträd finnes. Såsom emellertid närmare skall utvecklas beror detta helt och hållet på till vilka undersökningar det skall brukas. I vissa fall är just den garanterade stora variationen en fördel, nämligen om man detta oaktat kan påvisa lagbundenheterna, som då bli desto mera säkra. För övrigt förtjänar att här påpekas huru som det här behandlade materialet just korresponderar med den taxeringsmetod, som användes vid Norrlandsindelningen, varvid provträden utplockas utan val på bestämda avstånd i taxationslinjerna.

Med kännedom om att diameterfördelningen inom olika bestånd är lagbunden, så att vissa diametrar äro vanligare än andra, och att höjd-

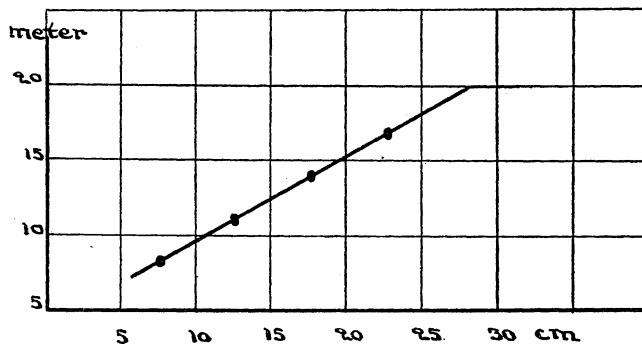


Fig. 2. Höjdkurva å 5-cm klasser inom bark.

Diagram showing the heights of the stems, arranged in 5 cms classes according to the breast-height diameter without bark.

kurvans gång liksom även formklassens variation ställer sig ganska lika inom skilda bestånd, bör det ej förvåna, att även fördelningen inom provträds materialet i dessa hänseenden får en viss regelbundenhet.

Jag har därför ansett mig kunna meddela kurvorna över stammarnas fördelning i dessa avseenden (se figg. 1—4).

För att kontrollmöjligheter ej skola saknas, har jag i tab. 6 meddelat hela materialet, 104 träd, med de uppgifter, som huvudsakligen använts i föreliggande undersökning.

De primära bearbetningar, som verkstälts, äro:

- 1:0 Renskrivning av alla uppgifter enligt cirkuläret (sid. 598).
- 2:0 Grafisk uppläggning av varje stam efter sektionsmåtten.
- 3:0 Kontrollering av mätningsfel och tydliga abnormiteter på stamkurvorna.
- 4:0 Mätning av formklassdiametern och uträkning av verkliga formklassen.
- 5:0 Kubering enligt sektionsmåtten på och under bark.
- 6:0 Uträkning av den formpunktsbedömda formklassen.
- 7:0 Kubering enligt den formpunktsbedömda och efter den verkliga formklassen med användande av JONSONS tabell.

Vid sektionskuberingen har använts KUNZES cirkelytetabell, och varje sektion har mittkuberats, så att omkring brösthöjds måttet ligger en 2 m:s sektion, omkring måttet vid 3,3 meter nästa sektion o. s. v. Det överskjutande toppstycket har kuberats särskilt såsom en kon. Stycket nedanför nedersta sektionen, d. v. s. under 0,3 meter, har ej helt medtagits, utan har 15 cm ansetts bli kvarlämnat i skogen såsom stubbe. (I JONSONS tabell är stubben frändragen = 1 % av höjden).

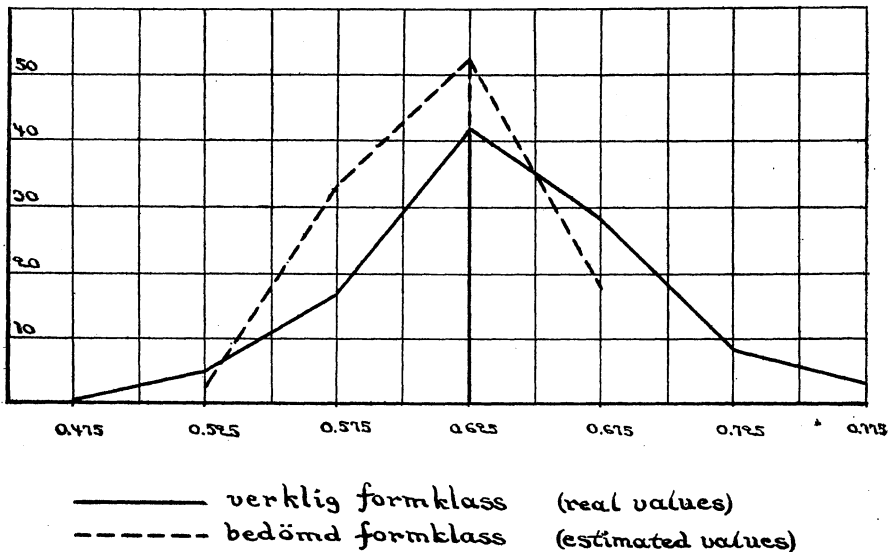


Fig. 3. Fördelningen av de bedömda formklasserna och de verkliga. Ordinaterna äro trädantalet i en viss formklass. Den bedömda formklassen har mindre variationsområde än den verkliga.

The dispersion of the estimated and the real form-classes.

Höjdsiffran är därför också justerad, så att stubbhöjden är frändragen i siffrorna i tab. 6.

Verkliga formklassen är uträknad sedan respektive diametrar uppmätts på de grafiskt upplagda stammarna. Den bedömda formklassen har beräknats ur formpunkten på så sätt, att JONSONS värden å olika formpunkter och tillhörande formklasser ha grafiskt upplagts till en kurva, där sedan avläsning skett. Den serie, som använts vid den grafiska uppläggningsen, är den för normal angivna för 15 cm:s brösthöjdsdiameter i JONSONS tabell.¹

Vid kuberingen efter formklass enligt JONSONS tabell har använts primärmaterialet till tabellen, vilket välvilligt ställts till mitt förfogande för ändamålet. Här har på grafisk tabell med exakt interpolering efter höjd och formklass uttagits formhöjden för varje träd, varefter kubikmassan erhållits genom multiplicering med resp. träds grundyta.

Förutsättningar och allmän metod.

Avsikten är att pröva, huru formklassbestämning och kubering ställa sig vid användande av JONSONS tabell och med formpunktsmetoden, så som uppskattningen sker exempelvis vid norrlandsindelningen. Man får då behandla varje provträd såsom ett särskilt fall, i vilket metoden provas. Detta är en rent taxatorisk sak, och vi ha 104 olika fall där metoden användes. Metodens felmöjligheter böra då rätt väl komma fram, ty den är avsedd att gälla rent allmänt. Ju mera allmänt representativt materialet är, desto säkrare kunna vi alltså efter prövningen se, huru felbestämningen är för enskilda träd. Det är sålunda en fördel, att olika boniteter, åldrar och beståndsförhållanden äro representerade. Formen skall fastslås i varje enskilt fall, och vi skola se till huru detta lyckas.

För varje provstam ha vi vissa mått bestämda, vilka hela tiden anses vara faktiska och riktiga. Från variationerna på grund av mätningsfel göres ingen korrektion,² ty efter den grafiska uppläggningsen och granskningen anses såväl diametrar som höjder vara exakta på så många decimaler som använts. Av massafaktorerna ha vi följaktligen grundytan och höjden riktigt bestämda. Då kubikmassan uträknas med hjälp av formpunktsmetoden och JONSONS tabell, uppstå vissa fel på grund av metodens sätt att verka. Jämföra vi den med denna metod erhållna kubikmassan av ett visst träd med den kubikmassa vi erhållit genom

¹ Det är ganska likgiltigt vilken diameter som väljes härvidlag, då avvikelserna äro minimala, 15 cm motsvarar emellertid materialets medeldiameter.

² Med ett enda undantag.

sektionskubering, anses alltså det sektionskuberade värdet vara det riktiga, och det formpunktskuberade avviker därifrån med ett visst fel.

Detta betraktelsesätt är givetvis ej fullkomligt exakt, då själva sektionskuberingen ej är något absolut, men då vi jämföra värdena med varandra, betyder det, att vi ej fordra större noggrannhet än vad sektionskuberingen skänker.

Innan undersökningens allmänna gång kan klarläggas, måste vi först se, huru det tillgår vid användningen av den metod för kubering, som skall prövas. Då urskiljas omedelbart trenne olika moment vid JONSONS metod. Det första är bestämmandet av formpunkten. Det andra är beräkning av formklassen med hjälp av det erhållna formpunktsvärdet, och det tredje är uppsökandet i tabellen av den kubikmassa, som stammen beräknas ha vid en bestämd formklass, höjd och diameter.

Varje av dessa tre grepp kan tänkas ästadkomma fel på den slutliga kubikmassan.

I fråga om det första momentet, formpunktsbestämningen, hänvisas till MATTSSONS (10) undersökning, varvid konstaterades, att formpunkten kunde bedömas mycket nära lika av olika personer. De skillnader i bedömningen, som visade sig vid jämförelse mellan tre olika förrättningsmän, var så ringa, att MATTSSON anser dem icke i något fall spela någon praktisk roll. Nu är det visserligen sant, att i fråga om granen, och särskilt då det gäller den här behandlade nordliga typen, svårigheten att bedöma formpunkten är större, men detta torde dock icke kunna förrycka undersökningens resultat. I detta avseende har förf. anställt vissa experiment genom att under loppet av sommaren 1915 bibringa olika prickare färdighet i att bedöma formpunkten just på gran, och det har då visat sig, att de ha bedömt formpunkten till så gott som exakt lika värden som jag själv. Detta har avgjorts därigenom, att jag först själv bestämt formpunkten och därefter överlämnat höjdmätaren till prickaren, som fått ange vilket värde han ansåg formpunkten ha. Här komma emellertid ej att framläggas några specialundersökningar angående denna sak. Att en viss individuell variation härvidlag kan vara möjlig är ju icke uteslutet, men den motverkas av den omständigheten att 64 träd äro bestämda av en person och 40 av en annan.

Den viktigaste felkällan är däremot den andra, d. v. s. det fel som uppstår genom att man från en viss formpunkt sluter till en därav bestämd formklass. Undersökningen har i detta avseende att inrikta sig på skillnaden i varje särskilt fall mellan den beräknade och den verkliga brösthöjdsformklassen.

Den tredje felkällan slutligen är den, att en viss variation äger rum på det sättet, att träden ute i skogen ej motsvara tabellen. I tabellen

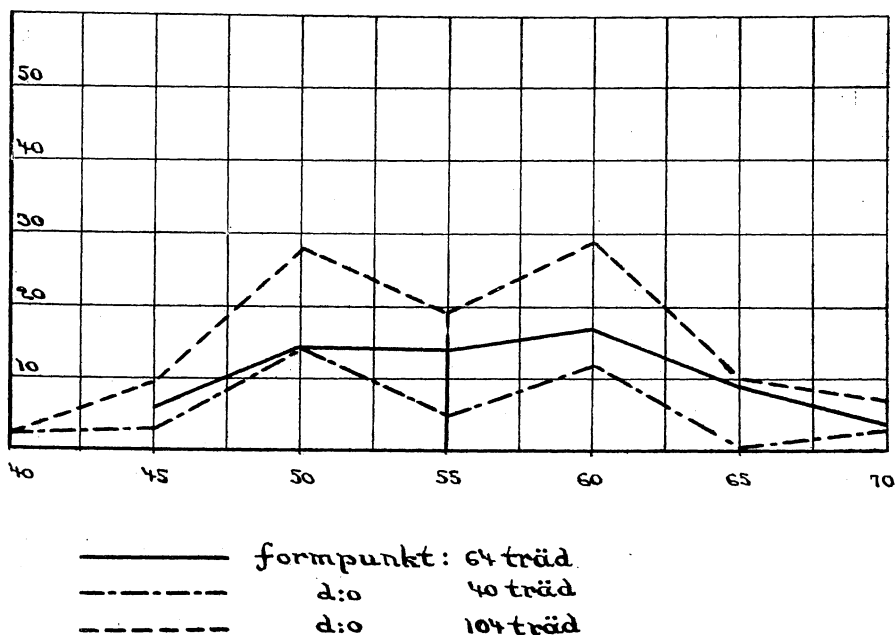


Fig. 4. Trädantalets fördelning i formpunktsklasser. Alla kurvorna ha tvenne maxima.
The dispersion of the stems in different formpoint classes. There are two maxima on each curve.

försättes en viss normalform i varje särskild formklass. Om ett träd har en exakt formklass av t. ex. $0,653$, skulle därmed formen vara fullt bestämd. Men det finns träd som ha formklassen $0,653$, och likväl förlöper ej stamkurvan exakt lika för dem alla. Den variation i kubikmassebestämningen, som uppstår härigenom, beräknas för varje provträd sålunda, att trädet kuberas enligt JONSONS tabell med användande av den uppmätta brösthöjdsformklassen, varefter skillnaden tages mellan det erhållna värdet och det sektionskuberade värdet.

Terminologi.

Inom den skogsmatematiska litteraturen liksom inom skogslitteraturen i allmänhet har frågan om facktermerna ej så noga diskuterats, varför en revision härvidlag rätteligen skulle behöva göras. Det är emellertid här ej meningen att närmare gå in på spörsmålet om den allmänna terminologien, men har jag likväl ansett mig böra för klarhetens skull definiera och åtskilja en del av de begrepp varmed arbetet rör sig.

*Verklig formklass*¹ = JONSONS (absoluta) brösthöjdsformklass = för-

¹ Kallad *verklig* formklass till skillnad från den bedömda.

hållandet mellan diametern på halva avståndet mellan brösthöjd (1,3 m från marken) och trädets topp.

Formpunkt = läget av kronans tyngdpunkt i procent av stammens höjd från marken räknat.

Formpunktsbedömd formklass = det värde på verkliga formklassen som erhålles med hjälp av en bedömd formpunkt och funktionen mellan formpunkts- och formklassvärden i JONSONS tabell.

*Formklassenhet*¹ = E = talet för formklassen uttryckt i hundradelar. Formklass 0,65 är alltså = 65 E .

*Formpunktsenhet*¹ = FE = talet för formpunktens procentuella läge å stammen uttryckt i hundradelar. Ett träd, vars kronas tyngdpunkt är belägen 57 % ifrån marken säges hava en formpunkt = 57 FE .

Medelfelet = medelstorleken av alla fel, beräknad såsom kvadratroten ur summan av alla felens kvadrater, dividerad med antalet.

$$\left(\sqrt{\frac{\sum d^2}{n}} \right)$$

Medelvariationen = *medelavvikelsen* = kvadratroten ur summan av kvadraterna på de enskilda varianternas avvikelser från medeltalet, dividerad med antalet $\left(\sqrt{\frac{\sum d^2}{n}} \right)$, då detta medeltal är så beskaffat, att avvikelserna

därifrån bilda minsta kvadratsumman. Systematiska fel äro alltså eliminerade. Om varianterna fördela sig enligt GAUSS' felkurva och ingen systematisk avvikelse föreligger, blir medelavvikelsen lika med medelfelet.

Numeriska medelfelet = aritmetiska medeltalet av alla fel, då alla anses ha samma tecken.

Formklass och formpunkt.

Sedan länge har det ansetts, att kronans djupgående har inflytande på stammens form, men först JONSON har satt detta i system för att använda sig därav praktiskt. Enligt hans metod kan formpunkten, som är kronans tyngdpunkt, sägas vara den punkt, varest de på trädets verkande vindkrafterna äro koncentrerade. Om stammen är byggd såsom en jämnstark bjälke för att motstå vindtrycket, så befinner sig denna bjälkes översta punkt där resultanten för vindtrycket är anbragt, d. v. s. i formpunkten. JONSON har angivit ett samband mellan formpunkt och formklass, vilket framställles i fig. 6 a.

¹ Denna beteckning är föreslagen av professor JONSON och använd av bl. a. jägmästare MATTSSON i hans arbeten.

I föreliggande undersökning har jag inskränkt mig till att behandla förhållandena mellan formpunkt och formklass *inom bark*.

För varje enskilt träd uträknas sålunda den skillnad, som blir emellan bedömd och verklig formklass, varefter de fel, som uppstå, kunna systematiskt beräknas genom sammanställning av hela materialet.

Det visar sig då, att i genomsnitt för alla provstammar resultatet av bedömningen är för lågt. Variationsfördelningen av felen är sålunda sned, så att de positiva och de negativa felen ej jämt taga ut varandra. Bedömningen lider med andra ord av ett genomgående eller systematiskt fel. Detta systematiska fel uppgår för de olika grupperna om resp. 64 och 40 träd till resp. — 2,0 *E* och — 1,6 *E*. För alla provstammar behandlade som en grupp på 104 träd uppgår nämnda fel till i medeltal — 1,8 *E*, vilket för de höjder och formklasser det här gäller, betyder ett fel på kubikmassan av i medeltal ungefär — 3 %. (Se tab. 1).

Tab. 1 a. Felbedömningen i formklass med användande av JONSONS formpunktsserie. Errors in the estimation of the form-classes obtained with the use of JONSONS function.

Antal träd st. Number of stems	Medelformklass Average form-class value		Skillnad Difference		Medelfel för ett en- skilt träd Standard deviation $V \frac{\sum \delta^2}{n}$ på fkl. in form-class	Medelfel i % av medelstam- mens kbm Standard deviation in % of the average stem volume
	bedömd enl. JONSON estimated by JONSONS' method	verklig enl. mätning real value	i fkl. in form-class	i kbm % in volume %		
64	0,620	0,640	—0,020	2,7	6,04 <i>E</i>	0,0085m ³
40	0,609	0,625	—0,016	1,6	4,17 <i>E</i>	0,0050m ³
104	0,616	0,634	—0,018	—2,0	5,40 <i>E</i>	0,0085m ³

Förutom det systematiska felet ha vi att göra med de tillfälliga, varom närmare nedan. Beräkna vi medelfelet, vari då även det systematiska felet ingår, erhålles värdet $\pm 5,4$ *E*, där emellertid tecknet + har mindre variationsområde än tecknet —. Medelstorleken av det fel, som sker vid bedömning av formklassen inverkar på kubikmassan och betyder en feluppskattning av medelstammens kubikmassa av $\pm 7,3$ %, där emellertid alltså det negativa tecknet har större område än det positiva¹.

¹ Kubikmassefelet beräknat med hjälp av JONSONS tabell på följande sätt:

Grundytmedelstammen inom bark för hela materialet är 15,2 cm. Ur medelformklass och medelhöjd bestämes formhöjden och därefter kubikmassan. Medelfelet tillägges eller frånträdes medelformklassen och den nya formhöjden, resp. kubikmassan beräknas. Siffrorna erhållas som följer:

Fkl.	<i>H</i>	<i>FH</i>	<i>D</i>	Kbm
0,634	12,5	6,70	15,2	0,1105
0,580	12,5	5,64	15,2	0,1020
Skillnad i kbm.				0,0085

Skillnaden utgör 7,3 % av medelstammens kubikmassa. Medelstammens volym i resp. stamgrupper, se Tab. IV, sid. 263.

Detta värde erhålles, om medelformklassen i materialet användes vid beräkningen. För högsta formklassen skulle detta fel av 5,4 E betyda c:a 10 % på kubikmassan.

— I fråga om det systematiska felet, d. v. s. huru mycket för lågt man i genomsnitt bedömer, kunna siffrorna a priori ej göra anspråk på fullständig allmängiltighet, då detta beror rätt mycket på huru provträden råkat bli kombinerade. Den positiva variationen frändrages ju härvid helt och hållet och likaså den del av den negativa, som är till sin summa lika med den positiva. Återstoden av variationens belopp är negativ.

Emellertid visar materialet i de båda grupperna dock ganska god överensstämmelse även i detta avseende, och medeltalet för hela materialet ger exakt samma värde — 1,8 E — som MATTSSON (10) funnit för tallens vidkommande. Detta ger ett betydande stöd åt ifrågavarande värde på huru mycket formpunktsmetoden ger för lågt vid bedömning av formklassen. MATTSSONS undersökning sysslar med fullslutna tallbestånd vid Voxna i Hälsingland, och den föreliggande hänför sig till glesa granskogar i Norrbotten. Överensstämmelsen pekar hän på möjligheten att vid beståndsuppskattning eliminera det systematiska felet genom korrektion. Innan en dylik åtgärd kan rekommenderas, erfordras dock givetvis ytterligare undersökningar.

Hittills har vid beräkandet av medelfelen endast fästs avseende vid att få fram felens medelstorlek. För detta ändamål kunde även ha använts det numeriska medelfelet, men det ur kvadratsumman erhållna ger säkrare värden, och detta s. k. medelfel har därför föredragits. Om vi vilja få en föreställning om variationen, om maximifel o. s. v. måste vi emellertid taga hänsyn till den omständigheten, att ett systematiskt fel även ingår i bedömningen, så till vida att bedömningen genomgående slår för lågt. För att variationen skall bli rätt klarlagd erfordras därför, att det systematiska felet elimineras, och medelavvikelsen ifrån det medeltal beräknas, omkring vilket lagbunden fördelning råder.

Skillnaden vid beräkning av medelvariationen gentemot vid beräkning av medelfelet blir då den, att vi vid beräkningen av medelfelet tagit felen såsom skillnaden mellan det bedömda värdet för varje träd och det verkliga värdet (= det uppmätta i fråga om formklassen); varvid alltså summan av alla fel förutsatts vara = 0. I själva verket är skillnaden mellan de positiva och de negativa felen för hela materialet = — 1,8 E , om vi reducera till den enskilda stammen (Tab. 1 a). Omkring detta medeltal (— 1,8 E) variera felen och ej omkring 0.

Ur de kända siffrorna kan emellertid medelvariationen lätt bestämmas (Se t. ex. Yule (1) sid. 133—137), då man vet, att

$$s^2 = \sigma^2 + \delta^2,$$

där σ är medelvariationen, som sökes, s är det förut beräknade medelfelet och δ är skillnaden mellan de båda värdena från vilka felen eller avvikelserna räknas.

För materialet i dess helhet få vi alltså ekvationen

$$(5,4)^2 = \sigma^2 + (-1,8)^2 \quad \sigma = \pm 5,1 E$$

På detta sätt är beräknad nedanstående tablå över medelvariationen (Tab. 1 b), där maximiavvikelsen räknas lika med 3 ggr medelavvikelsen¹.

Tab. 1 b. Variationen vid formklassbedömning.

The variation obtained when estimating the form-classes.

Antal träd Number of stems	Medelavvikelse Standard variation		Maximiavvikelse Maximum variation		
	på fkl. in form-class	på kbm in volume	på fkl. in form-class	på kbm in volume	
64	$\pm 5,7 E$	0,0090m ³	8,4 %	$\pm 17 E$	+ 0,0285m ³ + 27 %
40	$\pm 3,85 E$	0,0066m ³	5,0 %	$\pm 12 E$	- 0,0205m ³ - 19,2 %
104	$\pm 5,1 E$	0,0075m ³	6,5 %	$\pm 15,5 E$	+ 0,0280m ³ + 24 %
					- 0,0209m ³ - 18 %

Som synes är skillnaden mellan medelfelet och medelvariationen ej stor. En medelvariation i bedömningen äger rum, som uppgår till ett belopp av c:a ± 7 % av medelstammens kubikmassa, varför vi kunna riskera en maximiavvikelse upp till 24 % av kubikmassan. I ett olyckligt fall ha vi sålunda möjlighet att få 21 % för lågt och 24 % för högt resultat, ty det systematiska felet åstadkommer ett fel utöver variationsfelet. I medeltal — medelfelet för en enskild stam — håller sig bedömningen emellan gränserna 9,4 % för lågt och 6,5 % för högt.

Se vi till huru säkert medeltalet, d. v. s. medelformklassen, är bestämd, så är dess medelavvikelse $\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, där σ är medelavvikelsen för

det enskilda trädet och n är antalet provträd. För 104 provträd är $\sigma_m = \pm 0,5 E$ d. v. s. bestämningen är så gott som exakt, om vi frånse ifrån det systematiska felet. För att nedbringa medelavvikelsen till $\pm 1 E$ behövs det 26 provträd², då vi få en maximalavvikelse = $\pm 3 E$, förutom det systematiska felet, som är $-1,8 E$, säg $-2 E$. Vi kunna således på-

¹ Variationen i kbm, som följer av en variation i formklass, blir ej lika, då en viss höjning inträffar, och då samma sänkning sker i medelformklassens belopp. Vid små ändringar blir dock skillnaden obetydlig.

² Vi frånse ifrån möjligheten till variation vid provträdens uttagande.

stå, att i varje fall 30 provträd få anses tillräckliga att nedbringa medelavvikelsen till $\pm 1 E$, och om vi känna det systematiska felet, kunna vi då bestämma medelformklassen inom de angivna gränserna $\pm 3 E$. På kubikmassan skulle detta betyda, att gränserna äro $\pm 4 \%$ om det systematiska felet är eliminerat, i annat fall emellan -7% och $+4 \%$.

Då uppställer sig frågan huruvida felbedömningen ställer sig lika inom olika formklasser. För att undersöka denna sak indelas hela provstamsmaterialet i verkliga formklasser, vardera omfattande 5 formklassenheter, och inom varje sådan klass uträknas den bedömda formklassens fel i förhållande till den verkliga för varje särskilt träd. Problemet sönderfaller i två olika delar. För det första frågas, huruvida man i allmänhet bedömer i lika grad för högt eller för lågt inom de olika formklasserna. Och för det andra gäller det att bestämma medelfelet i bedömningen för varje särskild formklass för att klargöra, om felmöjligheterna vid bedömning av ett enskilt träd äro olika inom resp. formklasser.

I tab. 2 meddelas resultaten av dessa räkningar.

Tab. 2. Fel vid formklassbedömningen i olika formklasser.
Errors in the estimation of different form-classes.

Form- klass en- ligt mät- ning Real form-class	Antal träd Number of stems	Felbedömning i medeltal, för högt eller för lågt Average error, positive or negative			Medelfel Standard deviation $\left(\sqrt{\frac{\sum \delta^2}{n}}\right)$		
		64 träd stems	40 träd stems	104 träd stems	64 träd stems	40 träd stems	104 träd stems
		0,475	1	+ 16,7 E	—	+ 16,7 E	$\pm 16,7 E$
0,525	5	+ 8,5 E	+ 6,5 E	+ 7,7 E	$\pm 8,8 E$	$\pm 8,4 E$	$\pm 8,7 E$
0,575	17	+ 2,4 E	+ 1,1 E	+ 1,7 E	$\pm 5,3 E$	$\pm 3,0 E$	$\pm 4,2 E$
0,625	42	— 0,8 E	— 1,7 E	— 1,2 E	$\pm 3,3 E$	$\pm 3,3 E$	$\pm 3,3 E$
0,675	28	— 4,9 E	— 4,2 E	— 4,6 E	$\pm 5,5 E$	$\pm 5,1 E$	$\pm 5,4 E$
0,725	8	— 7,3 E	—	— 7,3 E	$\pm 8,0 E$	—	$\pm 8,0 E$
0,775	3	— 12,3 E	— 9,7 E	— 11,5 E	$\pm 12,4 E$	$\pm 9,7 E$	$\pm 11,4 E$
Summa	104	— 2,0 E	— 1,6 E	— 1,8 E	$\pm 6,0 E$	$\pm 4,2 E$	$\pm 5,4 E$

Medelformklasserna äro respektive för 64 träd: 0,640

» 40 » 0,625

» 104 » 0,634

En blick på tab. 2 visar genast den slående överensstämmelsen mellan resultaten från materialets båda grupper. Med all önskvärd tydlighet framgår det, hurusom de låga formklasserna bedömas för högt, under det att de höga formklasserna bedömas för lågt. Kring medelformklassen slår bedömningen bäst.

Med avseende på medelfelen utan hänsyn till tecken visar sig samma tendens, d. v. s. att i närheten av medelformklassen sker bedömningen

säkrast — medelfelet är här endast $\pm 3,3 E$ — under det att de extrema klasserna få ett högre medelfel åt båda hållen.

Båda dessa förhållanden äro redan förut konstaterade för tallen (MATTS-SON 10). Att bedömningen skulle slå bäst omkring medelformklassen är f. ö. även angivet av JONSON själv (JONSON 6).

Korrelationsundersökningar.

Exner (3), Westergaard (2), Yule (1).

Om man vill undersöka vilket samband som existerar emellan formpunkt och formklass, kan detta åskådliggöras på olika sätt. En metod som äger fördelen av en viss matematisk exakthet är korrelationsmetoden. Detta sätt att åskådliggöra sambandet emellan olika företeelser har föga kommit till användning inom den skogsmatematiska litteraturen, ehuru det givetvis har stor betydelse. Dock får man ej heller över-skatta vad som kan konstateras på detta sätt, då metoden, såsom nedan skall antydvas, lider av vissa begränsningar.

Inom statistiken hava korrelationsundersökningarna en mycket viktig plats. Då man numera talar om korrelation, menar man därmed PEARSONS metod för beräkning av sambandet mellan två eller flera serier av värden.¹ Om det är fråga om tvenne serier, förutsättes det, att värdena höra ihop två och två, d. v. s. bilda värdepar.

Vi vilja exempelvis studera sambandet mellan formpunkt och formklass hos enskilda träd. Värdeparen bildas då av varje individuellt träds resp. formpunkts- och formklassvärde, och värdeparens antal blir lika med antalet i undersökningen ingående träd.

Om serierna äro X_1 och X_2 och antalet värdepar är $= n$, så äro de aritmetriska medeltalen resp. $\frac{\sum X_1}{n}$ och $\frac{\sum X_2}{n}$. Avvikelserna från dessa medeltal uträknas och betecknas med x_1 och x_2 i motsvarande serier. Vi få alltså n stycken x_1 -värden, omväxlande positiva och negativa, likaså n stycken x_2 -värden med olika tecken. Summan av de positiva x_1 värdena är $=$ summan av de negativa x_1 -värdena, likaså är den positiva x_2 -variationens belopp $=$ den negativa, vilket följer därutav att x_1 och x_2 äro avvikelserna från aritmetiska medeltal.²

Vi antaga nu att X_1 är en serie formpunktsvärden för vissa träd till ett antal av n stycken och X_2 äro motsvarande formklasser på samma

¹ Framlagd i PEARSON: The Grammar of Science, London 1900.

² Detta under förutsättning att tillräckligt exakta värden användas. Om medeltalet är avrundat, blir det alltid en skillnad mellan summan av de positiva och summan av de negativa avvikelserna.

trädmateriel. Avvikelserna från medelformpunkten för hela materialet bilda serien x_1 och avvikelserna från medelformklassen bilda serien x_2 . Om det nu förhåller sig så, att en viss positiv avvikelse ifrån medelformpunkten medför en likaledes positiv avvikelse ifrån medelformklassen, d. v. s. att ett högt värde för formpunkten å ett visst träd betyder att formklassen för det trädet är högre än medeltalet, så föreligger *positiv korrelation*. Om det i stället vore så, att ett formpunktsvärde, som är över medeltalet, betyder en formklass hos trädet i fråga, som är under medelformklassen, så skulle negativ korrelation föreligga. För att åskådliggöra huru variationerna i formpunkt och i formklass följas åt, meddelas i grafisk framställning serierna x_1 och x_2 för det använda materialet. (Se fig. 5).

Vi utgå ifrån den förutsättningen, att en viss positiv korrelation finnes och vilja nu skaffa oss ett uttryck för huru starkt sambandet är, d. v. s. i huru många fall variationen går åt samma håll. Fördenskull bilda vi serien $x_1 x_2$, i det vi multiplicera varje avvikelse från medeltalet i formpunkt med samma träds avvikelse från medelformklassen. Härvid hålles reda på tecknen. Då variationen går åt samma håll blir produkten positiv. Skillnaden mellan summan av de positiva produkterna $x_1 x_2$ och de negativa produkterna $x_1 x_2$ utgör ett mått på huru ofta samvariation äger rum. Är skillnaden = 0 föreligger ingen korrelation. Vi antaga, att en positiv skillnad uppstår, d. v. s. att variationerna i övervägande grad gå i samma riktning. Men denna skillnad måste reduceras efter antalet värden, då i annat fall korrelationen alltid skulle växa, ju flera värden av serien man undersöker. Därför dividera vi det erhållna talet med n . För att sedan få uttrycket för korrelationen procentiskt och ej i absolut mått, dividera vi ytterligare uttrycket med me-

delstorleken av produkten $x_1 x_2$ beräknad till $\sigma_1 \sigma_2$ då $\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum x_1^2}{n}}$ och

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{\sum x_2^2}{n}};$$

σ_1 och σ_2 äro medelavvikelsen från medeltalet i resp. formpunktserien och formklasserien. Korrelationskoefficienten, r , är sålunda

$$r = \frac{\sum(x_1 x_2)}{n \sigma_1 \sigma_2}, \text{ där } \sum(x_1 x_2) \text{ är tagen med hän-}$$

syn till tecknen. Tecknet för $\sum(x_1 x_2)$ bestämmer tecknet för r .

Korrelationskoefficienten r kan växla ifrån + 1, då fullständig positiv korrelation är för handen, över 0, då alls ingen korrelation kan spåras, och till - 1, då fullständig negativ korrelation råder. En korrelationskoefficient av t. ex. + 0,35 betyder i detta fall, att 35 % av variatio-

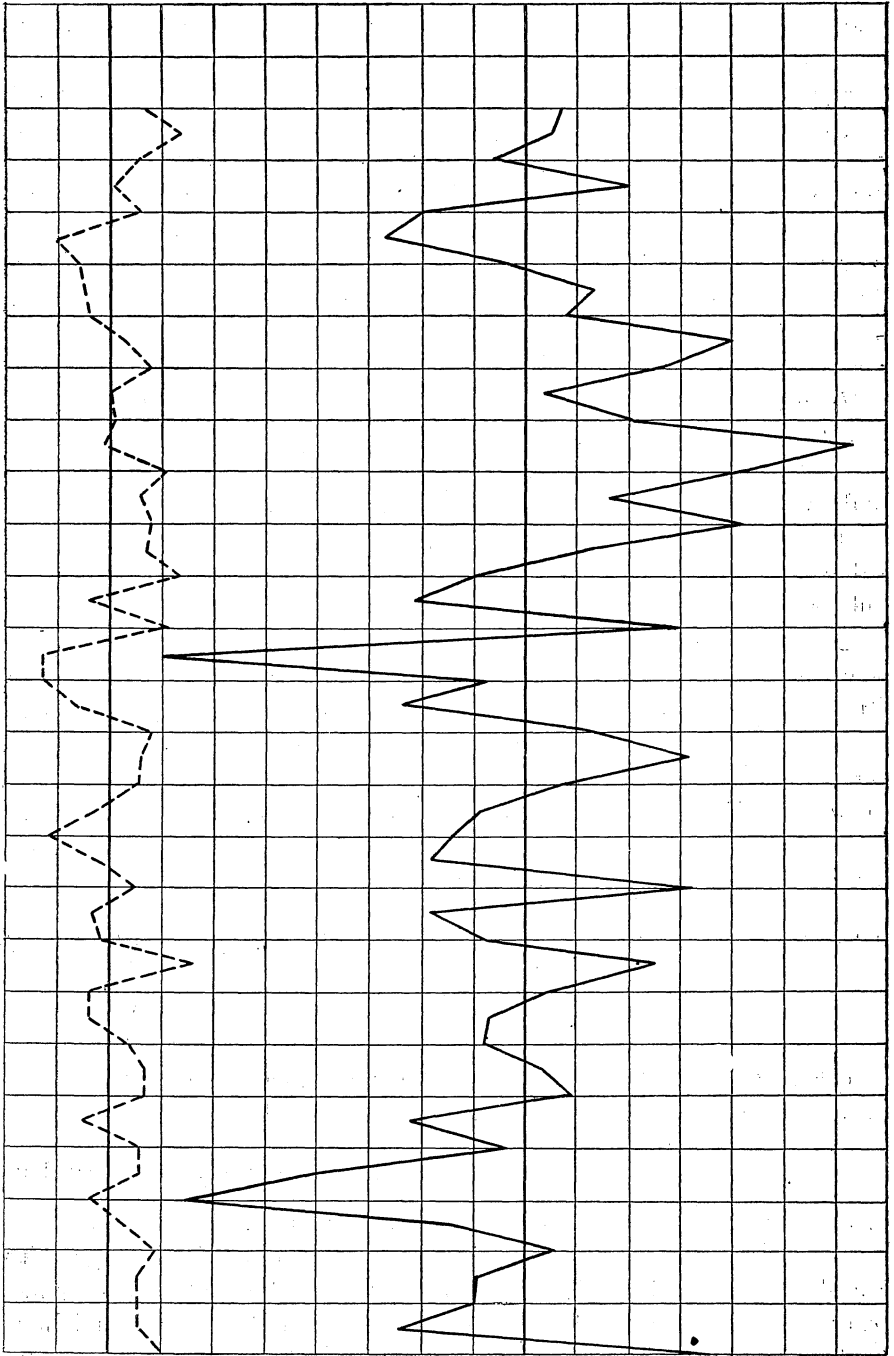




Fig. 5a o. b. Avvikelserna ifrån medelformpunkten inom hela materialet (serien x_1) och avvikelserna ifrån den verkliga medelformklassen (serien x_2). I formpunktsserien ha punkterna sammanbundits med streckade och i formklasserien med heldragna linjer. Formklasseriens skala är = 5 ggr formpunktsseriens. I de fall då både formpunkt och formklass ligga över resp. under medeltalet (= den horisontala linjen) föreligger positiv korrelation. The deviations from the average values of the resp. form-point and form-class. The scale for the form-classes is = 5 times the form-point scale.

nen i formklass bestämmes av variationen i formpunkt, sålunda, att i 35 fall på 100 följer med en positiv avvikelse ifrån medelformpunkten även en positiv avvikelse ifrån medelformklassen.¹

Korrelationsräkningen förutsätter en lineär funktion såsom samband mellan storheterna, så att om funktionen är av högre grad än första (t. ex. en andragsradsekvation eller omvänd proportionalitet) blir r alltid mindre än 1.

Behandlas nu hela materialet på sätt som ovan beskrivits fås

$$r = \frac{+13803}{104 \times 7,18 \times 52,7} = +0,351$$

För att emellertid få ett fastare grepp på vad sambandet betyder, brukar man räkna ut sannolika felet på r . Man sätter då $r = 0,35 \pm f$, f är sannolika felet och anger det spelrum, som sambandet har enligt den lineära funktion, som är den tysta förutsättningen för korrelationsräkningen. De gränser som r får genom att man ger f olika tecken, bli alltså $r+f$ och $r-f$, och det är lika sannolikt, att ett värde skall ligga mellan dessa gränser, som att det skall ligga utanför dem, d. v. s. mellan det område av $+1$ till -1 som ej upptages av $r+f$ till $r-f$.

I detta fall är

$$f = \pm 0,058 \text{ och således} \\ r = 0,351 \pm 0,058.$$

Man anser, att f ej får vara större än $\frac{r}{6}$, om ett samband skall kunna påstås vara av någon betydelse. Ju mindre spelrummet är, desto säkrare är givetvis korrelationen.

Nu är det alltså ådagalagt, att en positiv korrelation finnes inom det undersökta materialet mellan formpunkt och formklass. Då frågas, om den kan anses vara tillräckligt stark.

I fråga om sannolika felet uppfyller den fordran, ty f är mindre än $\frac{r}{6}$. Dock måste man säga, att sambandet är väl svagt för att läggas

¹ Då man härvidlag räknar som om varje avvikelse hade medelstorlek, får man i själva verket ett maximivärde på det antal fall då samvariation äger rum. Ty om till exempel en positiv korrelation föreligger, kan man förutsätta, att den säkrast skall inträffa, då avvikelsen är stor, d. v. s. att i förevarande fall en betydande ändring av formpunktsvärdet i förhållande till medelformpunkten skall åtföljas av en avvikelse i formklass i förhållande till medelformklassen, som går åt samma håll. De fall, då avvikelserna ej följas åt, kunna sålunda poneras övervägande vara sådana, då avvikelserna äro mindre än medelavvikelsen. Räkna vi därför med hjälp av medelavvikelsens belopp ut antalet samvarierande värdepar, erhålla vi följaktligen ett *maximivärde* på korrelationen.

till grund för en beräkning av den lineära funktionen för att sedan använda denna funktion till att ur formpunkten bestämma formklassen, ty såsom ovan sagts visar storleken av r , att i högst 351 fall på 1000 är variationen i formklass bestämd genom variationen i formpunkt.

Regressionen, d. v. s. den konstant, som fås, om man sätter $x_2 = b x_1$, har jag emellertid beräknat och fått $b = 7.3\%$.

Detta betyder, att en ändring i medelformpunkten från exempelvis 63 till 64 skulle medföra en ändring av medelformklassen av 0.7 formklassenheter, d. v. s. från 0.65 till 0.657. Om vi jämföra med JONSONS tabell, skulle en ändring från formpunkt 63 till 68 enligt vår regression betyda en ändring från formklass 0.65 till formklass 0.687, medan tabellen upptager en ändring från 0.65 till 0.675.

Nu är emellertid JONSONS samband mellan formpunkt och formklass ej någon lineär funktion (se fig. 6 a). Därför skulle man ju kunna förmoda, att denna funktion uppvisar ett närmare samband, en större korrelation, mellan den formklass, som bedömts enligt formpunkt och JONSONS funktion, i förhållande till verklig formklass. Om nämligen denna funktion vore idealisk, skulle ju de bedömda formklasserna bli exakt desamma som de verkliga och korrelationen alltså = + 1. Jag har undersökt denna sak på övligt ovan beskrivet sätt och funnit, att korrelationen mellan de enligt JONSONS funktion (fig. 6 a) bedömda formklasserna och de verkliga formklasserna blir så gott som exakt desamma som korrelationen mellan formpunkt och verklig formklass. Man får

$$r = + 0.353 \pm 0.058.$$

MATTSSON (10) har för *tallen* inom slutna bestånd undersökt korrelationen mellan formpunkt och formklass och funnit i ett fall $r = + 0.088$ och i ett annat fall $r = - 0.169$. Sannolika felet är ej uträknat för dessa korrelationskoefficienter, och det vore även överflödigt att räkna ut detta, då sambandet visar sig vara så svagt.

För ifrågavarande granmaterial förhåller sig alltså denna sak betydligt olika mot vad MATTSSONS undersökningar för *tallen* uppvisa, då ett klart samband har konstaterats med ganska snäva sannolikhetsgränser.

Nu är det emellertid ej mer än rättvist att här särskilt påpeka, att denna korrelation gäller formklassbestämningen å enskilda träd. JONSON har framdeducerat sina serier ur medeltal, och de äro även avsedda att användas för erhållande av medelformen eller 'normalformen' för att begagna JONSONS terminologi. Det är alldeles tydligt, att en korrelationsräkning, avsedd att visa sambandet mellan formpunkten i medeltal för en viss formpunktsklass och den därmed följande medelformklassen skulle ge ett vida vackrare resultat. Mitt material lämpar sig emellertid ej för en dylik behandling, varförutom det ej är fullt lämpligt att sam-

manblanda beståndsundersökningarna med undersökningar rörande enskilda träd. Jag vill dock styrka påståendet om en vackrare överensstämmelse medelst en hänvisning till materialet i dess helhet.

Medelformpunkter och därav härledda medelformklasser för de tre grupperingarna 64, 40 och 104 träd resp., motsvarande medeltal av de uppmätta, verkliga formklasserna samt av de formpunktsbedömda formklasserna, då varje träds formklass har uttagits med hjälp av formpunktsvärdet och JONSONS funktion och medelformklassen för varje gruppering därefter uträknats = det aritmetiska medelvärdet, äro meddelade i nedanstående sammanställning.

64 träd	{	Medelformpunkt 57 %, Medelformklass	0,625	verkl. medel-
		Medeltalet av formpunktsbedömda formklasserna	0,620	formklass. 0,640
40 träd	{	Medelformpunkt 54 %, Medelformklass	0,613	verkl. medel-
		Medeltalet av formklasserna.....	0,609	formklass. 0,625
104 träd	{	Medelformpunkt 56 %, Medelformklass	0,620	verkl. medel-
		Medeltalet av formklasserna.....	0,616	formklass. 0,634

Av sammanställningen framgå två saker av intresse. Medelformklassen visar sig kunna bestämmas medelst formpunktsmetoden på ett sådant sätt, att om man åtnöjes med den noggrannhet, som anges av en klassvidd av 5 E (såsom i tab. 2), så falla medeltalen av de formpunktsbedömda och de verkliga formklasserna inom samma klass. Vidare synes resultatet bli bättre, om man endast tager medeltalet av alla formpunkter och därur bestämmer medelformklassen, emot om man för varje träd först tager ut den formklass som dess formpunkt skulle motsvara. Medelformklassen blir nämligen i alla fallen bättre bestämd, d. v. s. närmare lika med det verkliga värdet, då medelformpunkten användes.

Då jag delar in mitt material i formpunktsklasser och tar medelformklassen inom varje (klassvidd 5 F E), får kurvan det förlopp som framgår av den streckade linjen å fig. 6 a. De låga formpunkterna visa sig genomgående ha högre formklasser än vad som anges av JONSONS kurva, vilket ju också förutsågs redan innan materialet började insamlas, då det just var denna iakttagelse, som gav anledning till undersökningen. Ställer man sig på den ståndpunkten, att trädens form bestämmas av mekaniska krafter, främst då vindtrycket på kronan, är också denna skillnad lätt att förklara. Granen i Norrbotten har en ofta nära nog cylindrisk krona, som går mycket långt ner på stammen. Men de lägsta partierna av kronan befinna sig i ett för vinden mera skyddat läge, då vinden får antagas ha ringare kraft i ett höjdsiktigt, ju när-

mare marken detta befinner sig. Friktionen mot markens ojämnheter liksom särskilt det hinder, som träden utgöra, måste nämligen minska vindhastigheten i de lägre skikten. Men dessutom tillkommer den omständigheten, att för en cylindrisk krona en ändring i kronans utsträckning nedåt mot marken ej är proportionell mot tyngdpunktens i kronan därav orsakade nedflyttning, om man tänker på den mekaniska ökningen i böjande kraft — ens om vindtrycket vore lika per ytenhet utefter hela stammen. Hävstångsarmen är ju allt kortare för tillskottet i kronyta, varför ökningen i kraftmomentet minskas ju närmare marken man kommer. Vore kronan däremot att anse såsom en kon, d. v. s. med triangulär genomskärning, skulle en förflyttning nedåt av formpunkten

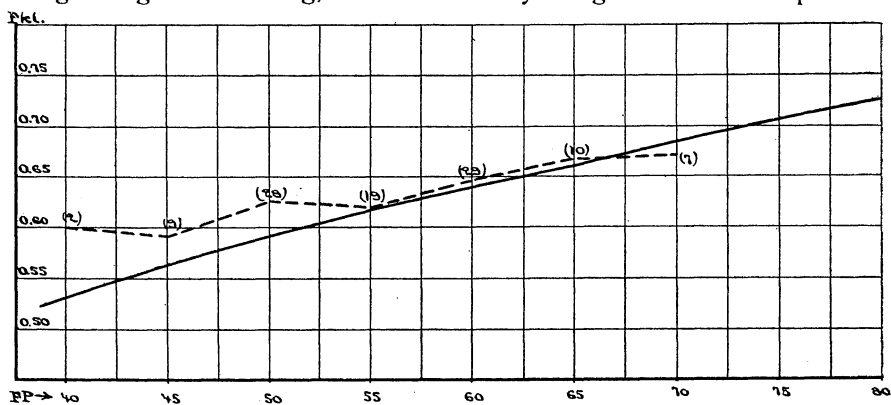


Fig. 6 a. JONSONS serie för bestämmande av formklassen ur värdet på formpunkten. Den streckade linjen är den serie som fås ur mitt undersökningsmaterial. Siffrorna inom parentes avse antalet träd.

JONSONS' function determining the form-class when the form-point value is known. The broken line is drawn up with the use of figures from the present investigation.

visserligen alltjämt betyda en minskad hävstångsarm för tillskottet, men detta skulle — om ock ej fullständigt — motvägas av att kronvidden ökas nedåt, så att ytan för vindtrycket förstoras, och ökningen i böjande kraft bleve närmare lika för en lika förflyttning utefter hela stammen.

Om man tager i betraktande de förhållanden som nu påpekats, följer därav, att den uppställda funktionen för den formklass, som en viss formpunkt ger, ej utan reduktion kan beräknas fullt stämma för det undersökta materialet, utan det bör förhålla sig just på det sättet som framgår av fig. 6 a, att de låga formpunkterna äro kombinerade med något högre formklasser än vad JONSONS siffror ge, då i hans material kronorna säkerligen voro mindre djupgående och mindre närmade sig den cylindriska formen.

Man kan sålunda förklara och försvara de avvikelser som materialet ger, om vi söka bestämma den formklass som ett visst formpunktsvärde

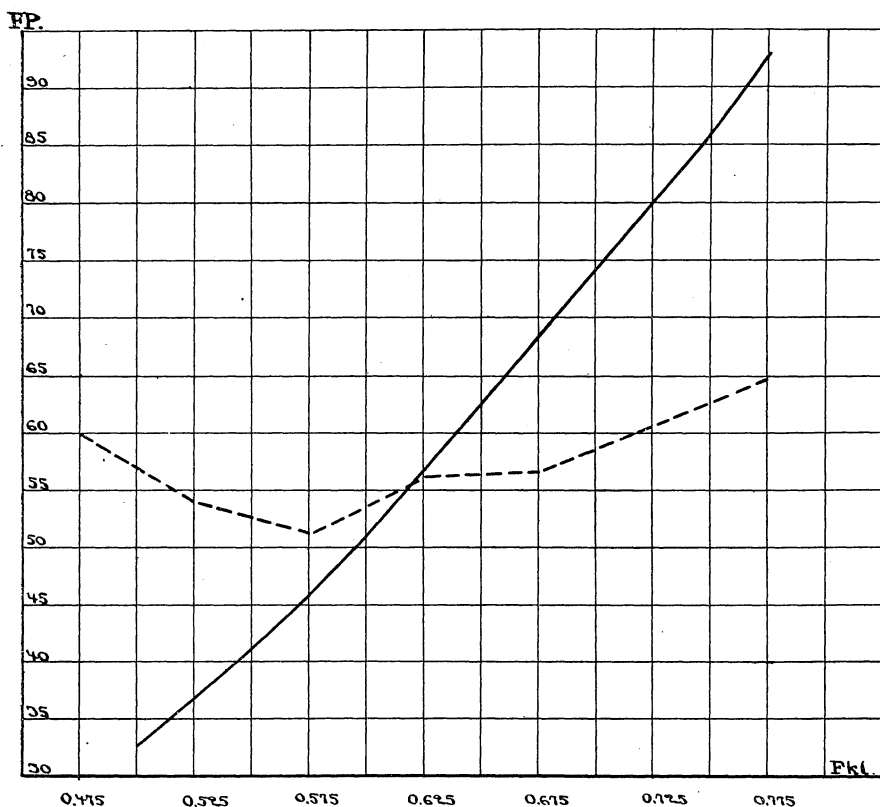


Fig. 6 b. Kurva över de formpunkter som hör till olika brösthöjdsformklasser. Den hel-dragna linjen är JONSONS siffror från tabellerna.

The average form-point values of the stems divided in different, real form-classes. The unbroken line represents JONSONS' values.

betyder. Men vi skola nu gå ett steg längre. Om det förhåller sig så, att formklass och formpunkt ha samband med varandra, då böra vi få fram detta samband säkrast genom att utgå ifrån den säkrast bestämda faktorn, som är den uppmätta formklassen inom bark. En viss formklass bör ha ett avgränsat variationsområde ifråga om de formpunkter som träden kunna ha, om de tillhöra denna bestämda formklass. Härigenom ha vi också eliminerat ur klassindelningen det subjektiva moment, som formpunktsbestämningen för med sig. Vi röra oss med fullkomligt objektiv indelningsgrund och kunna vänta oss att medeltalen av formpunktsvärdena inom varje formklass skola bilda en lagbunden serie.

Fig. 6 b visar resultatet av denna undersökning. *En stigande formpunkt kan icke konstateras åtfölja den stigande formklassen. I jämförelse med JONSONS i tabellen angivna värden kan ingen överensstämmelse*

konstateras, utan kurvan får ett fullständigt olika förlopp. Detta betyder således, att inom en formklass är variationen i formpunkt mycket stor, och denna variation synes ej vara begränsad genom att man håller sig till någon särskild formklass.

Ställa vi detta i samband med korrelationsräkningens resultat, få vi en klar belysning över att det ej kan tjäna något till att för enskilda fall begagna ett matematiskt samband, då endast 35 % av variationen följer sambandet. 65 % av variationen är fri, så att formpunkt och formklass ej ha något med varandra att skaffa. *Den slutsats, som härur är fullkomligt oundviklig, är den, att formpunktsmetoden ej kan användas för formklassbestämningen av enskilda träd.*

Liknande undersökningar som i tallbestånd verkstälts av MATTSSON (10) visa alldeles lika förhållanden som ovan redogjorts för. Rent allmänt får man därför säga det vara konstaterat, att formpunkten icke anger vare sig det enskilda trädets formklass, ej heller formklassen för någon särskild gruppering inom beståndet utan blott och bart beståndets medelformklass.¹ I det senare avseendet föreligga emellertid ej tillräckliga undersökningar för att man skall kunna bilda sig en säker uppfattning om med vilken noggrannhet metoden verkar för bestämmande av medelformklassen för skilda bestånd. MATTSSON (10) har visserligen för 7 stycken tallbestånd utfört en dylik variationsberäkning, men torde det erfordras ytterligare undersökningar innan resultaten få anses fullt säkra. Enligt MATTSSON kan emellertid medelformklassen i ett bestånd bestämmas med hjälp av formpunkten med en medelvariation från det rätta värdet av $\pm 2 E$, om det systematiska felet elimineras. Det systematiska felet är som upprepade gånger nämnts = — 1.8 E.

Då återstår att se, om någon överensstämmelse från formpunktsteoriens ståndpunkt står att få med avseende på de här relaterade resultaten. Vid ett diskussionsmöte på Skogshögskolan, där här framlagda undersökningar voro föremål för diskussion, framhöll professor JONSON en del synpunkter, som för frågans rätta bedömande ej torde böra utslutas i detta sammanhang.

Det är tydligt, att inom ett bestånd vinden ej kan verka fullt lika på alla stammar, om slutenheten och trädens höjd variera. Somliga träd skyddas sålunda mera av sina grannar än andra. Ett visst bestämt läge av kronans tyngdpunkt kan därför ej alltid i det enskilda fallet beräknas ge samma formklass.² Vindens genomsnittliga anfrestning på

¹ Såsom ett bestånd kan man i detta sammanhang även betrakta ett provträdsmaterial, om detta är tillräckligt stort.

² Angående variationen i vedstyrka se JONSON (8, 9).

beståndet ger emellertid upphov till utbildandet av en stamform, som i sin tur avhänger av formpunktens genomsnittliga placering på träden. Omkring denna medelform, normalform, variera träden i beståndet, så att snart sagt alla formklasser finnas representerade, men tätheten i fördelningen är störst kring medelformklassen. Det enskilda trädet, som kan ha t. ex. en mycket hög formklass, kan samtidigt mycket väl ha en kronansättning, som svarar emot en låg formklass, ty kombinationsmöjligheterna äro ej så begränsade. Om emellertid hela beståndet i genomsnitt har en lågt ansatt formpunkt, så följer därav, att det medeltal, normalformen, kring vilken stamformerna i beståndet variera, nedflyttas i motsvarande grad, d. v. s. medelformklassen sänkes.

Man kan därför icke begära, att formpunkten skall ge reagens på formklassen annat än för bestånd med olika kron typer. Detta resonemang får ett gott stöd genom en jämförelse emellan de korrelationsundersökningar som verkstälts av MATTSSON (10) och av förf. Den förre, som sysslat med fullslutna tallbestånd, erhöll ingen eller nästan ingen korrelation mellan formpunkt och formklass för de enskilda träden. Författaren, som bearbetat material, hämtat ur vitt skilda beståndstyper, erhöll en tydlig korrelation, ehuru sambandet måste anses vara för svagt för att därpå grunda skogsmatematiska beräkningar. Dessa skiljaktiga resultat kunna tänkas få en enkel förklaring genom nu anförda synpunkter. I det fullslutna tallbeståndet äro kronorna ansatta på tillnärmelsevis samma höjd på stammen, kron typen är sålunda ganska enhetlig. En formpunktsbedömning av formklassen bör då ge till resultat ett ganska lika värde för olika trädindivider, nämligen det värde som gäller såsom medeltal för hela beståndet. Men omkring medelformen variera de enskilda stammarna oberoende av den individuella kron typen. En korrelationsräkning för formpunkt och formklass i fråga om de enskilda träden måste ge korrelationskoefficienten ett värde som är nära = 0.

Inom författarens granmaterial gäller däremot, att träden ur olika bestånd i viss mån kunna anses vara representativa för de olika beståndens medelformklasser, och att de större skillnader i kron typ som förekomma, verkligen också visa sig sammanhänga med skillnader i formklass. En korrelationsräkning bör därför här kunna påräknas ge ett bättre resultat. (Jfr noten å sidan 250).

Att ur detta resonemang draga några slutsatser om formpunktsmetodens större tillämplighet inom ett ur beståndshänsyn heterogent material än inom jämna bestånd vore naturligtvis alltför djärvt. Den nytta man har härav, inskränker sig i detta fall därhän, att det kan ge en mycket plausibel förklaring över de olika resultat, som faktiskt föreligga

med avseende på korrelationsundersökningarna för tallbestånden och för mitt här behandlade material.

Då det emellertid nu ansetts opportunt att framhålla, att man av formpunktsmetoden ej får begära någon överensstämmelse ifråga om de enskilda trädens formklasser, kan det vara skäl att påpeka, hurusom pretentionerna härvidlag från början visst icke varit lika små. Alltjämt fabriceras sålunda Christens höjdmätare med en skala på vänstra sidan, där den en viss formpunkt motsvarande formklassen kan avläsas, och meningen är alltså, att för varje enskilt träd skall formklassen kunna bestämmas ur formpunktsvärdet. Av föreliggande undersökningar framgår tydligt, att denna skala ej vidare bör komma till användning.

Då uträkningarna för korrelationskalkylen äro gjorda, får man direkt ur de såsom mellanled uträknade kvantiteterna några uppgifter, som i och för sig ha ett visst intresse. Sålunda beräknas σ_1 och σ_2 för resp. formpunkt och formklass, d. v. s. medelavvikelsen ifrån medelformpunkten och medelformklassen inom materialet. Medelavvikelsen ger ett uttryck för huru mycket formpunkt resp. formklass variera inom ett material, som hopsamlats på det sätt som skett för det ifrågavarande. Medelavvikelsen är i formpunkt ± 7.18 F E och i formklass ± 5.27 E. Medelformpunkten är 56 och medelformklassen är 0.634 inom bark.

Nu ha vi också en möjlighet att pröva, huruvida materialet i avseende på formklass och formpunkt följer fellagarna, d. v. s. om fördelningen är den lagbundna enligt binomialkurvan. Om detta är fallet, så skall storleken å den numeriska genomsnittsavvikelsen, om man räknar avvikelserna ifrån medeltalet, utan hänsyn till tecken, förhålla sig på ett visst sätt till medelavvikelsens storlek. Vi beräkna den numeriska genomsnittsavvikelsen och få för formpunkten värdet 6.06 F E och för formklassen 3.95 E. Medelavvikelserna (σ_1 och σ_2) äro resp. 7.18 F E och 5.27 E. Divideras medelavvikelsen med genomsnittliga numeriska avvikelserna, fås kvoterna 1.19 och 1.33 resp. för formpunkt och formklass. Om gruppering efter felkurvan äger rum, skall värdet vara 1.25. (Se exempelvis SANDMO [4].)¹ Härvidlag kan man ej fordra absolut exakt överensstämmelse, utan man får nog förklara sig vara nöjd med de erhållna värdena, vilket således visar, att tendensen föreligger hos såväl formpunkts- som formklassvärdena inom materialet att ordna sig i enlighet med felkurvan. Genom detta konstaterande fastslås, att sannolikhetskalkylens lagar gälla för det ifrågavarande materialet, och de slutsatser som kunna dragas ur undersökningarna äro då ej tillfälliga utan kunna anses ha mera allmän räckvidd.

¹ Den ena kvoten slår lika mycket över 1,25 som den andra slår under. Medeltalet är 1,26.

Sambandet mellan trädens form och brösthöjdsdiameter.

En sak som skulle kunna intressera vore nu ett klarläggande av sammanhanget mellan formklassen och andra stamfaktorer, såsom höjd och diameter. Emellertid har jag ansett, att dylika undersökningar böra läggas på material, som är insamlat på annat sätt än det ifrågavarande.

MATTSSON har för lärken sysslat med dessa frågor. Rörande förhållandet mellan medelhöjden och medelformklassen ser jag ingen anledning att här orda. Däremot vill jag i förbigående nämna något angående frågan om samband mellan formklass och diameter.

MATTSSON (10) har för tallen visat, att ingen korrelation råder emellan diameter och formklass i fråga om enskilda träd, eller rättare att korrelationen var än positiv, än negativ och alltid mycket svag. I fem fall blev den positiv och i tre fall negativ. Korrelationskoefficienterna varierade mellan $+0.16$ och -0.33 . Sannolika felet är ej beräknat. I sitt arbete om lärken sysselsätter sig MATTSSON (11) även med denna sak. Det är ju en allmän uppfattning, att de grövre brösthöjdsdimensionerna ha en lägre formklass, och så som resultaten av lärkundersökningarna i detta avseende utfallit, skulle det kunna synas, som om denna uppfattning fått en viss bekräftelse genom korrelationsräkningarna. Sålunda erhöles för det övervägande flertalet undersökta försöksytor på lärk en negativ korrelationsfaktor, och i stort medeltal för alla ytorna fick MATTSSON en korrelationskoefficient av -0.28 , då maximifelet för en enskild bestämning uppges till ± 0.70 . Regressionskoefficienten uträknas därefter, d. v. s. den rätlinjiga funktion, enligt vilken ändringen skulle ske, och det visar sig då, att ändringen inom ett bestånd i formklass från den klenaste dimensionen till den grövsta blir mycket obetydlig.

MATTSSON anför på grundvalen därav såsom resultat, att inom hans bearbetade lärkmaterial har säkert konstaterats en svag tendens till fallande formkvot med stigande brösthöjdsdiameter.

Med anledning av detta vill jag foga några anmärkningar till detta kapitel, då jag anser resultaten i MATTSSONS arbete vara oklart formulerade. Korrelationsräkningarna ha verkställts stam för stam och resultaten gälla följaktligen sambandet i fråga om de enskilda träden. I detta avseende kan jag ej finna annat än att korrelationen mellan formklass och diameter enligt de framlagda undersökningarna får anses vara mycket begränsad, och att man kanske borde kunna om icke avföra frågan från dagordningen så åtminstone ge den en annan form.

De funna korrelationsfaktorerna variera nämligen betydligt och äro dessutom ganska låga. Växlingen för olika provytor (= olika bestånd)

ligger mellan $+ 0.445$ och $- 0.593$. Redan den omständigheten, att korrelationen kan ha olika tecken, ger anledning betvivla, att samband föreligger. Men vidare är maximifelet, alltså även sannolika felet, betydande, så att det spelrum man får för den uträknade funktionen blir för stort. Då det dessutom konstateras, att i en enskild diameterklass variationen är lika stor i formklass som inom beståndet i dess helhet, finnes det ingen anledning att uträkna regressionen för att påstå, att ändringen sker efter den funna funktionen. Det enda skäl, som föreligger för att beräkna funktionen, är att visa upp, att den ändring, som skulle bero av diametern, är mycket ringa. Detta visar ju även MATTSSON, och då finnes det vissa förutsättningar för att antaga, att intet samband existerar mellan formklass och diameter inom ett bestånd i den form, som undersökningen förutsätter.

Ty enbart den omständigheten, att matematisk korrelation erhålles mellan tvenne serier av värden, bevisar ingalunda, att ett logiskt samband föreligger. Siffrorna ha endast kombinerats så, att variationerna ej taga ut varandra, men detta kan bero av helt andra skäl, vilka likväl, det må erkännas, kunna tänkas ha indirekt samband med de faktorer det är fråga om. I detta fall är det sålunda på det sättet, att dels låg korrelationsfaktor erhålles i medeltal, d. v. s. att sambandet är sällan inträffande — endast 28 % av variationen i formklass skulle bero av ändringen i diameter — och dels är även den beräknade regressionen mycket låg, men den varierar inom vida gränser.

För så vitt undersökningen visar något, framgår det alltså, att man ej kan taga hänsyn till det samband som finnes mellan de enskilda trädens form och deras brösthöjdsdiameter eller matematiskt tillgodogöra sig det, då korrelationen är så svag.

Men då uppställer sig den frågan, om vi skulle kunna ha någon praktisk användning för ett sådant samband som gäller ändringarna i formklass med diametern stam för stam. Givetvis är saken värd undersökning, och det skulle varit glädjande, om en stark korrelation erhållits på ett sådant sätt, att varje enskilt träd kunde sägas följa den bestämda lagen. Men när detta tydligen icke har lyckats, synes det mig, som om en undersökning av huru det ifrågavarande förhållandet ställer sig, då vi använda klassindelning, väl vore på sin plats.

De biologiska företeelserna i allmänhet äro så beskaffade, att de enskilda individerna variera kring en medeltyp, och variationerna kunna vara avsevärda. Gäller variationen ett flertal egenskaper, så kunna dessa tämligen fritt kombineras. Följden härav blir, att de enskilda individerna ej ofta uppvisa lagbunden utveckling; men om vi hålla oss till medeltyperna, så kunna ofta mycket säkra samband konstateras. Då varia-

tionen är stor, bör man öka klassvidden, för att så vitt möjligt alla till typen hörande varianter skola få rum inom klassen.

Tillämpas detta på föreliggande fall, så borde närmast undersökningarna inrikta sig på att se, huru träden fördela sig med avseende på stamformen inom olika diameterklasser, och det vore då av intresse att undersöka, om en bättre fördelning äger rum, när vi öka klassvidden. Om det sedan också kan konstateras, att *variationsvidden* är lika stor inom en diameterklass som inom beståndet i dess helhet, behöver detta ej vara avgörande, ty här fästa vi oss blott vid klassmedeltalens läge och området för den tätaste variantfördelningen. Att enstaka varianter nå yttergränserna betyder ingenting för lagens konstaterande och ej heller för dess praktiska användning, blott vi ha ett tillräckligt antal varianter inom varje klass, så att utjämning sker i medeltalet.

En av våra taxationsmetoder, den vid norrlandsindelningen använda, bygger på den förutsättningen, att en lagbunden formfördelning äger rum i 5-cms diameterklasser och att de olika diameterklasserna ha en olika normalform inom ett provträdsmaterial. Det vore därför närmast av intresse att se huru formfördelningen är i 5-cms klasser.

För att något närmare belysa frågan har jag bearbetat en av skogs-försöksanstaltens granytor, n:r 383 avd. 1, belägen i Strömbacka i Hälsingland. Provstammarnas antal är 39, och brösthöjdsdiametern varierar för dessa stammar från 9 cm till 38 cm. Dock finnes en någorlunda jämn serie endast ifrån 18—38 cm, under det att en stor lucka i diameterfördelningen föreligger mellan 10—18 cm. De tre stammar, som ha en diameter av 9—10 cm, äro alltså isolerade ifrån de övriga, och om man beräknar ett medeltal av alla diametrar, böra dessa rätteligen ej medräknas. För ifrågavarande försöksyta har jag nu utfört vissa korrelationsräkningar för att kunna jämföra vilka korrelationsfaktorer som erhållas enligt MATTSSONS metod och vad man får, om medelformklasserna inom de olika diameterklasserna korreleras med de resp. medeldiametrarna inom samma diameterklasser.¹

Resultaten av räkningarna äro i korthet följande.

Om man räknar stam för stam, d. v. s. jämför varje enskild stams avvikelse ifrån hela materialets medeldiameter med samma stams avvikelse ifrån hela materialets medelformklass, så fås korrelationsfaktorn

$$r = -0,033 \pm 0,11 \quad (1)$$

¹ För erhållande av formklasser har varje stam grafiskt upplagts, varefter de formangivande diametrarna äro uppmätta på den utjämjade stamkurvan. Formklassen är gjord oberoende av rotansvällningens inverkan. Medeldiameter är här = det aritmetiska medelvärdet av diametervärdena.

Om jag delar in hela materialet i 1-cms klasser och utför korrelationsräkningen för resp. klasser, då jag icke medräknar de tre minsta träden, fås

$$r = -0,549 \pm 0,114 \quad (2)$$

Då jag räknar i 5-cms klasser och medräknar alla träd erhålles

$$r = +0,077 \pm 0,27 \quad (3)$$

Utföres räkningen i 5-cms klasser, men nyssnämnda tre träd uteslutas ur räkningen, blir resultatet

$$r = -0,853 \pm 0,082. \quad (4)$$

De olika resultaten synas mig vara mycket belysande för korrelationsmetodens sätt att verka. Genom att behandla materialet en smula olika har jag såsom uttryck för sambandet mellan formklass och diameter fått korrelationsfaktorer från $+0,077$ till $-0,853$, d. v. s. från en ytterligt svag positiv korrelation till en synnerligen stark negativ sådan. Att detta kunnat inträffa sammanhänger därmed, att vi ha 3 stycken träd som ej höra hemma i diameterfördelningen för övrigt inom materialet. Dessa träds avvikelser från medeldiametern bli mycket stora, och om det då även inträffar, att dessa träd avvika ifrån den allmänna lagbundenheten inom hela materialet, så lyckas dessa individer kullkasta hela resultatet av korrelationsräkningen, i det att de ensamma uppväga och till och med i ett fall överväga hela materialets tendens för övrigt.¹ Det är alltså av stor vikt vid korrelationsundersökningar att tillse, att en verklig fördelning omkring medeltalen äger rum och att ej stora luckor förekomma, eller att — om dylika luckor förekomma — de från medeltalet längst bort belägna värdena äro säkert bestämda. Ty vid beräkningen av korrelationsfaktorn reduceras blott med avvikelsernas medelstorlek, varigenom en dylik extremt stor avvikelse kan inverka förryckande på hela resultatet.

I här ifrågavarande fall är det tydligt, att de tre träden med de lägsta dimensionerna böra uteslutas ur kalkylen. Om så sker erhålles i 1-cms klasser en korrelation av $-0,55$ (2), och i 5-cms klasser en korrelation av $-0,85$ (4), vilket tydligen visar en lagbunden fördelning av formen inom 5-cms klasser och en god sådan även i 1-cms klasser.

En anmärkning, som vidlåder dessa av förf. verkställda undersökningar rörande formklasser och diameterklasser, är emellertid den, att inom de olika diameterklasserna medeltalen äro bestämda med något olika säkerhet, då olika många träd falla i varje diameterklass. Vid en undersök-

¹ Av dessa tre träd är det endast tvenne, som variera i »felaktig» riktning, så att sambandet skulle bli än starkare, om endast dessa två träd uteslötos ur kalkylen.

ning av ett tillräckligt stort material utjämnas dock denna skillnad. Huvudsaken är likväl, att medeltalen äro tillräckligt säkert bestämda för att uppvisa den ifrågavarande tendensen, även om de ej äro bestämda alla med *samma* säkerhet.

Det är klart, att resultatet härvidlag för ett enda bestånd ej får generaliseras utan blott bör tagas såsom ett exempel. Kommande undersökningar skola bringa klarhet i här berörda avseenden.

Om det nu ej av hittills gjorda undersökningar klart framgår, huruvida formen på träden kan sättas i samband med brösthöjdsdiametern eller icke, så är det i ännu mycket högre grad ovisst, om formpunktsmetoden skulle vara berättigad, så som den användes för att bestämma formklasserna vid beräkning av kuberingstalen inom norrlandstaxeringen. Ty även om formklassen skulle visa sig ha säkert samband med 5-cms diameterklasser, så finnes det ingen anledning tro, att formpunkterna skola med en dylik indelningsgrund visa en lagbunden fördelning, på ett sådant sätt, att formklasserna bliva rätt bestämda. Detta synes framgå med all tydlighet av fig. 6 b. Här har materialet indelats i grupper efter de verkliga formklasserna med så pass grova klasser som 5 E, men likväl visa medeltalen av formpunkterna inom dessa klasser ingen tendens till lagbunden anordning. Och då det gäller att bestämma just *formen*, kan man svårigen tänka sig nå ett bättre resultat med någon annan indelningsgrund än formklasser. Varje annan indelning — efter diametrar, höjder, etc. — måste ju giva sämre resultat i detta avseende.

Det är möjligt, att ett mycket större material kunde ha givit ett gynnsammare resultat. Detta har emellertid ej visats, och intill dess har man rättighet att ställa sig tvivlande. Och även om ett mycket stort material skulle ge en viss lagbundenhet, så måste man ju säga sig, att ett dylikt samband vore av ringa värde, om det endast kunde erhållas som resultat av en utjämning i så stor skala, att man ändå ej kan bedöma, om det i det enskilda fallet¹ med fördel kan tillämpas.

I och med konstaterandet av att formpunktens variation ej följer formklassens måste sålunda som ett korrelerium fastslås, att formpunkten ej heller kan vara formangivande för diameterklasserna.

Jonsons tabell.

Primärundersökningarna till JONSONS tabell vila på ett material bestående av 47 stycken stamanalyser av gran, härstammande från Kopparbergs län (JONSON 6). Siffrorna för gran och andra jämnbarkiga träslag göra ingen skillnad på formen inom och på bark.

¹ Det enskilda fallet är här närmast tänkt såsom ett bestånd eller en mindre skogstrakt.

Det viktigaste för JONSON var att framställa avsmalningen, d. v. s. konstruera en *normalform* för trädet i en viss formklass. Detta har han åstadkommit med hjälp av stamanalyserna och Höjers stamkurveekvation. Denna ekvation lyder

$$\frac{d}{D} = C \log \frac{c + l}{c}$$

där C och c äro konstanter, d och D diametrar, av vilka D är basdiametern och d är belägen på avståndet l ifrån toppen då l är procent av trädets höjd. JONSON bestämmer nu genom räkning konstanterna i Höjers ekvation för varje formklass, i vilken han skall söka avsmalningen. Därefter beräknas avsmalningen för en viss formklass på det sättet, att han ger l olika (procentuella) värden, då D är brösthöjdsdiametern. Sålunda får han fram värden på d , d. v. s. diametern vid 10, 20, 30 etc. procent av stammens längd ovan brösthöjd. Genom grafisk uppläggning erhållas mellanliggande värden, och så är avsmalningen beräknad för ifrågavarande formklass.

Vid jämförelser mellan denna frameducerade avsmalning med undersökningsmaterialet (stamanalyserna) visar sig överensstämmelsen vara mycket god. Denna jämförelse anställdes genom att för träden i t. ex. formklass 0,70 taga medelavsmalningen av de 30 träd som gingo i den formklassen. Detta visade ju att *i medeltal* överensstämde avsmalningen på träden ute i skogen med den beräknade.

Därav kunde dragas den slutsatsen, att på grundval härav tabeller för avsmalningen, då det gäller ett antal träd, liksom också tabeller för kubikmasseuppskattningen av skogar och bestånd kunde upprättas. För erhållande av kubikmassorna går JONSON vägen över formtalet.

Med kännedom om varpå kubikmassetablerna äro byggda kan man alltså vänta sig, att så snart man har ett visst antal träd i en viss uppmätt formklass och kuberar dem efter JONSONS tabell, deras sammanlagda kubikmassa skall bli riktigt uppskattad eller uppskattad med ringa fel. Särskilt gäller detta i fråga om ett bestånd, där variationen är lagbunden.

Men om vi gå till det enskilda trädet, ställer sig saken annorlunda. De enskilda träden inom en formklass variera nämligen omkring normalformen. Vidare spelar rotansvällningen in.

På mitt grafiskt upplagda material kan ej konstateras, att rotansvällningen når upp till brösthöjd, detta dock vid okulär prövning. Det är heller ej sannolikt, att för de låga höjder, det här i allmänhet gäller, rotansvällningen skall nå långt upp på stammen. Emellertid råder faktiskt variation inom den på tredje decimalen bestämda formklassen. Vid verkställd kubering av varje enskilt träd efter JONSONS tabell och med användande av den

uppmätta formklassen erhållas därför kubikmassor, som än överskjuta, än äro mindre än de sektionkuberade värdena. Resultatet av denna undersökning är framlagt i tab. 3. De sektionkuberade massorna anses vara de rätta värdena, varifrån de enligt tabellen erhållna avvika med positivt eller negativt fel. (Undersökningen är verkställd inom bark).

Tab. 3. Fel i kubikmassan med användande av Jonsons tabell och den uppmätta formklassen.

Errors in the estimation of the volume with the use of Jonsons tables and the real form-class values.

Trädantal Number of stems	Kubikmassa Volume m ³		Skillnad Difference		Kubikmasse- medelstam Average stem volume		Medelfel Standard deviation $\left(\sqrt{\frac{\sum \delta^2}{n}}\right)$	
	Verklig Real	Enl. tab. By the tables	kbm	%	Verklig Real	Enl. tab. By the tables	kbm	%
64	6,863	6,844	0,019	— 0,3	0,107	0,107	0,0032	± 3
40	5,228	5,178	0,050	— 1,0	0,131	0,129	0,0041	± 3,1
104	12,091	12,022	0,069	— 0,5	0,116	0,115	0,0035	± 3,0

Som synes har tabellen givit i genomsnitt $\frac{1}{2}$ % för lågt resultat för materialet i dess helhet. Detta kan förklaras därav, att tabellen ej räknar med några rotansvällningar. JONSON (6) anmärker härom, att den kubikmassa, som ligger i rotansvällningen, dels ej uppgår till större belopp och dels saknar ekonomisk betydelse på grund av placeringen. Rotansvällningen vore något att ta hänsyn till endast i det fall, då den når upp till brösthöjd och försämrar formklassen. För att undvika detta, säger JONSON, bör i sådana fall måttstället höjas något över 1,3 m.

I alla händelser kommer en del av rotansvällningen med vid sektionkuberingen, varför resultatet bör bli sådant, att tabellen slår något under.

Medelfelet vid kubering av en enskild stam är för hela materialet 3,5 kbdm eller 3 %, vilket betyder ett sannolikt fel av omkring 2 % eller 2,3 kbdm och ett maximifel av c:a 10 %.

Det är här ej påkallat att skilja mellan medelfel och medelvariation, ty tabellen kan anses sakna systematiskt fel, då det erhållna värdet härå är så obetydligt.

Kubikmassefelet vid formpunktsmetoden.

I det föregående har undersökts den medelavvikelse som uppstår vid bestämningen av formklassen för ett enskilt träd med hjälp av formpunkten. Vidare har bestämts den variation från det rätta värdet, som kan uppstå därigenom att man använder JONSONS tabell, då formklassen

är rätt bestämd. Med kännedom om dessa felmöjligheter kan nu beräknas medelvariationen, som uppstår vid kombinationen av formpunktsmetoden och tabellen.

Det systematiska felet skall nedan särskilt omnämnas. De värden vi närmast ha att göra med äro siffrorna i tab. 1 b och tab. 3. Här ha vi för hela materialet en medelvariation på kubikmassan på grund av felbedömning i formklass av $\pm 6,5 \%$, och medelavvikelsen på grund av tabellen är $\pm 3 \%$.

Då gäller det att avgöra, huru dessa felmöjligheter kunna kombineras. Medelavvikelserna kunna antingen ha en viss tendens vid kombinerings, t. ex. en tendens till utjämning, så att en för hög formklassbedömning gärna kombineras med en minusvariation i tabellen, varigenom det slutliga felet å kubikmassan vid kuberingen minskas, eller också saknas alldeles tendens vid kombinationen, så att en plusvariant i fråga om formklassbedömning lika gärna kombinerar sig med en plus- som en minusvariant i tabellen.¹ Vi förutsätta, att tendens saknas, och vilja nu undersöka, vilka chanser som föreligga. Kalla de båda medelavvikelserna för σ_1 och σ_2 så kombineras $\pm \sigma_1$ och $\pm \sigma_2$ på 4 olika sätt, nämligen

- 1) $+\sigma_1 + \sigma_2$
- 2) $+\sigma_1 - \sigma_2$
- 3) $-\sigma_1 + \sigma_2$
- 4) $-\sigma_1 - \sigma_2$

Alla dessa 4 kombinationer äro lika sannolika. Se vi på de 4 olika fallen kan det genast konstateras, att i fallen 1) och 4) ökas medelavvikelsens belopp till summan av σ_1 och σ_2 , under det att i fallen 2) och 3) minskas beloppet till skillnaden mellan σ_1 och σ_2 . Följaktligen kunna vi draga den slutsatsen, att i halva antalet fall skall avvikelserna bli $= \pm (\sigma_1 + \sigma_2)$ och i återstående halva antalet fall $= \pm (\sigma_1 - \sigma_2)$. Om det är n stycken fall beräknas den nya medelavvikelsen

$$\sigma_3 = \pm \sqrt{\frac{n(\sigma_1 + \sigma_2)^2 + n(\sigma_1 - \sigma_2)^2}{2n}} = \pm \sqrt{\frac{(\sigma_1 + \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_2)^2}{2}}$$

Insättas siffrorna få vi alltså

$$\sigma_3 = \pm \sqrt{\frac{(6,5 + 3)^2 + (6,5 - 3)^2}{2}} = \pm 7,2 \%$$

¹ Uttrycket tabellvariant är oegentligt, då det ej är tabellen som varierar utan träden. Då det emellertid anses vara fel från tabellens sida, har jag här behandlat problemet så som om tabellvärdena varierade.

Vi kunna således vänta oss en medelvariation av $\pm 7,2$ % vid kuberingen, vilket skulle betyda en maximiavvikelse av ± 22 % på medelstammens kubikmassa.

Vi ha förut konstaterat, att ett genomgående för lågt resultat erhöles uppgående till ungefär -3 % av medelstammens kubikmassa, beroende av formklassbedömningen, vartill kom att tabellen i detta fall gav i genomsnitt $0,5$ % för lågt resultat. Vi kunna alltså vänta oss, att resultatet av kuberingen skall slå omkring $3,5$ % för lågt.

Då emellertid materialet tillåter en direkt prövning av siffrorna för kuberingen, har jag ansett det höra till denna undersökning att även verkställa kuberingen och se vilka variationer och medelfel som faktiskt erhållas, då materialet kuberas efter formpunktsbedömd formklass och med användande av JONSONS tabell. De sektionskuberade värdena för varje träds kubikmassa ha alltså ansetts vara de riktiga, och avvikelserna ifrån dessa värden ha sammanställts liksom förut redogjorts för. Resultaten av dessa undersökningar, vilka verkstälts dels på och dels under bark, meddelas i tab. 4 a och tab. 4 b, då dessa tabeller motsvara tab. 1 a och tab. 1 b i fråga om räkningarnas utförande.

Nu är det först att anmärka, att dessa resultat à priori äro snarast att betraktas såsom ett exempel på huru kuberingen slår i ett visst fall, nämligen inom det ifrågavarande materialet. Ty provträden kunna tänkas kombinerade på ett tendentiöst sätt, då tvenne felfaktorer förekomma. Först då ett mycket stort material användes, kan man vara fullt övertygad om att den »sannolika» fördelningen av felfaktorerna föreligger. Vi ha emellertid möjligheter att kontrollera huru detta förhåller sig genom att anställa jämförelser med de siffror som ovan framdeducerats.

Tab. 4 a. Fel vid kubering medelst formpunktsmetod och Jonsons tabell.

Errors in the estimation of volume obtained when using the form-point method and Jonsons' tables.

Antal träd..... Number of stems	In om bark Without bark			På bark With bark		
	64	40	104	64	40	104
Kubikmassemedelstam m ³ ... Average stem volume m ³	0,107	0,131	0,116	0,127	0,156	0,138
I genomsnitt för m ³ I genomsnitt för m ³ låg uppskattning) % The estimation is too low	0,00395	0,0043	0,00405	0,0062	0,0069	0,0065
Medelfel per stam m ³ Standard deviation m ³	0,0103	0,0098	0,0101	0,0137	0,0111	0,0135
Medelfel i % av kubikmasse- medelstammen..... Standard deviation in % of the average stem volume	9,6	7,5	8,7	10,8	7,1	9,8

Om stam nr 3 uteslutes, blir överensstämmelsen mellan de båda grupperna, nu omfattande respektive 63 och 40 träd, nästan exakt.

Tab. 4 b. Variationen vid kubering medelst formpunktsmetoden.

The variation in volume obtained when using the form-point method.

Antalet träd Number of stems	Inom bark Without bark			På bark With bark		
	64	40	104	64	40	104
Medelavvikelse per stam m ³ Standard deviation m ³	± 0,0095	± 0,0088	± 0,00925	± 0,0122	± 0,0087	± 0,0118
D:o i % av kubikmasse- delstammen	± 8,9	± 6,7	± 8,0	± 9,6	± 5,6	± 8,6
D:o in % of the average stem volume						
Sannolik avvikelse %	± 6	± 4,5	± 5,4	± 6,5	± 3,8	± 5,8
Probable error %						
Maximifel med hänsyn även till det systematiska felet %			+ 24 - 27,5			+ 26 - 31
The maximum error, including the biased error %						
Maximifel om det systemati- ska felet elimineras %	± 27	± 20	± 24	± 29	± 17	± 26
The maximum error, excluding the biased error %						

Medelfelen bli då respektive 7,5 %, och 7,5 % inom bark, och i genom-
snitt fås, att kubikmassan uppskattas för lågt resp. 3,1 och 3,3 %.

Såsom det framgår av tabellerna 4 a och b ger formpunktsmetoden, använd för kubering med JONSONS tabell, dels ett systematiskt fel, uppgående till 3,5 % för låg taxering av kubikmassan, dels en variation omkring detta värde med en medelavvikelse av ± 8 %. Enligt föregående undersökningar ha vi beräknat det systematiska felet till omkring— 3,5 % och variationen till ± 7,2 %. Allt detta gällde förhållandena inom bark. Överensstämmelsen får anses vara god, dock böra för säkerhets skull de ofördelaktigaste värdena accepteras och medelvariationen sättes = ± 8 %.

Se vi åter till huru metoden verkar på bark, framgår det, att resultatet här blir något ogynnsammare. Det systematiska felet närmar sig sålunda till — 5 % och medelvariationen uppgår till ± 8,6 %. Maximifelet för en enskild stam är omkring 30 %.

Då det kunde vara av intresse att se huru kuberingen praktiskt slår i olika formklasser, har jag även anställt en kalkyl häröver. Resultaten äro framlagda i tab. 5 och grafiskt upplagda i fig. 7. För att få jämnare fördelning är emellertid stam nr 3 här utesluten. Siffrorna avse kubering inom bark.

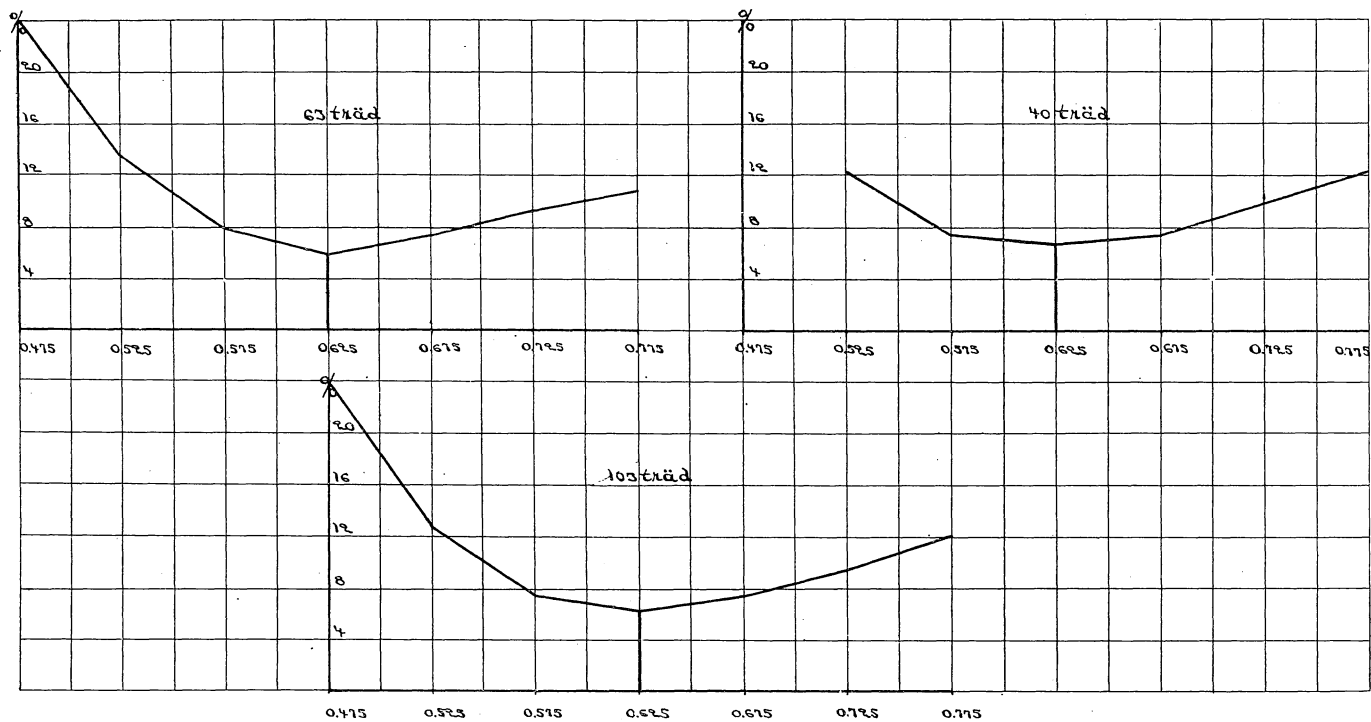


Fig. 7. Medelfel vid kubering inom olika formklasser $\left(\sqrt{\frac{\sum d^3}{n}} \right)$ i % av medelkubikmassan per stam). Felet är minst omkring medelformklassen. Standard deviations in the estimation of volume within different real form-classes. (in % of the average stem volume.).

Tab. 5. Fel vid kubering inom olika verkliga formklasser.
Errors in volume with in the different, real form-classes.

Formklass enligt mätning	Antal träd i olika formklasser			Felkubering i % i genomsnitt			Medelfel i % Standard deviation in %		
	Number of stems			Error in %			$\left(\sqrt{\frac{\sum d^2}{n}}\right)$ i % av medelstammen. in % of the average stem volume		
Real form-class	63	40	103	63 träd stems	40 träd stems	103 träd stems	63 träd stems	40 träd stems	103 träd stems
0,475	1	—	1	+ 24,3	—	+ 24,3	± 24,3	—	± 24,3
0,525	3	2	5	+ 11,0	+ 7,0	+ 9,1	± 12,9	± 12,3	± 12,7
0,575	8	9	17	+ 1,9	— 0,9	+ 0,2	± 7,6	± 7,3	± 7,5
0,625	25	17	42	— 2,5	— 2,4	— 2,5	± 5,9	± 6,6	± 6,2
0,675	16	11	27	— 4,3	— 5,6	— 5,0	± 7,3	± 7,3	± 7,3
0,725	8	—	8	— 8,3	—	— 8,3	± 9,5	—	± 9,5
0,775	2	1	3	— 10,1	— 12,2	— 11,0	± 10,7	+ 12,2	± 12,0
Summa	63	40	103	— 3,05	— 3,25	— 3,13	± 7,5	± 7,5	± 7,5

Av tabellen framgår liksom av de grafiskt upplagda medelfelen för olika formklasser (fig. 7), att bedömningen sker säkrast omkring medelformklassen, medan i de formklasser, som äro lägre än denna, för högt värde erhålles på kubikmassan, och att i de klasser som äro högre metoden ger för lågt resultat (jfr tab. 2).

En bearbetning av materialet, indelat i klasser efter höjd och diameter med olika klassvidder, har ej givit tillräckligt säkra resultat för att de skulle vara värda att här diskuteras. Det enda som härvidlag synes kunna konstateras, är en viss tendens att de större träden bli bättre uppskattade än de smärre, då man räknar felet procentuellt.

Sammanfattning.

Insamlingen av materialet tillkom med anledning av att formpunktsmetoden antogs ge för lågt resultat vid formklassbestämning, och ändamålet var från början att söka framdeducera tal, som kunde användas i och för korrektion av resultaten, så att kubikmassan riktigare kunde uppskattas. Undersökningen visar, att genomgående bedömes formklassen för lågt. Det systematiska felet belöper sig till ungefär — 2 E, vilket på kubikmassan inverkar med ett fel av c:a — 3 %. Härvidlag synes alltså korrektion vara möjlig, men det är likväl svårt att på grund av föreliggande undersökningar fastslå korrektionens belopp, ty om det även finnes tillräckligt material för att påvisa förhållandet, så är likväl materialet för ringa, för att man därpå skulle våga bygga en allmän

giltig korrektion. Framtidens undersökningar kunna emellertid lösa denna fråga mera definitivt.

I fråga om huru bedömningen ställer sig inom olika formklasser framgår det med all tydlighet, hurusom de låga formklasserna bedömas till för höga värden och de höga formklasserna bli för lågt bedömda. Bedömningen med hjälp av formpunkt ger alltså endast ett grovt medelvärde, oberoende av det enskilda trädets formklass. Tydligast framgår detta av fig. 6 b, där medeltalet av formpunkterna för de träd, som ha en viss formklass, uträknats och upplagts grafiskt, men där ingen begränsning i formpunktens variation kan spåras inom de olika formklasserna.

Korrelationsräkningar, som anställts för att klarlägga sambandet mellan formpunkt och formklass, visa hän på att ett samband existerar, men att det är allt för svagt för att därpå skulle kunna grundas en matematisk funktion, som för enskilda träd skulle ange formklassen om formpunkten vore känd.

Däremot tyder allting på, att ett fast samband finnes mellan ett bestånds medelformpunkt och dess medelformklass. Huru stark denna korrelation är och vilka felmöjligheterna för bestämning av medelformklassen äro — detta är emellertid frågor som närmare behöva utredas. Av den föreliggande undersökningen framgår det i alla fall tydligt, att då formpunktsmetoden användes för formklassbestämning resultatet blir bättre, om man endast håller sig till medeltalet av provträdens formpunkter än om man för varje provträd med ledning av dess formpunkt bestämmer en formklass och därefter räknar ut medelformklassen. (Se sid. 252).

I förbigående behandlas även frågan om formklassens och därmed formens sammanhang med trädens brösthöjdsdiameter. Det resultat, som här framkommer, innebär huvudsakligen, att dessa förhållanden böra närmare studeras med iakttagande av den inverkan, som olika vidd på diameterklasserna åstadkommer, samt att det då kan finnas goda utsikter för att fastslå vissa lagbundenheter.

På grund av att undersökningen ytterst har i sikte det praktiska resultatet vid kubering, göras så JONSONS tabeller för kubikmasseuppskattning till föremål för prövning. Härvid användas de å materialet direkt uppmätta formklasserna och beräknas de fel, som uppstå i jämförelse med sektionskubering. I genomsnitt blir det något för lågt resultat vid användande av tabellerna, men torde detta systematiska fel helt kunna lämnas ur räkningen, då det i medeltal uppgår till endast $\frac{1}{2}$ %. För gran synes alltså tabellen i medeltal kunna anses giva så gott som exakt resultat, då formklassen är känd.

För de enskilda träden ha vi att räkna med en viss variation och

uppgår denna till $\pm 3 \%$, så att ett maximifel av 10% är tänkbart.

Slutligen göres en kombination av formklassbedömning med JONSONS tabell i och för beräkning av de fel som kunna uppstå vid kubering, sådan den verkställes i praktiken. Härvidlag är emellertid tabellens noggrannhet i högsta möjliga grad utnyttjad, varför det i praktiken får anses uppkomma större felomöjligheter än de här angivna. Resultatet visar dels ett systematiskt fel av $-3,5 \%$, beroende på att formklassen i genomsnitt bedömes för lågt, och dels en variation omkring detta värde, uppgående till $\pm 8 \%$ å kubikmassan. Maximiavvikelsen för ett enskilt träd kan sålunda uppgå till c:a $\pm 25 \%$. Detta gäller kubering inom bark. Om kuberingen verkställes utanpå bark, ökas felomöjligheterna något på grund av de därigenom tillkomna variationsmöjligheterna.

LITTERATURFÖRTECKNING.

1. YULE, G. UDNY: An Introduction to the Theory of Statistics, London 1917.
 2. WESTERGAARD, HARALD: Statistikens teori i Grundrids, København 1915.
 3. EXNER, FELIX, M.: Über die Korrelationsmethode, Jena 1913.
 4. SANDMO, J. K.: Feillæren og dens anvendelse i skogbruget, Kristiania 1918.
 5. JONSON, TOR: Massatabeller för träduppskattning. Andra större upplagan, Sthlm 1912.
 6. » » : Taxatoriska undersökningar om skogsträdens form I. Skogsvårdsföreningens tidskrift 1910. Fackuppl., h. 11.
 7. JONSON, TOR: Uppskattning av kubikinnehållet hos stående träd. Skogsvårdsföreningens tidskrift 1910. Fackuppl., h. 2, 3.
 8. JONSON, TOR: Taxatoriska undersökningar över skogsträdens form II. Skogsvårdsföreningens tidskrift 1911. Fackuppl., 9, 10.
 9. JONSON, TOR: Taxatoriska undersökningar över skogsträdens form III: Skogsvårdsföreningens tidskrift 1912. Fackuppl., h. 4.
 10. MATTSSON, L.: Formklasstudier i fullslutna tallbestånd. Skogsvårdsföreningens tidskrift 1917 (Meddelanden från Statens Skogsförsöksanstalt, h. 13, 14).
 11. MATTSSON, L.: Form och formvariationer hos lärken. Skogsvårdsföreningens tidskrift 1917 (Meddelanden från Statens Skogsförsöksanstalt, h. 13, 14).
-

Tab 6. Materialet. The reseach-material.

Stam n:r	Diam. i cm vid 1,3 m		Höjd meter	Form- punkt	Formklass Form-class		Kubikmassa i m ³ under bark Volume in m ³ without		
	Diam in cm at 1,3 m	Under Without			Bedömd enl.form- punkt Estimated	Verklig (under bark) Real	Sektions- kuberad Real volume	Form- punktskub. By the form-point method	Formklass- kub. When the real form-class is known
Stem n:r	På bark With bark	Without bark	Height meter	Form- point					
1	19,2	17,7	16,05	55	0,615	0,649	0,192	0,181	0,190
2	17,2	16,0	14,41	50	0,590	0,651	0,141	0,131	0,143
3	24,0	22,4	18,15	50	0,590	0,685	0,369	0,314	0,361
4	16,4	14,9	12,65	60	0,637	0,666	0,112	0,109	0,117
5	14,1	13,4	10,15	50	0,590	0,643	0,072	0,069	0,073
6	18,6	17,6	12,65	60	0,637	0,632	0,156	0,151	0,148
7	18,6	17,2	12,95	45	0,560	0,580	0,132	0,132	0,135
8	16,6	14,7	13,25	60	0,637	0,650	0,114	0,117	0,112
9	23,4	21,5	18,60	70	0,680	0,710	0,360	0,340	0,354
10	17,75	16,25	15,65	60	0,637	0,678	0,171	0,156	0,163
11	11,0	10,0	9,35	65	0,658	0,640	0,040	0,039	0,038
12	11,0	10,0	9,15	50	0,619	0,702	0,041	0,036	0,041
13	13,2	12,25	9,55	54	0,610	0,733	0,066	0,056	0,071
14	14,1	13,2	10,55	60	0,637	0,638	0,073	0,073	0,073
15	17,8	16,7	14,05	55	0,615	0,658	0,148	0,143	0,147
16	12,8	12,1	11,75	45	0,560	0,614	0,066	0,061	0,065
17	15,1	14,1	11,45	44	0,555	0,566	0,082	0,080	0,081
18	17,8	16,8	9,85	72	0,688	0,560	0,101	0,119	0,101
19	9,9	9,3	7,35	52	0,600	0,640	0,027	0,026	0,027
20	18,4	17,3	14,25	60	0,637	0,630	0,163	0,163	0,160
21	10,6	8,7	6,75	57	0,625	0,510	0,019	0,022	0,020
22	11,2	10,1	6,75	65	0,658	0,624	0,030	0,031	0,030
23	12,3	11,0	8,55	60	0,637	0,580	0,041	0,043	0,040
24	13,0	11,4	9,15	55	0,615	0,544	0,044	0,047	0,043
25	16,6	15,0	10,85	55	0,615	0,545	0,083	0,093	0,086
26	17,0	15,7	13,15	62	0,645	0,708	0,135	0,127	0,138
27	15,9	14,8	13,65	65	0,658	0,644	0,112	0,116	0,115
28	15,6	14,1	10,65	63	0,650	0,641	0,088	0,085	0,084
29	16,2	14,9	12,45	52	0,600	0,652	0,090	0,101	0,109
30	15,8	14,1	13,45	62	0,645	0,677	0,107	0,104	0,108
31	13,1	12,1	8,65	55	0,615	0,671	0,055	0,050	0,054
32	14,6	13,7	10,95	56	0,618	0,663	0,085	0,079	0,083
33	15,3	14,2	12,55	53	0,605	0,628	0,096	0,093	0,096
34	17,7	16,5	9,55	65	0,658	0,778	0,121	0,107	0,126
35	15,6	14,4	15,15	53	0,605	0,658	0,120	0,112	0,120
36	20,0	18,6	15,35	65	0,658	0,624	0,198	0,206	0,195
37	19,7	18,1	13,05	60	0,637	0,624	0,162	0,164	0,161
38	14,5	13,4	10,85	60	0,637	0,593	0,073	0,077	0,072
39	15,8	15,0	13,05	65	0,658	0,664	0,116	0,117	0,116
40	23,5	21,7	16,05	45	0,560	0,605	0,263	0,252	0,266
41	17,7	16,3	11,75	50	0,590	0,627	0,119	0,114	0,120
42	11,9	10,9	6,75	60	0,637	0,607	0,034	0,035	0,034
43	20,3	18,4	14,35	50	0,590	0,598	0,179	0,172	0,174
44	11,7	10,8	9,75	60	0,637	0,470	0,037	0,046	0,038
45	11,8	10,7	8,25	62	0,645	0,619	0,040	0,040	0,038
46	11,0	9,7	8,65	68	0,672	0,703	0,037	0,035	0,036
47	11,8	10,8	8,95	53	0,605	0,676	0,045	0,041	0,045
48	14,3	13,0	11,05	60	0,637	0,607	0,069	0,074	0,069
49	14,6	13,5	14,85	65	0,658	0,708	0,113	0,105	0,116
50	18,0	16,6	13,95	52	0,600	0,642	0,146	0,138	0,147
51	12,9	14,5	10,85	60	0,637	0,713	0,063	0,056	0,062
52	13,0	12,0	10,95	70	0,680	0,644	0,064	0,066	0,062

Tab 6. (Forts.). Materialet.

Stam n:r	Diam. i cm vid 1,3 m		Höjd meter	Form- punkt	Formklass		Kubikmassa i m ³ under bark		
	På bark	Under bark			Bedömd enl. form- punkt	Verklig (under bark)	Sektions- kuberad	Form- punkts- kuberad	Form- klass- kuberad
53	13,2	12,2	11,85	67	0,667	0,674	0,073	0,073	0,073
54	14,4	13,2	12,05	55	0,615	0,631	0,082	0,078	0,080
55	15,5	14,0	10,05	50	0,590	0,584	0,073	0,074	0,074
56	13,7	12,8	11,15	45	0,560	0,567	0,067	0,065	0,065
57	20,9	19,5	11,85	50	0,590	0,681	0,177	0,164	0,185
58	14,1	13,6	10,55	50	0,590	0,654	0,080	0,073	0,079
59	15,2	14,1	13,55	50	0,590	0,652	0,104	0,096	0,105
60	16,2	15,4	11,65	47	0,575	0,623	0,104	0,098	0,105
61	13,9	12,9	9,75	53	0,605	0,661	0,067	0,063	0,067
62	14,2	12,9	12,45	60	0,637	0,764	0,087	0,080	0,096
63	14,3	13,1	10,15	50	0,590	0,714	0,079	0,065	0,077
64	21,9	20,4	15,00	50	0,590	0,641	0,241	0,219	0,235
65	18,5	17,0	16,05	61	0,640	0,678	0,184	0,174	0,182
66	18,3	16,5	14,15	49	0,585	0,615	0,144	0,135	0,141
67	20,4	18,9	13,65	49	0,585	0,627	0,181	0,173	0,183
68	16,3	15,2	13,45	52	0,600	0,650	0,119	0,111	0,120
69	17,1	15,6	14,15	60	0,637	0,641	0,137	0,131	0,132
70	14,1	13,0	10,45	60	0,637	0,629	0,070	0,070	0,068
71	25,2	23,3	10,45	40	0,532	0,583	0,311	0,285	0,307
72	18,9	17,7	14,15	58	0,629	0,649	0,170	0,165	0,169
73	23,1	21,5	16,65	59	0,633	0,670	0,290	0,283	0,299
74	24,2	22,3	14,15	51	0,595	0,572	0,248	0,251	0,244
75	18,9	17,3	13,45	58	0,629	0,670	0,166	0,151	0,149
76	21,2	19,6	10,45	68	0,672	0,662	0,242	0,249	0,243
77	17,9	16,4	12,85	58	0,629	0,650	0,139	0,131	0,135
78	13,3	12,1	10,85	50	0,590	0,618	0,059	0,058	0,060
79	13,5	12,4	11,65	50	0,590	0,570	0,064	0,066	0,039
80	11,4	10,4	9,25	48	0,580	0,608	0,037	0,037	0,208
81	20,5	18,5	15,25	62	0,645	0,680	0,216	0,200	0,064
82	23,7	22,4	16,15	69	0,676	0,647	0,303	0,321	0,306
83	17,1	15,9	14,85	69	0,676	0,773	0,172	0,151	0,175
84	14,5	13,3	9,75	44	0,555	0,568	0,066	0,063	0,063
85	13,3	12,1	11,45	60	0,637	0,677	0,069	0,066	0,069
86	15,5	14,5	11,85	43	0,550	0,652	0,097	0,086	0,099
87	18,2	17,0	13,45	49	0,585	0,619	0,146	0,136	0,143
88	17,6	16,4	13,85	48	0,580	0,550	0,125	0,130	0,124
89	12,7	11,6	9,55	50	0,590	0,601	0,048	0,048	0,049
90	15,5	14,1	8,45	45	0,560	0,547	0,064	0,063	0,062
91	15,8	14,5	8,85	57	0,625	0,507	0,065	0,075	0,066
92	19,0	17,0	13,25	55	0,615	0,594	0,135	0,140	0,137
93	20,0	18,4	13,35	56	0,618	0,627	0,167	0,167	0,169
94	12,5	11,3	8,25	48	0,580	0,581	0,041	0,041	0,041
95	14,5	13,7	9,35	53	0,605	0,554	0,065	0,067	0,064
96	12,7	11,5	8,95	60	0,637	0,617	0,047	0,048	0,047
97	12,5	11,4	10,35	61	0,640	0,607	0,052	0,053	0,051
98	14,0	12,7	11,05	62	0,645	0,640	0,071	0,071	0,070
99	16,1	14,9	12,65	66	0,663	0,688	0,119	0,113	0,116
100	17,9	16,6	14,85	50	0,590	0,674	0,167	0,143	0,161
101	14,9	13,5	9,85	55	0,615	0,596	0,068	0,070	0,068
102	18,3	17,1	13,25	50	0,590	0,645	0,152	0,139	0,150
103	16,8	15,3	12,35	42	0,545	0,623	0,112	0,097	0,108
104	15,4	14,1	13,15	59	0,585	0,620	0,100	0,100	0,097

The method of obtaining Form-class and Volume of single trees by the use of Form-point.

An investigation based on spruce material from Norrbotten, Sweden.

BY SVEN PETRINI.

(Swedish text, pp. 223—273.)

Terminology. By '*Form-class*' is meant the ratio which arises if the size of one diameter, taken at a certain distance from the top of the tree, is divided by the breast height diameter, which is situated 1,3 meters above the ground.

In this investigation the upper diameter is always taken at half the distance between the top and the breast height diameter. Thus, if the upper diameter is 10 cms and the breast height diameter 15,5 cms, the form-class is 0,645. Then the form-class is said to be = 64,5 *E* or 64,5 units, 0,01 being called a unit. If nothing is said to the contrary the form-class is measured on the stem without bark.

The '*Form-point*' is defined as the situation of the centre of gravity in the crown of a tree, reckoned percentually on the total height of the tree above the ground. Thus, if the centre of gravity is placed 65% above the ground, the form-point is said to be = 65 percent or 65 form-point units, which is written 65 *FE*.

Now Professor T. JONSON has stated that the form-point variations and the form-class variations are corresponding factors, and he has deduced a function, so that the one quantity could be determined when the other is known. This function is used to determine the form-class value from the estimated form-point value. (Fig. 6 a).

The method for obtaining the volume of a tree is the following. At first you estimate the form-point in % by the use of an instrument divided into tenths. From the form-point value the form-class is given; and in a table you can find the volume, the height, breast height diameter and form-class being known. The table where the definite value of the volume is found is called JONSON'S table, (JONSON 5).

In the present investigation I have distinguished between «*standard deviation*» and «*standard variation*». The former expression is used for the mean square size of the errors, eventually including biassed errors; the latter expression is used for the mean square size of the variation when the biassed errors are eliminated.

The material investigated and the purpose of the investigation. 104 stems of spruce have been measured in sections of 2 meters each and the stem-curve has been drawn. From the stem-curve thus obtained the measurements needed have been taken (tab. 6).

The stems have been collected in two groups, 40 by one person and 64 by another. Hence the figures in the tables are given in three groups, according to 40 stems, 64 stems and 104 stems. The stems have been taken from types of forests differing in age, height, density, quality of soil, etc. (Fig. 1—4)

The purpose of the investigation is to ascertain with what degree of accuracy the volume of a standing tree can be measured in the individual case, with the use of the form-point method. Every stem is regarded as a special case where the method is examined.

Methods and results.

At first we have to state with what degree of variation the form-class may be determined by the value of the form-point. Tables 1 a and 1 b give the general results. The investigation is made in such a way that for every stem the difference is taken between the estimated form-class value and the real value, measured on the stem curve.

There is a biased error in the estimate, so that for all stems upon an average the form-class will be estimated about $2E$ too low, i. e. the average form-class ought to be 0,634, but it is estimated to be only 0,616. This error affects the volume of the average tree to the extent of about -3% .

The standard deviation gets a value of $\pm 5,4 E$ ($= \pm 5,4$ form-class units), the influence of which upon the volume of the average tree is $\pm 7.3\%$.

The standard variation is (Tab. 1 b) a little smaller than the standard deviation.

The greatest error we can expect when measuring an individual tree will be from about -21% to about $+24\%$ of the volume, if the biased error is not eliminated. (A certain error in the estimate of the form-class will give a greater fault in the value of the volume if the form-class value is high than if it is low).

In different form-classes the deviations are not the same (Tab. 2). There is a decided tendency of the lower form-classes being estimated to high, and of the higher being estimated too low. The estimate is most accurate in the average form-class.

The same result appears if we study the standard deviation in different form-classes. The estimate is most accurate in the average form-class.

In order to ascertain the correlation between the two factors, form-point variations and form-class variations in the individual stems, a calculation has been made with the aid of PEARSON'S method. (Fig. 5). The correlation thus obtained is:

$$r = + 0,351 \pm 0,058$$

when $\pm 0,058$ is the probable error.

Hence it follows that the correlation seems to be too small to allow a mathematical treatment in such a way that a function could be used for calculation of the form-class of a single tree when the value of the form-point is known.

Nor does the research seem to form a basis for the possibility of determining the form-classes for certain parts of the material with the aid of the form-points. This appears from the collocation Fig. 6 b. Here the stems are placed together according to their real values of form-classes in classes of $5 E$ and the average form-point is calculated in every class. But no correspondence appears to the function of JONSON, and the variation of the form-point seems to be as great in a certain form-class as it is for all stems.

The only practical use of the form-points seems to be for the purpose of determining the average form-class in a collection of stems. If the choice of sample stems is supposed to be the same as in the present material, 26 stems are needed, if the standard variation of the average form-class is to be limited to $\pm 1 E$. With this problem we need, however, more researches before it is possible to determine the degree of accuracy. L. MATSSON (10) has made an investigation of seven fir forests and has proved that in these seven cases the average form-class has been determined with such accuracy that the standard variation is $\pm 2 E$, if the biased error is eliminated. The biased error in the estimate is about $-2 E$. (From the calculations he obtained exactly the same value, $-1,8 E$, as I have found for the spruce. The value of the biased error, however, which seems to be preferable is $-2 E$, as the decimal does not seem to be sufficiently certain).

The enquiry has also had to deal with JONSON's tables for estimating the volumes of trees (JONSON 5). These tables are deduced in a mathematical way under the presumption that a stem is constructed so that the equation for the stem curve has the form

$$\frac{d}{D} = C \log \frac{c + l}{c}$$

where D is the basis diameter, d another diameter, l the distance to d from the top expressed in % of the total height; C and c are constants, different for different form-classes. (JONSON 6).

In order to examine the accuracy of the tables, I have determined the volume of each stem with the aid of the tables and the real form-class, obtained by measuring on the stem curve. Then I have compared the values to the figures that arise when the volumes are calculated from the graphic design of each stem by division into 2 meters long parts of which the volume = 2 \times the area intermediate between the ends. The results are found in Tab. 3.

The values obtained from JONSON's tables are graphically interpolated with regard to the breast height diameter, the form-class and the height, so that no division in classes has been made. The diameter is measured in mm, the height in dm and the form-class in $0,1 E$.¹

On an average the tables give nearly the exact value of the total volume of all the stems. The individual stem, however, is determined with a standard deviation (here = the standard variation, there being no biased error) of ± 3 % upon the average stem volume. For spruce, therefore, JONSON's tables are very good.

¹ JONSON's tables graphically treated have been used in such a way that the form-height (= $f \times h$, when f = the form factor, h = the height) has been made obtainable from a curve when the form-class and the height are known. If the breast height diameter is = D we obtain the volume = $\frac{\pi D^3}{4} \times$ the form-height. By this method interpolation is possible in a high degree.

If, therefore, we wish to determine the volume of a tree by the use of JONSON'S tables, the accuracy of the result will mainly depend on the determination of the form-class value. I have made a calculation for all stems in the material, when the form-point method for the determination of the form-classes has been combined with the use of JONSON'S tables. The results are set forth in Tab. 4 a and Tab. 4 b, corresponding to Tab. 1 a and Tab. 1 b. The maximum error is about 30 % and the standard variation is $\pm 7,5$ %. On an average we get too low values of the volumes.

The result is less favorable with bark than without bark.

Tab. 5 (Fig. 7) shows the figures obtained when the standard deviation has been calculated in certain form-classes.

Summary.

The form-point method cannot be used with sufficient accuracy for single trees, because the form-class is determined only as an average value applicable to the whole material. On an average this value is too low, and the deviation (= the biassed error) is about $-2E$, which effects the average volume without bark with an error of about -3 %.

JONSON'S tables give for the spruce a very good average value of the volume without bark, and a less favorable one with bark. Used for a single tree JONSON'S tables are as accurate as can fairly be demanded, provided that the real form-class value is known.